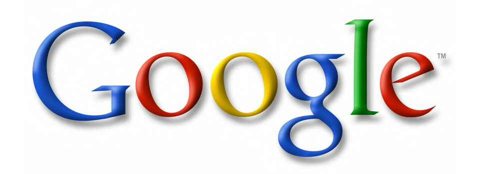
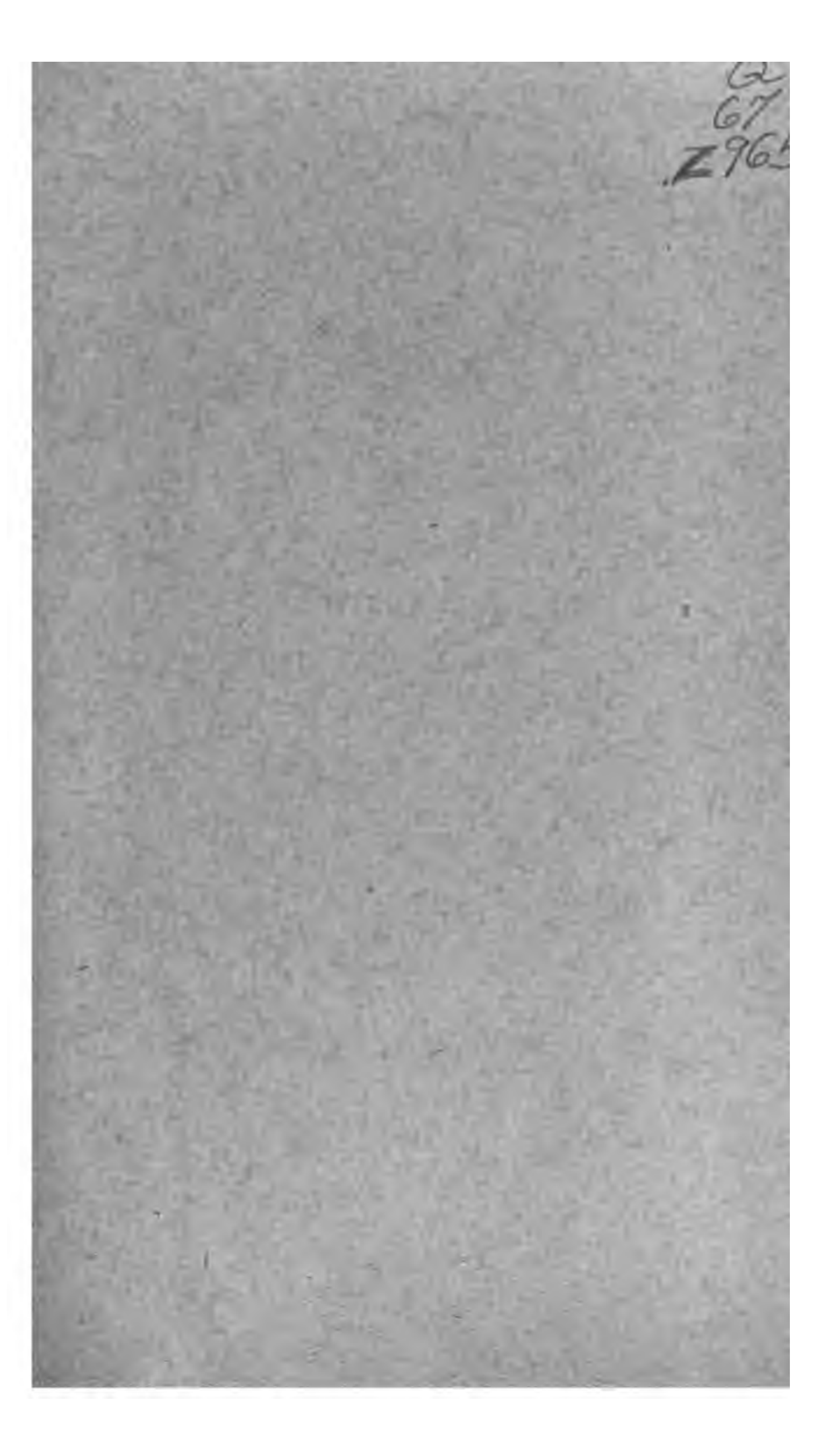






Inhalt:

Seite.

Aeschlimann, zur Theorie der ebenen Curven vierter Ordnung 365

Bodmer, Terrassen und Thalstufen der Schweiz . . 353

Fiedler, geometrische Mittheilungen 217

Keller, die einander doppelt conjugirten Elemente in reciproken Systemen 1

Kronauer, das innere Wärmeleitungsvermögen von Blei, Wismuth und Wood's Metall 257

Weber, die Beziehung zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle 161

Weith, chemische Untersuchungen schweizerischer Gewässer mit Rücksicht auf deren Fauna . . . 129

Wolf, astronomische Mittheilungen 44 321

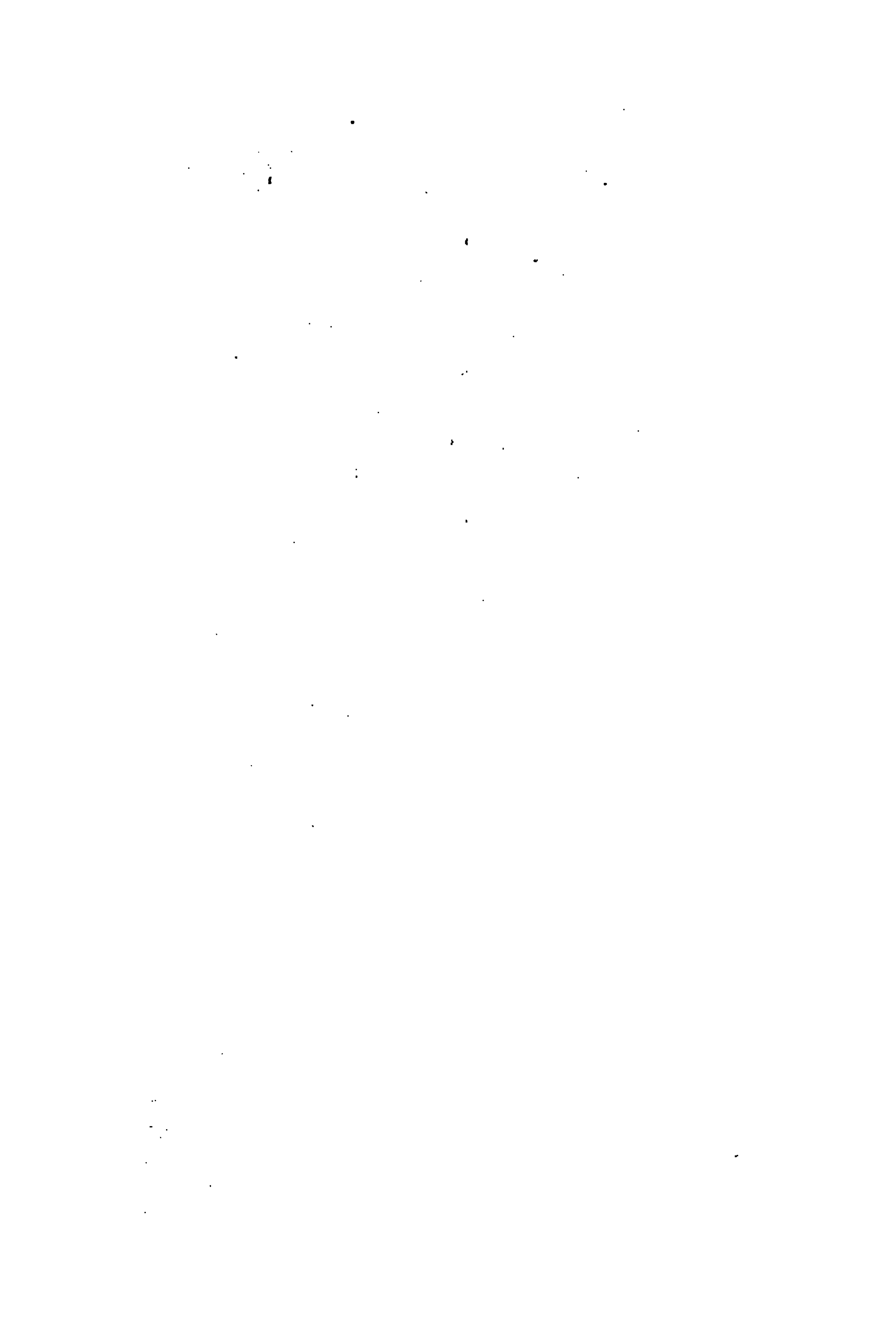
Asper, über die Fischbrutanstalt bei der Wasserkirche . . 423

Billwiller, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . 310 410

— über die Kälteperiode im Dezember 1879 und die barometrischen Maxima 99

Cramer, über geschlechtslose Fortpflanzung des Farnprothallium mittels Gemmen, resp. Conidien 198

Seite.
Denzler, über die frühern Versuche die Witterung vorauszubestimmen 187
— Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Gewitter 92
— Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Niederschläge 303
Fiedler, zusätzliche Bemerkungen zu „Geometrische Mittheilungen V“ 403
Heim, Beobachtungen von der Gotthardlinie 419
Schröter, über die Seychellen-Nuss 113
Weilenmann, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . 97 191
Weith, über die chemische Beschaffenheit der Fluss- und Seewasser und deren Fauna 109
Wolf, Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) 116 201 313 425



Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Prof. der Astronomie in Zürich.

Fünfundzwanzigster Jahrgang.

Zürich,

In Commission bei S. Höhr.

1880.

Die einander doppelt conjugirten Elemente in reciproken Systemen

von **Joh. Keller.**

Ebene Systeme.

Das Gebiet unserer Untersuchungen sind zwei ineinanderliegende reciproke ebene Elementarsysteme. Bezeichnen x_1, x_2, x_3; ξ_1, ξ_2, ξ_3; — x'_1, x'_2, x'_3; ξ'_1, ξ'_2, ξ'_3 beziehungsweise die projektivischen Coordinaten eines Punktes und einer Geraden der 2 Ebenen, so wird die Projektivität der beiden Systeme in der allgemeinsten Form ausgedrückt durch die zwei Gleichungen*)

$$1)\quad \begin{cases} m\,\xi'_i = \alpha_{i1}\,x_1 + \alpha_{i2}\,x_2 + \alpha_{i3}\,x_3 & (i = 1, 2, 3) \\ n\,\xi_k = \alpha_{1k}\,x'_1 + \alpha_{2k}\,x'_2 + \alpha_{3k}\,x'_3 & (k = 1, 2, 3) \end{cases}$$

wobei m und n beliebige Parameter bezeichnen.

Sucht man die Punkte der ungestrichenen Ebene auf, die auf ihren entsprechenden Geraden der gestrichenen liegen, so findet man als ihren Ort einen Kegelschnitt, den Polkegelschnitt, von der Gleichung:

$$2)\quad \alpha_{11}x_1^2 + \alpha_{22}\,x_2^2 + \alpha_{33}x_3^2 + (\alpha_{23} + \alpha_{32})\,x_2x_3 + (\alpha_{31} + \alpha_{13})\,x_3x_1 + (\alpha_{12} + \alpha_{21})\,x_1x_2 = 0.$$

Ferner umhüllen die Geraden der gestrichenen Ebene, welche durch ihre entsprechenden Punkte der ungestrichenen gehen, ebenfalls einen Kegelschnitt, den Polarkegelschnitt, von der Gleichung:

$$3)\quad \begin{vmatrix} \alpha_{11}, & \alpha_{21}, & \alpha_{31}, & \xi_1 \\ \alpha_{12}, & \alpha_{22}, & \alpha_{32}, & \xi_2 \\ \alpha_{13}, & \alpha_{23}, & \alpha_{33}, & \xi_3 \\ \xi_1, & \xi_2, & \xi_3, & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

---

*) Fiedler, Darst. Geom. u. Geom. d. Lage. Leipzig 1875. p. 598.

Diese zwei Kegelschnitte berühren einander doppelt und sie können geradezu als das Erzeugniss der 2 reciproken Systeme angesehen werden. Sie sind nicht nothwendig reell; ihre Reellität aber ist eine gegenseitige. Wenn sie imaginär sind, so werden sie durch die zwei Systeme vertreten, deren Projektivitätsbeziehung durch vier Paare entsprechender Elemente bestimmt wird. Alle Construktionen, die unter zu Hülfenahme der zwei Kegelschnitte sich mehr oder weniger einfacher gestalten würden, können dann ebenso sicher direct durch Vermittelung dieser Bestimmungselemente ausgeführt werden. Es ist hier noch am Platze zu bemerken, wenn in Gl. 1) die Voraussetzung eingeführt wird, $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$, dass dann diese allgemeine Reciprocität in die gewöhnliche Polar-Reciprocität übergeht; Pol- und Polarkegelschnitt vereinigen sich in die Directrix derselben.

Man kann nun einen Punkt P der zwei vereinigten reciproken Ebenen sowohl zum ersten als auch zum zweiten Systeme rechnen; dann entspricht ihm in beiderlei Sinn je eine Gerade; diese zwei Geraden, die im Allgemeinen von einander verschieden sind, schneiden sich in einem Punkte P^*, welcher der doppelt conjugirte Punkt zu P genannt werden soll. Analog entsprechen einer Geraden g in beiderlei Sinn der Beziehung zwei Punkte, deren Verbindungsgerade g^* die doppelte conjugirte Gerade zu g ist. Die Untersuchung dieser doppelt conjugirten Elemente bildet den Inhalt dieser Abhandlung und zwar wollen wir uns hier auf den Fall zweier doppelt conjugirten Punkte beschränken.

Sind A_2, A_3 (Fig. 1) die Berührungspunkte des Pol- und Polarkegelschnittes, α'_2, α'_3 die gemeinsamen Tangenten resp. in ihnen, ferner A_1 der Schnittpunkt der

letzteren und α'_1 die Verbindungsgerade der ersteren, so erkennt man, dass die Elemente des Dreieckes $A_1\,A_2\,A_3$ solche sind, die sich reciprok involutorisch entsprechen, d. h.: zählt man die Punkte A_1, A_2, A_3 zur gestrichenen oder zur ungestrichenen Ebene, in beiderlei Sinn entsprechen ihnen resp. die Geraden $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$ und umgekehrt; eine einfache analytische Untersuchung zeigt, dass diess auch die einzigen Elemente der Ebene von dieser besondern Eigenschaft sind. Auch wenn Pol- und Polarkegelschnitt imaginär sind, so sind doch immer A_1 und α'_1 reell. Wir setzen hiermit die Reellität der zwei Kegelschnitte und damit auch des ganzen Dreieckes $A_1 A_2 A_3$ voraus und wählen dasselbe zum Fundamentaldreieck, wodurch die Projektivitätsgleichungen der 2 Ebenen, sowie die Pol- und Polarkegelschnittsgleichung bedeutend vereinfacht werden. Die ersteren lauten:

$$4)\quad \begin{cases} m\,\xi'_1 = \alpha_{11}\,x_1\,; & m\,\xi'_2 = \alpha_{23}\,x_3\,; \quad m\,\xi'_3 = \alpha_{32}\,x_2 \\ n\,\xi_1 \;= \alpha_{11}\,x'_1\,; & n\,\xi_2 \;= \alpha_{32}\,x'_3\,; \quad n\,\xi_3 \;= \alpha_{23}\,x'_2\,; \end{cases}$$

die letzteren:

$$5)\quad \alpha_{11}\,x_1^2 + (\alpha_{23} + \alpha_{32})\,x_2\,x_3 = 0;\quad \alpha_{23}\,\alpha_{32}\,\xi_1^2 - \alpha_{11}(\alpha_{23} + \alpha_{32})\,\xi_2\xi_3 = 0$$

oder die Polarkegelschnittsgleichung in Punkt-Coordinaten:

$$\alpha_{11}\,(\alpha_{23} + \alpha_{32})\,x_1^2 + 4\,\alpha_{23}\,\alpha_{32}\,x_2x_3 = 0.$$

Hieraus erkennt man deutlich die Beziehung der 2 Kegelschnitte zum Fundamentaldreieck.

Es habe nun ein Punkt P die Coordinaten y_1, y_2, y_3, so entsprechen ihm nach 4) in beiderlei Sinn der Beziehung die 2 Geraden

$$6)\quad \begin{cases} \alpha_{11}\,y_1\,x_1 + \alpha_{23}\,y_3\,x_2 + \alpha_{32}\,y_2\,x_3 = 0 \\ \alpha_{11}\,y_1\,x_1 + \alpha_{32}\,y_3\,x_2 + \alpha_{23}\,y_2\,x_3 = 0; \end{cases}$$

dieselben schneiden sich in dem doppelt conjugirten Punkte P^* von den Coordinaten:

$$y_1^* : y_2^* : y_3^* = -(\alpha_{23} + \alpha_{32})\,y_2\,y_3 : \alpha_{11}\,y_1\,y_2 : \alpha_{11}\,y_1\,y_3$$

oder wenn wir $-(\alpha_{23}+\alpha_{32})=m$ setzen

$$y_1^*:y_2^*:y_3^* = m\,y_2\,y_3 : \alpha_{11}\,y_1\,y_2 : \alpha_{11}\,y_1\,y_3$$

oder

$$7)\quad y_1^*:y_2^*:y_3^* = \frac{m}{y_1} : \frac{\alpha_{11}}{y_3} : \frac{\alpha_{11}}{y_2}.$$

Gleichung 7) drückt also die Beziehung aus, welche zwei conjugirte Punkte P und P^* mit einander verbindet. Wir wollen die Bezeichnung einführen, P repräsentire das erste, P^* das zweite System. — Zuerst ergibt sich, dass die Correspondenz zwischen P und P^* eine rationale ist, denn im Allgemeinen entspricht nicht nur einem Punkte des ersten Systems ein und nur ein Punkt des zweiten, sondern auch umgekehrt; ferner ist die Beziehung eine involutorische, denn rechnen wir y_i^* zum ersten System, entspricht ihm ein Punkt z_i^* von den Coordinaten

$$\begin{aligned} z_1^*:z_2^*:z_3^* &= m\,y_2^*\,y_3^* : \alpha_{11}\,y_1^*\,y_2^* : \alpha_{11}\,y_1^*\,y_3^* \\ &= m\,\alpha_{11}^2\,y_1^2\,y_2\,y_3 : m\,\alpha_{11}^2\,y_1\,y_2^2\,y_3 : m\,\alpha_{11}^2\,y_1\,y_2\,y_3^2 \\ &= y_1 : y_2 : y_3 \end{aligned}$$

d. h. der Punkt z_i^* fällt wieder mit dem Punkt y_i zusammen.

Durch Addition und Subtraktion der zwei Gleichungen 6) ergeben sich die zwei neuen Gleichungen:

$$\begin{aligned} 2\,\alpha_{11}\,y_1\,x_1 + (\alpha_{23}+\alpha_{32})(y_3\,x_2 + y_2\,x_3) &= 0 \\ y_3\,x_2 - y_2\,x_3 &= 0. \end{aligned}$$

Dieselben stellen Gerade dar durch den Punkt P^*; die erstere ist die Polare des Punktes P in Bezug auf den Polkegelschnitt; die letztere geht durch A_1; P^* liegt daher mit P auf einer Geraden aus A_1 und ferner auf der Polaren von P in Bezug auf den Polkegelschnitt.

Specielle Lagen des Punktes P.

I. P liege in den Fundamentalecken A_1, A_2, A_3.

Dem Punkte A_1 entspricht in beiderlei Sinn der reciproken Beziehung die Gerade $A_2 A_3$; also ist der entsprechende Punkt zu A_1 auf $A_2 A_3$ gelegen, dort aber unbestimmt; umgekehrt, irgend einem Punkte auf $A_2 A_3$ entspricht der Punkt A_1. Analog entspricht dem Punkte A_2 irgend ein Punkt auf der Geraden $A_1 A_3$ und dem Punkte A_3 irgend ein Punkt auf $A_1 A_2$ und umgekehrt. Bei dieser Correspondenz, die wir als eine Cremona'sche Transformation bezeichnen können, sind somit A_1, A_2, A_3 die drei Hauptpunkte und $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$ die ihnen entsprechenden Geraden.

II. P liege auf dem Polkegelschnitt K.

Alsdann ist nach 5) $\alpha_{11} y_1^2 - m y_2 y_3 = 0$, somit $m = \frac{\alpha_{11} y_1^2}{y_2 y_3}$ und daher

$$y_1^* : y_2^* : y_3^* = \frac{\alpha_{11} y_1^2}{y_2 y_3} y_2 y_3 : \alpha_{11} y_1 y_2 : \alpha_{11} y_1 y_3$$
$$= y_1 : y_2 : y_3$$

d. h. P^* fällt mit P zusammen, was auch geometrisch sofort klar ist, denn die zwei dem Punkte P in beiderlei Sinn der reciproken Beziehung entsprechenden Geraden gehen durch ihn selbst hindurch; es sind die zwei durch ihn an den Polarkegelschnitt gehenden Tangenten.

III. P durchlaufe eine beliebige Gerade g.

Ist $\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \alpha_3 y_3 = 0$ die Gleichung der Geraden, so ergiebt sich mittelst der Gleichung (7), dass die Punkte P_i^*, die den Punkten P_i der Geraden entsprechen, auf der Curve liegen von der Gleichung:

$$8) \quad \alpha_2 \alpha_{11} x_1 x_2 + \alpha_1 m x_2 x_3 + \alpha_3 \alpha_{11} x_3 x_1 = 0.$$

Dieselbe stellt einen Kegelschnitt dar, der durch die drei Hauptpunkte A_1, A_2, A_3 geht. Wir diskutiren nun diesen Kegelschnitt, indem wir specielle Lagen der Geraden g betrachten.

1) g gehe durch den Punkt A_1.

Dann zerfällt der ihr entsprechende Kegelschnitt in die Gerade $A_2 A_3$ und in g selbst, wie aus dem Früheren geometrisch oder auch aus Gleichung 8) sofort hervorgeht, wenn man dort $\alpha_1 = 0$ setzt. Die sich entsprechenden Punkte P_1, P_1^*; P_2, P_2^*; P_3, P_3^*; ... auf irgend einer Geraden durch A_1 bilden eine Involution, deren Doppelpunkte die Schnittpunkte der Geraden mit dem Polkegelschnitt sind. Die Involution ist hyperbolisch, parabolisch oder elliptisch, je nachdem die Gerade den Polkegelschnitt schneidet, berührt oder gar nicht trifft. Da ein beliebiges Paar der Involution mit den Doppelpunkten eine harmonische Gruppe bildet, so folgt: Sucht man auf den Strahlen durch A_1 zu den ∞ fernen Punkten die entsprechenden, so liegen diese in den Mitten der Sehnen, welche der Polkegelschnitt auf diesen Geraden begrenzt. Da nun der ∞ fernen Geraden auch ein Kegelschnitt K_∞^* entsprechen wird, der durch die Hauptpunkte geht, so folgt der Satz: Wenn man von einem beliebigen Punkte der Ebene aus Strahlen nach einem Kegelschnitt zieht und die Mitten der Sehnen nimmt, welche diese Geraden mit dem Kegelschnitt bestimmen, so liegen dieselben auf einem neuen Kegelschnitt, der durch den Scheitel des Strahlenbüschels geht und mit dem gegebenen Kegelschnitt entweder zwei, einen (Berührung) oder keinen reellen Punkt gemeinsam hat, je nachdem der angenommene Punkt ausserhalb, auf oder im Innern des gegebenen Kegelschnittes liegt. Für parallele

Strahlen degenerirt der Kegelschnitt in einen Durchmesser des gegebenen und in die ∞ ferne Gerade. Auf diesen Kegelschnitt K^*_∞ kommen wir bald wieder zurück.

2) g gehe durch den Punkt A_2.

Dann ist $\alpha_2 = 0$; führen wir diese Voraussetzung in der Gleichung 8) ein, so wird sie:

$$\alpha_1 \, m \, x_2 \, x_3 + \alpha_3 \, \alpha_{11} \, x_1 \, x_3 = 0$$

oder:

$$x_3 = 0; \; \alpha_1 \, m \, x_2 + \alpha_3 \, \alpha_{11} \, x_1 = 0.$$

Der Kegelschnitt degenerirt in die Gerade $A_1 A_2$ und in eine Gerade durch A_3, welche keine andere ist, als die Verbindungslinie von A_3 mit dem zweiten Schnittpunkte von g mit dem Polkegelschnitt. Dem Strahlenbüschel g_1 vom Scheitel A_2 entspricht also das Strahlenbüschel g_1^* vom Scheitel A_3; zu jedem Strahl g^* gehört dann eigentlich noch die Gerade $A_1 A_2$ als Rest des Kegelschnittes, welcher g entspricht. Die beiden Büschel der g_1 und der g_1^* sind projektivisch; ihr Erzeugniss ist der Polkegelschnitt. Nehmen wir umgekehrt die Geraden $g_1^* \equiv l_1$ durch A_3 als Ausgangsstrahlen an, so entsprechen ihnen die Strahlen $g_1 \equiv l_1^*$ durch A_2. Dem Strahle $A_2 A_3$ entsprechen in beiderlei Sinn die Geraden $A_1 A_3$ und $A_1 A_2$. Die Reihen entsprechender Punkte auf g und g^* sind perspektivisch; ihre Gegenpunkte Q^*, R liegen auf dem vorhin erwähnten Kegelschnitte K^*_∞.

Durch das Vorige ergibt sich jetzt eine einfache Construktion des entsprechenden Punktes zu einem beliebig gegebenen: Ist P der gegebene Punkt, so verbinde man ihn mit A_2 und nehme zu der Geraden PA_2 die entsprechende, dann schneidet der Strahl $A_1 P$ aus dieser Geraden den entsprechenden Punkt P^* heraus; wie A_2,

so kann man auch A_3 benutzen und erhält für die richtige Lage von P^* eine Probe.

3) g habe eine beliebige Lage.

Der Kegelschnitt K^*, welcher einer beliebigen Lage von g entspricht, geht durch A_1, A_2, A_3 und es können von ihm beliebig viele weitere Punkte ermittelt werden. Mit Leichtigkeit ergeben sich die Tangenten in den drei Hauptpunkten an ihn: Die allgemeine Construktion des entsprechenden Punktes zu einem gegebenen lehrt sofort, dass die Tangente in A_1 an K^* durch den Schnittpunkt von $A_2 A_3$ mit g geht; dass ferner die Tangenten in A_2 und A_3 erhalten werden als die entsprechenden Geraden zu denjenigen, die resp. von A_3, A_2 aus nach den Schnittpunkten von $A_1 A_2$ und $A_1 A_3$ mit g gehen. Natürlich geht K^* auch durch die zwei Schnittpunkte von g mit dem Polkegelschnitt; wenn g den Polkegelschnitt berührt, so berührt ihn auch K^* an derselben Stelle. Diese Construktion erleidet keine Ausnahme für den Kegelschnitt K^*_∞, welcher der ∞ fernen Geraden entspricht; die Tangente in A_1 an ihn wird parallel zu $A_2 A_3$. Damit ist für irgend eine Gerade g der entsprechende Kegelschnitt mehr als genügend bestimmt.

Es ist noch von Interesse, über die Construktion der Tangente in einem beliebigen Punkte des Kegelschnittes K^* Folgendes zu bemerken: Die Punkte auf g und die Tangenten in den entsprechenden Punkten auf K^* bilden zwei projektivische Systeme. Zu den drei Punkten I, II, III auf g sind nach Vorigem die drei entsprechenden Tangenten 1, 2, 3 in A_1, A_2, A_3 bekannt; schneiden wir nun diese Tangenten mit 1, so bilden die Schnittpunkte I', II', III', mit I, II, III zwei projektivische Reihen, deren perspek-

tivische Axe die Polare des Schnittpunktes I der Tangente in A_1 mit g in Bezug auf den Kegelschnitt K^* ist; weil nun dieser Schnittpunkt dieselbe Polare hat in Bezug auf den Polkegelschnitt und den Kegelschnitt K^*, so folgt, dass die zwei Schnittpunkte T_2 und T_3 der Tangenten in A_2 und A_3 an K^* mit dem Polkegelschnitt auf einer Geraden nach I liegen und dass die vorige Polare durch den Schnittpunkt von $A_2\,T_3$ mit $A_3\,T_2$ geht. Durch Vermittelung dieser Polare kann man aber die Tangente in einem beliebigen Punkte von K^* finden. — Den Tangenten an K^* in P_1^*, P_2^*, $P_3^*, \ldots$ entsprechen Kegelschnitte, welche durch A_1, A_2, A_3 gehen und die Gerade g resp. in $P_1, P_2, P_3, \ldots$ berühren. Darunter kommen vier Parabeln vor, die den vier gemeinsamen Tangenten von K^* und K^*_∞ entsprechen.

Die Kegelschnitte, welche den Geraden der Ebene entsprechen, müssen ein System von zweifacher Unendlichkeit bilden; da nun ein Kegelschnitt erst durch fünf von einander unabhängige Elemente bestimmt ist, so müssen alle diese Kegelschnitte drei gemeinsame Bestimmungselemente haben: Sie gehen durch die drei Hauptpunkte $A_1\,A_2\,A_3$. Um die Gesammtheit dieser Kegelschnitte genauer überblicken zu können, betrachten wir ein Strahlenbüschel vom Scheitel S (Fig. 2), dem ein Kegelschnittbüschel von den vier Grundpunkten A_1, A_2, A_3, S^* entspricht. Liegt S im Innern des Kegelschnittes K^*_∞, so trifft jeder Strahl des Büschels diesen Kegelschnitt in zwei reellen verschiedenen Punkten, deren entsprechende im Unendlichen liegen; also besteht in diesem Fall das Kegelschnittbüschel aus lauter Hyperbeln; unter ihnen kommt eine einzige gleichseitige vor, die dem Strahl entspricht, welcher S mit dem Pole P der Rechtwinkelinvo-

lution von Strahlen aus A_1, übertragen auf den Kegelschnitt K^*_∞, verbindet. Liegt S in P selbst, so besteht das Kegelschnittbüschel aus lauter gleichseitigen Hyperbeln; der dem Punkte P entsprechende vierte Grundpunkt des Büschels ist der Höhenpunkt des Dreieckes $A_1 A_2 A_3$. Ferner gibt es in jedem der Kegelschnittbüschel höchstens zwei Hyperbeln von gegebenem Asymptotenwinkel, die in folgender Weise gefunden werden können: Wir bilden um den Punkt A_1 zwei gleichwinkelige projektivische Büschel $a, b, c, \ldots; a', b', c', \ldots$, so dass der Winkel zwischen je zwei entsprechenden Strahlen gleich dem gegebenen Asymptotenwinkel ist; verbinden wir jetzt die Schnittpunkte $A, A'; B, B'; C, C'; \ldots$ entsprechender Strahlen mit dem Kegelschnitt K^*_∞, so umhüllen die Sehnen einen neuen Kegelschnitt, welcher K^*_∞ doppelt berührt; die zwei Tangenten von S aus an diesen Kegelschnitt liefern die zwei gesuchten Hyperbeln. Den drei Strahlen SA_1, SA_2, SA_3 entsprechen die degenerirten Kegelschnitte des Büschels. Wenn S auf K^*_∞ liegt, ist S^* im Unendlichen gelegen d. h. das Kegelschnittbüschel besteht aus Hyperbeln mit einer gemeinsamen Asymptotenrichtung; unter ihnen kommt eine einzige Parabel vor, die der Tangente in S an K^*_∞ entspricht. Ist S ausserhalb K^*_∞ gelegen, so enthält das entsprechende Kegelschnittbüschel unendlich viele Ellipsen und unendlich viele Hyperbeln, sowie stets noch zwei Parabeln. Dem Kreise K, welcher dem Dreieck $A_1 A_2 A_3$ umschrieben werden kann, entspricht eine Gerade k^*, deren Richtung bestimmt wird durch den vierten Schnittpunkt des Kreises mit dem Kegelschnitt K^*_∞; ferner ist der Schnittpunkt der Kreistangente in A_1 mit $A_2 A_3$ ein weiterer Punkt von ihr. Es ist diese Gerade k^* die einzige in der Ebene, der ein Kreis entspricht; sie ist die Polare

des Poles P in Bezug auf K^*_∞; denn K geht durch die zwei imaginären Kreispunkte der unendlich fernen Geraden; nach diesen gehen auch die Doppelstrahlen der Rechtwinkelinvolution um A_1 herum; diese Doppelstrahlen entsprechen sich aber selbst, folglich schneiden sie aus K^*_∞ die entsprechenden Punkte zu den imaginären Kreispunkten; ihre Verbindungslinie ist die Polare von P in Bezug auf K^*_∞.

IV. *P* bewege sich auf einem Kegelschnitte *K*.

Es ist:

$$\alpha_{11}x_1^2 + \alpha_{22}x_2^2 + \alpha_{33}x_3^2 + 2\,\alpha_{12}x_1x_2 + 2\,\alpha_{13}x_1x_3 + 2\,\alpha_{23}x_2x_3 = 0$$

die Gleichung eines beliebigen Kegelschnittes; durch Anwendung der Gleichung 7 entspricht demselben die Curve 4. Ordnung:

$$9)\quad \alpha_{11}m^2x_2^2x_3^2 + \alpha_{22}\alpha_{11}^2x_1^2x_2^2 + \alpha_{33}\alpha_{11}^2x_1^2x_3^2 + 2\,\alpha_{12}m\alpha_{11}x_1x_2^2x_3 + 2\,\alpha_{13}m\alpha_{11}x_1x_2x_3^2 + 2\,\alpha_{23}\alpha_{11}^2x_1^2x_2x_3 = 0.$$

Der Natur der Sache nach muss dieselbe zu den rationalen Curven 4. Ordnung gehören: Sie besitzt in den drei Hauptpunkten Doppelpunkte. Die Tangenten in denselben sind dargestellt durch die Gleichungen:

$$10)\quad \begin{cases} \alpha_{22}x_2^2 + 2\,\alpha_{23}x_2x_3 + \alpha_{33}x_3^2 = 0 & \text{Gl. des Tangentenpaares in } A_1 \\ \alpha_{22}\alpha_{11}^2x_1^2 + 2\,\alpha_{12}m\alpha_{11}x_1x_3 + \alpha_{11}m^2x_3^2 = 0 & \text{dto. dto. } \;,,\; A_2 \\ \alpha_{33}\alpha_{11}^2x_1^2 + 2\,\alpha_{13}m\alpha_{11}x_1x_2 + \alpha_{11}m^2x_2^2 = 0 & \text{dto. dto. } \;,,\; A_3 \end{cases}$$

Hieraus ergibt sich: Je nachdem $\alpha_{23}^2 \gtreqless \alpha_{22}\alpha_{33}$, ist A_1 ein Doppelpunkt der Curve 4. Ordnung mit zwei reellen verschiedenen Tangenten, oder er ist eine Spitze oder isolirt; analog beziehen sich die Bedingungen $\alpha_{12}^2 \gtreqless \alpha_{11}\alpha_{22}$, $\alpha_{13}^2 \gtreqless \alpha_{11}\alpha_{33}$ resp. auf die Punkte A_2 und A_3. — Wir diskutiren nun diese Curve 4. Ordnung weiter, indem wir specielle Lagen des Kegelschnittes K annehmen.

1) Der Kegelschnitt gehe durch die drei Hauptpunkte.

Dann sind $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = 0$; die Curve 4. Ordnung zerfällt in die drei Hauptgeraden $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$ und es bleibt nach 9) noch die Gerade übrig:

$$11)\quad \alpha_{23}\,\alpha_{11}\,x_1 + \alpha_{12}\,m\,x_2 + \alpha_{13}\,m\,x_3 = 0.$$

Diese Beziehung ist durch das Vorige bereits erledigt; die Tangenten des Kegelschnittes in A_1, A_2, A_3 liefern die Schnittpunkte der Geraden mit $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3$ resp.

2) Der Kegelschnitt gehe durch die 2 Hauptpunkte A_2, A_3.

Dann sind $\alpha_{22} = \alpha_{33} = 0$ und die Gleichung 9) reducirt sich auf:

$$12)\quad x_2 x_3 (\alpha_{11} m^2 x_2 x_3 + 2\,\alpha_{12} m \alpha_{11} x_1 x_2 + 2\,\alpha_{13} m \alpha_{11} x_1 x_3 + 2\,\alpha_{23} \alpha_{11}^2 x_1^2) = 0.$$

Von der Curve 4. Ordnung sondern sich also die beiden Geraden α'_2 und α'_3 ab und es bleibt noch ein Kegelschnitt übrig, der ebenfalls durch die zwei Hauptpunkte A_2, A_3 geht; z. B. dem Polkegelschnitt entspricht eine Curve 4. Ordnung, die sich aus ihm selbst und den zwei Geraden α'_2, α'_3 zusammensetzt. Der Kegelschnitt 12) mag der entsprechende Kegelschnitt K^* zu dem gegebenen K genannt werden. Die Schnittpunkte von K mit α'_2 und α'_3 liefern die Tangenten an K^* resp. in A_2 und A_3. Durch A_2 und A_3 gehen dreifach unendlich viele Kegelschnitte; unter ihnen gibt es solche, die sich selbst entsprechen und die auf folgende Weise leicht gefunden werden können: Wir nehmen irgend zwei entsprechende Punkte P und P^*, dann entspricht jeder Kegelschnitt des Büschels von den vier Grundpunkten A_2, A_3, P, P^* sich selbst und zwar ist ein solcher Kegelschnitt in involutorischer Central-Collineation mit sich selbst in Bezug auf A_1 als Centrum und der Polaren von A_1 in Bezug auf ihn als Axe: Denn ein Kegelschnitt durch $A_1\,A_2$, P, P^*

trifft den Polkegelschnitt noch in zwei weiteren Punkten S_1 und S_2, die sich selbst entsprechen und durch welche somit der entsprechende Kegelschnitt K^* auch geht; K^* hat also mit K 6 Punkte gemeinsam, fällt daher mit ihm zusammen. Ein analytischer Beweis für die Sache wäre sehr leicht erbringlich und derselbe würde alles Bedenken namentlich in dem Falle wegheben, wenn S_1 und S_2 imaginär sind. Die Gerade $S_1 S_2$ ist die Polare von A_1 in Bezug auf einen solchen sich selbst entsprechenden Kegelschnitt und folglich schneiden sich die Tangenten in S_1, S_2 an den Kegelschnitt in A_1. Nehmen wir P auf K^*_∞ an, so liegt sein entsprechender Punkt P^* im Unendlichen; durch P gehen somit unendlich viele Hyperbeln, die sich selbst entsprechen, darunter auch eine gleichseitige, die leicht durch Vermittelung des Poles P der Rechtwinkelinvolution aus A_1, übertragen auf K^*_∞, gefunden wird; ebenso gehen durch P zwei sich selbst entsprechende Hyperbeln von gegebenem Asymptotenwinkel; endlich geht durch P eine sich selbst entsprechende Parabel. Dem Kreisbüschel durch A_2, A_3 entspricht das Kegelschnittbüschel durch $A_2\,A_3$ und durch die zwei imaginären Schnittpunkte von k^* mit K^*_∞; im Allgemeinen gibt es somit darunter keinen sich selbst entsprechenden Kreis.

3) Der Kegelschnitt gehe durch die zwei Hauptpunkte A_1, A_2.

Einem Kegelschnitt durch A_1, A_2 entspricht eine Curve 4. Ordnung, welche in die 2 Geraden α'_1, α'_2 und in einen Kegelschnitt durch A_1, A_3 zerfällt; diesen Kegelschnitt nennen wir den entsprechenden zu dem gegebenen. Irgend ein Kegelschnitt durch A_1, A_2 wird aus dem Polkegelschnitt mindestens noch einen reellen Punkt S heraus-

schneiden; diesen halten wir fest, und betrachten die Kegelschnitte, welche durch A_1, A_2, S gehen und in A_1 eine bestimmte Tangente t_1 besitzen; denselben entsprechen die Kegelschnitte durch A_1, A_3, S und durch den Schnittpunkt T_1 der Tangente t_1 in A_1 an K mit α'_1. Dem degenerirten Kegelschnitt A_2 S, t_1 entspricht der degenerirte Kegelschnitt A_3 S, A_1 T_1; ferner dem degenerirten Kegelschnitt A_2 A_1, $S A_1$ der degenerirte Kegelschnitt T_1 A_3, $S A_1$; im ersten Büschel kommt jetzt kein degenerirter Kegelschnitt mehr vor, wohl aber im zweiten, nämlich das Geradenpaar A_1 A_3, T_1 S; demselben entspricht im ersten Büschel ein wirklicher Kegelschnitt, nämlich derjenige, der durch A_3 geht. Je nachdem ein Kegelschnitt durch A_1 (t_1), A_2, S den Kegelschnitt K^*_∞ ausser in A_1, A_2 noch in zwei reellen und verschiedenen, in zwei zusammenfallenden oder in zwei imaginären Punkten schneidet, ist der entsprechende Kegelschnitt eine Hyperbel, Parabel oder Ellipse. Die Parabeln und gleichseitigen Hyperbeln können analog wie früher gefunden werden. Durch Drehung der Tangente t_1 um A_1 erhalten wir alle Kegelschnitte durch A_1, A_2, S in Büschel geordnet und durch Veränderung des Punktes S auf dem Polkegelschnitt alle Kegelschnitte durch A_1, A_2 in Netze gruppirt. Unter ihnen kommen zweifach unendlich viele Kegelschnitte vor, denen gleichseitige Hyperbeln und ebenso zweifach unendlich viele Kegelschnitte, denen Parabeln entsprechen. Den Kreisen durch A_1, A_2 entsprechen die Kegelschnitte des Büschels von den zwei reellen Grundpunkten A_1, A_3, dessen zwei andere Grundpunkte imaginär, nämlich die imaginären Schnittpunkte von k^* mit K^*_∞ sind. — Damit ist auch die umgekehrte Beziehung erledigt: Den Kegelschnitten durch A_1, A_3 entsprechen die durch A_1, A_2.

4) Der Kegelschnitt K gehe nur durch den Hauptpunkt A_1.

Die entsprechende Curve 4. Ordnung, ausgedrückt durch Gleichung 9, zerfällt dann in die Gerade a'_1 und in eine Curve 3. Ordnung (Fig. 4) von der Gleichung:

$$13)\quad a_{22}\alpha_{11}\,x_1 x_2^2 + a_{33}\alpha_{11}\,x_1 x_3^2 + 2\,a_{12}\,m\,x_2^2 x_3 + 2\,a_{13} m\,x_2 x_3^2 + 2\,a_{23}\,\alpha_{11}\,x_1\,x_2\,x_3 = 0.$$

Dieselbe hat in A_1 einen Doppelpunkt; nach 10) ist das Tangentenpaar in demselben ausgedrückt durch die Gleichung:

$$a_{22}\,x_2^2 + 2\,a_{23}\,x_2\,x_3 + a_{33}\,x_3^2 = 0$$

und die Tangenten in A_2, A_3 durch die Gleichungen:

$$a_{22}\,\alpha_{11}\,x_1 + 2\,a_{12}\,m\,x_3 = 0$$
$$a_{33}\,\alpha_{11}\,x_1 + 2\,a_{13}\,m\,x_2 = 0.$$

A_1 ist ein Doppelpunkt mit zwei reellen Tangenten, eine Spitze oder ein isolirter Doppelpunkt, je nachdem $a_{23}^2 \gtreqless a_{22}a_{33}$ ist. Die allgemeine Construktion des entsprechenden Punktes zu einem gegebenen zeigt, dass die zwei Schnittpunkte von $A_2\,A_3$ mit dem gegebenen Kegelschnitt mit A_1 verbunden die Tangenten in A_1 an die Curve 3. Ordnung geben; man sieht: Je nachdem A_2, A_3 den gegebenen Kegelschnitt schneidet, berührt oder gar nicht trifft, ist A_1 ein Doppelpunkt mit zwei reellen Tangenten, eine Spitze oder isolirt. Die Tangenten in A_2 und A_3 erhalten wir als die entsprechenden Geraden zu denjenigen, welche resp. A_3 und A_2 mit den Schnittpunkten von $A_1 A_2$, $A_1 A_3$ mit dem gegebenen Kegelschnitt verbinden. Diejenigen Punkte des Kegelschnittes, die auf K^*_∞ liegen, verwandeln sich in unendlich ferne Punkte; unsere Curve 3. Ordnung erhält somit einen hyperbolischen Ast, 3 hyperbolische Aeste, einen hyperbolischen und einen parabolischen Ast oder endlich die unendlich ferne Gerade zur Inflexions-

tangente, je nachdem der gegebene Kegelschnitt den Kegelschnitt K^*_∞ ausser in A_1 resp. noch in einem reellen Punkte schneidet, oder in drei reellen, oder in einem reellen Punkte schneidet und in einem andern berührt oder in einem Punkte osculirt. Wenn wir somit Rücksicht nehmen wollen auf die Natur des Doppelpunktes und auf die unendlich fernen Elemente, so können wir folgende 12 verschiedenen Curven 3. Ordnung hervorbringen:

1) Reeller Knoten und 1 hyperbol. Ast
2) „ „ „ 3 „ Aeste
3) „ „ „ 1 „ und 1 parabol. Ast
4) „ „ „ die unendlich ferne Gerade z. Inflexionstang.

---

5) Spitze und 1 hyperbol. Ast
6) „ „ 3 „ Aeste
7) „ „ 1 „ und 1 parabol. Ast
8) „ „ die unendlich ferne Gerade zur Inflexionstangente.

---

9) Isolirter Doppelpunkt und 1 hyperbol. Ast
10) „ „ „ 3 „ Aeste
11) „ „ „ 1 „ und 1 parabol. Ast
12) „ „ „ die unendlich ferne Gerade z. Inflextg.

Von diesen zwölf Fällen ist der erste in Fig. 4 gezeichnet; die Verbindungslinie von A_1 mit dem Schnittpunkte von K mit K^*_∞ gibt die Asymptotenrichtung. Nicht bloss die Tangenten in den Hauptpunkten, sondern auch die Tangente in einem beliebigen Punkte der Curve 3. Ordnung kann construirt werden: Sei P ein beliebiger Punkt des gegebenen Kegelschnittes und P^* sein entsprechender auf der Curve 3. Ordnung, so bestimmen A_1, A_2, A_3, P und die Tangente in P an den Kegelschnitt einen neuen Kegelschnitt, dem eine Gerade entspricht, die Tangente in P^* an die Curve 3. Ordnung.

Führen wir den Kegelschnitt statt durch A_1 durch A_2 oder A_3, so entspricht ihm ebenfalls eine Curve 3.

Ordnung, die in A_3, resp. in A_2 einen Doppelpunkt hat; diese Curven verhalten sich im Uebrigen ganz analog den vorigen. In Fig. 5 ist eine C_3 gezeichnet, die in A_3 einen Doppelpunkt und sonst 3 hyperbolische Aeste besitzt; in Fig. 6 eine, die in A_3 eine Spitze und die ∞ ferne Gerade zur Inflexionstangente hat. Im letzteren Fall ist der Punkt P, der die Inflexion im Unendlichen liefern soll, auf K^*_∞ beliebig angenommen worden; der Kegelschnitt K ist alsdann so zu wählen, dass er K^*_∞ in P osculirt, durch A_3 geht und $A_1 A_2$ berührt; solcher Kegelschnitte gibt es im Allgemeinen zwei, die man mittelst Collineation aus K^*_∞ ableiten kann: für P als Collineationscentrum und PA_3 als Collineationsaxe: Man zieht von dem Schnittpunkte der Geraden $A_3 P$ mit A_1 A_2 an K^*_∞ die zwei möglichen Tangenten und nimmt zu den Berührungspunkten derselben die entsprechend collinearen; dieselben liegen auf A_1 A_2 und sind die Berührungspunkte der zwei möglichen Kegelschnitte K mit A_1 A_2. Es mag noch bemerkt werden, dass je zwei der Schnittpunkte des gegebenen Kegelschnittes mit der ihm entsprechenden Curve 3. Ordnung auf einem Strahl aus A_1 liegen (siehe Fig. 5), weil sich dieselben involutorisch entsprechen. Bei den Schnittpunkten des gegebenen Kegelschnittes mit dem Polkegelschnitt fallen je diese zwei Schnittpunkte zusammen.

5) Der Kegelschnitt K gehe durch keinen der 3 Hauptpunkte.

Dann entspricht ihm eine Curve 4. Ordnung C^*_4, die in den 3 Hauptpunkten Doppelpunkte hat. Die Gleichung dieser Curve, sowie die Gleichungen der Tangenten in den Doppelpunkten sammt den Bedingungen ihres Reellseins sind früher schon in Gleichung 9) und 10) aufgestellt worden. Die Construction der Tangenten in den Doppel-

punkten, sowie in einem beliebigen Punkte der Curve 4. Ordnung ist analog derjenigen der Curve 3. Ordnung. Nimmt man ausser auf die Natur der drei Doppelpunkte noch Rücksicht auf die unendlich fernen Elemente, so kann man folgende verschiedene Curven 4. Ordnung erhalten:

I.	3	reelle	Knoten			
II.	2	„	„	1 Spitze		
III.	2	„	„	1 isolirter Doppelpunkt		
IV.	1	reeller	„	2 Spitzen		
V.	1	„	„	2 isolirte Doppelpunkte		
VI.	1	„	„	1 Spitze,	1 isolirter Doppelpunkt	
VII.	0	reelle	„	3 Spitzen		
VIII.	0	„	„	2 „	1 isolirter Doppelpunkt	
IX.	0	„	„	1 Spitze	2 isolirte Doppelpunkte	
X.	0	„	„		3 „	„

Jeder dieser 10 Hauptfälle kann dann noch folgende verschiedene unendlich ferne Elemente haben:

1)	4	hyperbolische	Aeste	
2)	2	„	„	
3)	0	„	„	
4)	2	„	„	1 parabolischer Ast
5)	0	„	„	2 parabolische Aeste
6)	1	„	„	die unendlich ferne Gerade zur Inflextg.
7)	0	„	„	1 Berührung 3. Ord. im Unendlichen.

In Fig. 8 ist der Hauptfall I mit 2 hyperbolischen und 1 parabolischen Ast gezeichnet; in Fig. 7 Hauptfall VI mit keinem reellen unendlich fernen Element.

Es mag hier noch bemerkt werden, dass die Tangenten von A_1 aus an den gegebenen Kegelschnitt K sich selbst entsprechen, also auch Tangenten an die entsprechende Curve 3. oder 4. Ordnung sind und dass den Tangenten von A_2 und A_3 aus an K resp. die Tangenten von A_3 und A_2 aus an die C^* correspondiren; dass man ferner

die Inflexionstangenten dieser Curven 3. Ordnung, sowie auch die Inflexions- und Doppeltangenten der Curven 4. Ordnung finden könnte als die entsprechenden Geraden zu den Kegelschnitten, welche durch A_1, A_2, A_3 gehen und den gegebenen Kegelschnitt osculiren resp. doppelt berühren.

Wie die Curven beschaffen sind, welche Curven von höherer als der 2. Ordnung entsprechen, übersieht man von jetzt ab leicht. Einer Curve der n. Ordnung entspricht eine solche von der Ordnung $2n$; diese hat A_1, A_2, A_3 zu $n$fachen Punkten mit leicht angebbaren Tangenten und kann in Gerade und Curven niedriger Ordnung zerfallen, je nach besonderer Beschaffenheit und Lage der gegebenen Curve n. Ordnung. — Es ist jetzt von grösserem Interesse, zu zeigen, wie eine allbekannte Beziehung als Specialfall aus dieser allgemeinen Beziehung hervorgeht, nämlich der Fall der reciproken Radien.

Specialfall der reciproken Radien.

Der Polkegelschnitt sei ein Kreis und die Gerade $A_2 A_3$ die ∞ ferne.

Das sich involutorisch entsprechende Dreieck $A_1 A_2 A_3$ besteht in diesem Fall aus dem Mittelpunkt des Kreises und den 2 unendlich fernen imaginären Kreispunkten. Um die Transformationsgleichungen für zwei sich entsprechende Punkte abzuleiten, gehen wir aus von den Gleichungen der allgemeinen Reciprocität:

$$\xi'_1 = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3$$
$$\xi'_2 = a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3$$
$$\xi'_3 = a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3$$

und specialisiren dieselben für den Fall, wo der Ecke A_1

die gegenüberliegende Seite a_1 des Fundamentaldreieckes entspricht; den zwei andern Fundamentalecken A_2, A_3 entsprechen alsdann zwei Gerade durch A_1. Die Coordinaten von A_1, A_2, A_3 sind durch folgende Tabelle dargestellt:

	x_1	x_2	x_3
A_1	$\frac{h_1}{e_1}$	0	0
A_2	0	$\frac{h_2}{e_2}$	0
A_3	0	0	$\frac{h_3}{e_3}$

wobei h_i die von A_i ausgehende Höhe und e_i den senkrechten Abstand des Einheitspunktes von der Seite a_i des Fundamentaldreieckes bezeichnen. Hieraus ergeben sich für die entsprechenden Seiten a_1, a_2, a_3 folgende Coordinaten:

	ξ_1	ξ_2	ξ_3
a_1	$a_{11}\frac{h_1}{e_1}$	$a_{21}\frac{h_1}{e_1}$	$a_{31}\frac{h_1}{e_1}$
a_2	$a_{12}\frac{h_2}{e_2}$	$a_{22}\frac{h_2}{e_2}$	$a_{32}\frac{h_2}{e_2}$
a_3	$a_{13}\frac{h_3}{e_3}$	$a_{23}\frac{h_3}{e_3}$	$a_{33}\frac{h_3}{e_3}$

Nun besteht aber infolge unserer Voraussetzungen folgende Tabelle:

	ξ_1	ξ_2	ξ_3
a_1	$\frac{h_1}{\varepsilon_1}$	0	0
a_2	0	α_2	β_2
a_3	0	α_3	β_3

Daraus folgt: $a_{21} = a_{31} = a_{12} = a_{13} = 0$ und demnach lauten die Gleichungen der Reciprocität:

$$\begin{aligned} \xi'_1 &= a_{11}\, x_1 \\ \xi'_2 &= a_{22}\, x_2 + a_{23}\, x_3 \\ \xi'_3 &= a_{32}\, x_2 + a_{33}\, x_3. \end{aligned}$$

Die zwei Geraden, welche einem Punkte P von den Coordinaten y_i in doppelter Auffassung entsprechen, haben somit die Gleichungen:

$$\begin{aligned} a_{11}\, y_1\, x_1 + (a_{22}\, y_2 + a_{23}\, y_3)\, x_2 + (a_{32}\, y_2 + a_{33}\, y_3)\, x_3 = 0 \\ a_{11}\, y_1\, x_1 + (a_{22}\, y_2 + a_{32}\, y_3)\, x_2 + (a_{23}\, y_2 + a_{33}\, y_3)\, x_3 = 0 \end{aligned}$$

und hieraus ergeben sich als die Coordinaten des dem Punkte P doppelt-conjugirten Punktes P^* folgende Werthe:

$$x_1^* : x_2^* : x_3^* = [a_{22} y_2^2 + (a_{23} + a_{32}) y_2 y_3 + a_{33} y_3^2] : - a_{11} y_2 : - a_{11} y_3.$$

Indem wir nun weiter annehmen, a_1 sei die ∞ ferne Gerade, führen wir rechtwinkelige Cartesische Coordinaten ein und setzen daher:

$$\frac{x_2^*}{x_1^*} = x^*; \quad \frac{x_3^*}{x_1^*} = y^*$$

dann bekommen wir:

$$x^* = \frac{-a_{11}\, x}{a_{22}\, x^2 + (a_{23} + a_{32})\, xy + a_{33}\, y^2}$$

$$y^* = \frac{-a_{11}\, y}{a_{22}\, x^2 + (a_{23} + a_{32})\, xy + a_{33}\, y^2}.$$

Die Gleichung des Polkegelschnittes lautet in diesem Falle:

$$a_{11} + a_{22}\, x^2 + a_{33}\, y^2 + (a_{23} + a_{32})\, xy = 0.$$

Derselbe hat den Coordinatenanfangspunkt zum Mittelpunkte; soll er in einen Kreis übergehen vom Radius r, so muss:

$$a_{23} + a_{32} = 0; \; a_{22} = a_{33}; \; \frac{a_{11}}{a_{22}} = -r^2 \text{ sein.}$$

Dann ist:

$$\left.\begin{aligned} x^* &= r^2 \cdot \frac{x}{x^2 + y^2} \\ y^* &= r^2 \cdot \frac{y}{x^2 + y^2} \end{aligned}\right\}$$

und diess sind die Transformationsgleichungen der Theorie der reciproken Radien.

Wir sehen, dass die Theorie der reciproken Radien aus der Theorie zweier doppelt conjugirten Punkte in der allgemeinen Reciprocität hervorgeht, wenn wir annehmen, der Polkegelschnitt sei ein Kreis und A_1 sein Mittelpunkt.

Wir werden nur noch kurz zeigen, wie der Zusammenhang zwischen zwei entsprechenden Punkten in der Theorie der reciproken Radien als Specialfall aus unserer allgemeinen Beziehung hervorgeht:

Dem Mittelpunkt des Kreises (Fig. 9) entsprechen alle Punkte der ∞ fernen Geraden. Die Geraden durch A_1 entsprechen sich selbst; auf einer solchen bilden die entsprechenden Punkte zwei involutorische Reihen, deren Doppelpunkte die Schnittpunkte mit dem Kreise sind. Wir finden also zu jedem Punkte den entsprechenden als den 4. harmonischen zu ihm in Bezug auf die Schnittpunkte des entsprechenden Radius mit dem Kreise; derselbe wird natürlich durch die Polare des angenommenen Punktes in Bezug auf den Kreis herausgeschnitten. Daraus folgt, dass das Innere des Kreises auf den äussern Theil der Ebene abgebildet wird und umgekehrt. Einer beliebigen Geraden g entspricht ein Kreis durch A_1 mit einer Tangente in A_1 parallel zu g. Fällen wir von A_1 das Perpendikel auf g und bestimmen zu dem Fusspunkte P die Polare p, so schneidet dieselbe den entsprechenden Punkt P^* zu P heraus, $A_1 P^*$ ist dann der Durchmesser des der Geraden g entsprechenden Kreises; daraus folgt: Allen Geraden g, die einen zum Polkreis concentrischen Kreis umhüllen,

entsprechen congruente Kreise, deren Mittelpunkte ebenfalls auf einem Kreise vom Mittelpunkte A_1 liegen. Einem Strahlenbüschel vom Scheitel P entspricht ein Kreisbüschel mit den zwei Grundpunkten A_1, P^*. Dem Strahl $A_1 P$ entspricht der grösste und dem Lothe in P auf $A_1 P$ der kleinste Kreis des Büschels. Parallelen Geraden entsprechen Kreise, deren Mittelpunkte auf dem zu ihnen normalen Durchmesser liegen und welche den zu ihnen parallelen Durchmesser in A_1 berühren, etc. Einem Kegelschnitte durch $A_2\, A_3$ entspricht wieder ein solcher, d. h. einem Kreise entspricht wieder ein Kreis. Der Polkreis entspricht sich selbst Punkt für Punkt. Soll ein anderer Kreis der Ebene sich selbst entsprechen, so dass alle Strahlen durch A_1 aus ihm zwei entsprechende Punkte schneiden, so muss er nur durch zwei entsprechende Punkte gelegt werden; er schneidet somit den Polkreis stets reell und die Tangenten in den Schnittpunkten gehen durch A_1, d. h. er schneidet den Polkreis orthogonal und ist somit bestimmt, sobald wir seinen Mittelpunkt annehmen. Durch einen beliebigen Punkt der Ebene gehen unendlich viele Kreise, die sich selbst entsprechen, nämlich alle die, welche durch ihn und seinen entsprechenden Punkt gehen und die folglich ein Büschel bilden. Weil nun durch Transformation mittelst reciproker Radien der Winkel zwischen zwei Curven nicht geändert wird, so folgt, dass die Kreise des Büschels, welches zum vorigen conjugirt ist, sich unter einander entsprechen. Einem Strahlenbüschel entspricht, wie vorhin schon erwähnt worden, ein Kreisbüschel mit zwei reellen Grundpunkten; den concentrischen Kreisen, welche das Strahlenbüschel orthogonal schneiden, entspricht das zum vorigen conjugirte Kreisbüschel mit nicht reellen Grundpunkten.

Einem beliebigen Kegelschnitte durch A_1 entspricht eine Curve 3. Ordnung mit Doppelpunkt in A_1, die durch die imaginären Kreispunkte geht. Der Doppelpunkt in A_1 hat zwei reelle Tangenten, oder zusammenfallende oder imaginäre, je nachdem der Kegelschnitt eine Hyperbel, Parabel oder Ellipse ist. Dem Kegelschnitt:

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey = 0$$

entspricht die Curve 3. Ordnung:

$$(dx + ey)(x^2 + y^2) + r^2(ax^2 + by^2 + cxy) = 0.$$

Endlich entspricht einem beliebigen Kegelschnitt eine Curve 4. Ordnung, die A_1 zum reellen und die imaginären Kreispunkte zu imaginären Doppelpunkten hat.

Räumliche Systeme.

Die Beziehung zwischen zwei allgemeinen reciproken räumlichen Elementarsystemen ist bestimmt durch die Festsetzung von fünf Elementen des einen Systems, die fünf bestimmten Elementen des andern Systems projektivisch entsprechen, so dass keine vier Elemente des einen Systems einem ebenen Gebilde angehören. Man zeigt, dass ein sich involutorisch entsprechendes Tetraeder existirt, so beschaffen, dass jeder Ecke eine Ebene desselben entspricht und zwar in beiderlei Sinn der Beziehung, ob man den Punkt zu dem einen oder zu dem andern Systeme rechnet; jede Ecke liegt zudem auf der ihr entsprechenden Ebene.

Es seien A_1, A_2, A_3, A_4 die Ecken dieses Tetraeders (Fig. 10) und es entspreche im vorigen Sinne der Ecke A_1

die Ebene $A_1 A_2 A_4 \equiv \mathrm{A}_1$, so ist hierdurch die Zuordnung der drei übrigen Elementenpaare bereits bestimmt: z. B. dem Punkte A_2 kann dann nur entweder die Ebene $A_2 A_1 A_3$ oder $A_2 A_3 A_4$ entsprechen; die letztere ist es nicht, denn der Punkt A_2 liegt auf der Ebene A_1, also muss die entsprechende Ebene A_2 durch A_1 gehen; etc. Einer beliebigen Geraden im Raume, als Punktreihe aufgefasst, entspricht wieder eine Gerade, als Scheitelkante des Büschels von Ebenen, die den Punkten der Reihe entsprechen; so correspondiren die Kanten des windschiefen Vierseits $A_1 A_2 A_3 A_4 A_1$ des vorigen Tetraeders sich selbst, während die zwei gegenüberliegenden Kanten $A_1 A_3$, $A_2 A_4$ sich gegenseitig entsprechen. Bei dem Nachweise der Existenz dieses Tetraeders ergiebt sich, dass diese zwei Gegenkanten unter allen Umständen reell sind. Es gibt ferner ein einfaches Hyperboloid, die Polfläche P, dessen Punkte dadurch ausgezeichnet sind, dass durch jeden die zwei ihm in beiderlei Sinn der Beziehung entsprechenden Ebenen gehen; und ebenso ein einfaches Hyperboloid, die Polarfläche Π, dessen Tangentialebenen die zwei ihnen entsprechenden Punkte enthalten. Diese beiden Hyperboloide enthalten das windschiefe Vierseit $A_1 A_2 A_3 A_4 A_1$ und berühren somit die Ebenen des Tetraeders in den Ecken desselben. Setzen wir die Reellität des ganzen Tetraeders und damit auch der beiden Hyperboloide voraus, so können wir dasselbe zum Fundamentaltetraeder wählen, dann wird die Beziehung der zwei reciproken Systeme analytisch ausgedrückt durch die Gleichungen:

$$\text{I.} \quad \begin{cases} m\,\xi'_1 = a_{13} x_3; \; m\,\xi'_2 = a_{24} x_4; \; m\,\xi'_3 = a_{31} x_1; \; m\,\xi'_4 = a_{42} x_2; \\ n\,\xi_1 = a_{31} x'_3; \; n\,\xi_2 = a_{42} x'_4; \; n\,\xi_3 = a_{13} x'_1; \; n\,\xi_4 = a_{24} x'_2; \end{cases}$$

und die Gleichungen der Pol- und Polarfläche lauten:

$$\text{II.} \quad \begin{cases} P \equiv (a_{13} + a_{31})\, x_1 x_3 + (a_{24} + a_{42})\, x_2 x_4 = 0 \\ \Pi \equiv a_{24} a_{42} (a_{13} + a_{31})\, \xi_1 \xi_3 + a_{13} a_{31} (a_{24} + a_{42})\, \xi_2 \xi_4 = 0 \end{cases}$$

Einem beliebigen Punkte P von den Coordinaten y_1, y_2, y_3, y_4 entsprechen daher nach der Gleichung I) in beiderlei Sinn der Beziehung die zwei Ebenen:

$$\text{III.} \begin{cases} a_{13}y_3x_1 + a_{24}y_4x_2 + a_{34}y_1x_3 + a_{42}y_2x_4 = 0 \\ a_{31}y_3x_1 + a_{42}y_4x_2 + a_{13}y_1x_3 + a_{24}y_2x_4 = 0. \end{cases}$$

Dieselben schneiden sich in einer Geraden p^*, die wir die doppelt conjugirte Gerade zu dem Punkte P nennen. Durch Addition und Subtraktion der zwei Gleichungen III. ergeben sich die zwei neuen Gleichungen:

$$(a_{13} + a_{31})(y_3x_1 + y_1x_3) + (a_{24} + a_{42})(y_4x_2 + y_2x_4) = 0$$
$$(a_{13} - a_{31})(y_3x_1 - y_1x_3) + (a_{24} - a_{42})(y_4x_2 - y_2x_4) = 0.$$

Dieselben stellen zwei Ebenen dar, die durch p^* gehen; die erstere ist die Polarebene des Punktes P in Bezug auf die Polfläche und die letztere enthält die Schnittlinie der zwei Ebenen:

$$y_3x_1 - y_1x_3 = 0; \; y_4x_2 - y_2x_4 = 0.$$

Diese Gerade ist die gemeinsame Transversale t_y aus P zu den zwei Gegenkanten $A_1 A_3$, $A_2 A_4$ des sich involutorisch entsprechenden Tetraeders; es liegen somit diese Transversale und p^* in derselben Ebene und schneiden sich daher in einem Punkte P^*, der auch in der Polarebene von P in Bezug auf die Polfläche gelegen ist; die Untersuchung der Abhängigkeitsverhältnisse der zwei Punkte P und P^* bildet den zweiten Theil unserer Abhandlung als räumliches Analogon zum ersten.

Der entsprechende Punkt P^* zu P ist der Schnittpunkt der drei Ebenen:

$$y_3x_1 - y_1x_3 = 0$$
$$y_4x_2 - y_2x_4 = 0$$
$$a_{13}y_3x_1 + a_{24}y_4x_2 + a_{31}y_1x_3 + a_{42}y_2x_4 = 0.$$

Hieraus ergeben sich für die Coordinaten x_i des Punktes P^* folgende Werthe:

$$\text{IV.} \begin{cases} x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = k\, y_1 y_2 y_4 : \lambda\, y_1 y_2 y_3 : k\, y_2 y_3 y_4 : \lambda\, y_1 y_3 y_4 \\ \text{oder auch:} \\ x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \dfrac{k}{y_3} : \dfrac{\lambda}{y_4} : \dfrac{k}{y_1} : \dfrac{\lambda}{y_2}, \end{cases}$$

wobei $k = a_{24} + a_{42}$, $\lambda = -(a_{13} + a_{31})$ bedeuten.

Wie in der Ebene, so ist auch hier die Beziehung zwischen P und P^* eine involutorische.

Specielle Lagen des Punktes P.

I. P liege in einer Ecke, resp. in einer Ebene des Fundamentaltetraeders.

Nehmen wir z. B. an, P liege in A_1, so entspricht diesem Punkt in beiderlei Sinn der reciproken Beziehung die Ebene A_1 und folglich ist die doppelt conjugirte Gerade in derselben unbestimmt; die Transversale t_y durch A_1 zu A_1A_3, A_2A_4 liegt ebenfalls in A_1 und ist auch unbestimmt; es entspricht daher der Fundamentalecke A_1 irgend ein Punkt der Ebene A_1 und umgekehrt, irgend einem Punkte der Ebene A_1 entspricht der Punkt A_1; analog verhalten sich die drei andern Fundamentalecken gegenüber den ihnen entsprechenden Fundamentalebenen.

II. P liege in einer Tetraederkante.

Liegt P auf einer Kante des windschiefen Vierecks $A_1 A_2 A_3 A_4$, so entsprechen ihm alle Punkte derselben Kante, er entspricht sich somit auch selbst; gehört aber P einer der Gegenkanten A_1A_3, A_2A_4 an, so entsprechen ihm alle Punkte der resp. anderen Kante.

III. P liege auf der Polfläche.

Dann gehen die zwei ihm entsprechenden Ebenen durch ihn selbst hindurch, also auch die Schnittlinie p^*;

diese wird daher von der Transversalen t_y in P selbst getroffen, d. h. die Punkte der Polfläche entsprechen sich selbst.

IV. P liege auf einer beliebigen Ebene E.

Sei $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 = 0$ die Gleichung dieser Ebene, dann entspricht ihr infolge der Gleichung IV eine Fläche 3. Ordnung F_3 von der Gleichung:

$$\text{V.} \quad \alpha_1 k\, x_1 x_2 x_4 + \alpha_2 \lambda\, x_1 x_2 x_3 + \alpha_3 k\, x_2 x_3 x_4 + \alpha_4 \lambda\, x_1 x_3 x_4 = 0.$$

Dieselbe ist die bekannte rationale Fläche 3. Ordnung; sie enthält die sechs Kanten des Fundamentaltetraeders und besitzt daher in den vier Ecken derselben Knotenpunkte. Sie hat mit der Polfläche das windschiefe Vierseit $A_1 A_2 A_3 A_4$ gemeinsam und ausserdem noch einen Kegelschnitt, der durch die gegebene Ebene E aus der Polfläche geschnitten wird. Die Tangentenkegel 2. Grades dieser F_3 in den 4 Knotenpunkten A_1, A_2, A_3, A_4 haben resp. die Gleichungen:

$$\text{VI.} \quad \begin{cases} \alpha_2 \lambda\, x_2 x_3 + \alpha_1 k\, x_2 x_4 + \alpha_4 \lambda\, x_3 x_4 = 0 \\ \alpha_2 \lambda\, x_1 x_3 + \alpha_1 k\, x_1 x_4 + \alpha_3 k\, x_3 x_4 = 0 \\ \alpha_2 \lambda\, x_1 x_2 + \alpha_4 \lambda\, x_1 x_4 + \alpha_3 k\, x_2 x_4 = 0 \\ \alpha_1 k\, x_1 x_2 + \alpha_4 \lambda\, x_1 x_3 + \alpha_3 k\, x_2 x_3 = 0 \end{cases}$$

Specielle Lagen der Ebene E.

1) E enthalte eine Kante des windschiefen Vierseits $A_1 A_2 A_3 A_4$.

Geht z. B. E durch die Kante $A_1 A_2$, so sind in ihrer Gleichung $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ zu setzen und die Gleichung der F_3 lautet daher:

$$x_3 x_4 (\alpha_4 \lambda\, x_1 + \alpha_3 k\, x_2) = 0.$$

Sie zerfällt somit in drei Ebenen, von denen zwei die Fundamentalebenen A_1, A_2 sind, d. h. die Ebenen, welche den Ecken A_1, A_2 entsprechen; die dritte Ebene $E^* \equiv \alpha_4 \lambda x_1$

$+ \alpha_3 k x_2 = 0$ geht durch die Gegenkante $A_3 A_4$. Zwei solche Ebenen, wie E und E* nennen wir «entsprechende Ebenen». Während E das Ebenenbüschel von der Scheitelkante $A_1 A_2$ durchläuft, beschreibt E* ein dazu projektivisches Büschel von der Scheitelkante $A_3 A_4$; je zwei entsprechende Ebenen durchschneiden sich in einer Erzeugenden der Polfläche und diese entsteht somit als Erzeugniss dieser zwei Ebenenbüschel. Den zwei Ebenen A_1, A_2 entsprechen in diesem Sinn die zwei Ebenen A_4, resp. A_3. — Man sieht, wie man zu einer gegebenen Ebene E die entsprechende E* construiren kann: E schneidet die Polfläche ausser in $A_1 A_2$ noch in einer zweiten Erzeugenden, die $A_3 A_4$ trifft, und diese bestimmt mit der letzteren die Ebene E*. Entsprechend verhält es sich mit den Ebenenbüscheln durch die drei andern Kanten des windschiefen Vierecks.

2) E enthalte eine der zwei Gegenkanten $A_1 A_3$, $A_2 A_4$.

Geht E durch die Kante $A_2 A_4$, so sind $\alpha_2 = \alpha_4 = 0$ zu setzen und die Gleichung der entsprechenden F_3 lautet:

$$x_2 x_4 (\alpha_1 x_1 + \alpha_3 x_3) = 0.$$

F_3 zerfällt somit auch da in drei Ebenen: in die zwei Ebenen, welche den zwei Ecken A_2, A_4 entsprechen, und in die gegebene Ebene; die gegebene Ebene entspricht sich somit selbst, was auch von vorneherein schon geometrisch klar ist. Analog verhält es sich mit den Ebenen durch $A_1 A_3$.

Nach diesem können wir jetzt zu einem beliebigen Punkte sehr leicht seinen entsprechenden construiren: Wir legen von dem Punkte aus eine Ebene etwa nach der Kante $A_1 A_2$, construiren dazu die entsprechende; wo diese die Transversale t durch P zu $A_1 A_3$, $A_2 A_4$ schneidet, ist der entsprechende Punkt P^*. Es ist evident, dass man durch P^* ausser der Transversalen t nicht bloss eine,

sondern vier Ebenen mit derselben Leichtigkeit angeben kann.

3) E gehe nur durch eine Fundamentalecke z. B. durch A_1.

Dann ist $\alpha_1 = 0$ und somit

$$F_3 \equiv x_3 (\alpha_2 \lambda x_1 x_2 + \alpha_3 k x_2 x_4 + \alpha_4 \lambda x_1 x_4) = 0.$$

F_3 zerfällt somit in die Fundamentalebene A_1, die der Ecke A_1 entspricht und in einen Kegel zweiten Grades von der Spitze A_3, der die drei durch A_3 gehenden Kanten des Fundamentaltetraeders enthält. Die gegebene Ebene schneidet die Polfläche in einem durch A_1 gehenden Kegelschnitt; verbinden wir die Punkte desselben mit A_3, erhalten wir die Erzeugenden des vorigen Kegels. Diese Erzeugenden entsprechen den Strahlen der Ebene E durch A_1, denn ein solcher Strahl bestimmt mit $A_1 A_2$ und $A_1 A_4$ zwei Ebenen, denen zwei Ebenen resp. durch $A_3 A_4$, $A_3 A_2$ entsprechen und deren Schnittlinie die entsprechende Gerade zu der Schnittlinie der zwei erstern Ebenen ist. Es entspricht somit überhaupt dem Strahlenbündel vom Scheitel A_1 das Strahlenbündel vom Scheitel A_3; zwei entsprechende Strahlen schneiden sich auf der Polfläche. Wie die Ecken A_1, A_3, so verhalten sich auch gegenseitig die Ecken A_2, A_4. Man findet jetzt auch leicht, was einer beliebigen eine der sechs Kanten des Tetraeders schneidenden Geraden entspricht: Schneidet g z. B. die Kante $A_1 A_2$, so bestimmt sie mit $A_1 A_2$ eine Ebene, der eine Ebene durch $A_3 A_4$ entspricht; mit A_3 bestimmt g eine Ebene, der ein Kegel zweiten Grades von der Spitze A_1 correspondirt; dieser wird von der vorigen Ebene in einem Kegelschnitt getroffen, und dieser ist das Entsprechende zu der Geraden g. Wie A_3, so bestimmt auch A_4 mit g eine Ebene, der ein Kegel zweiten Grades von der Spitze A_2 entspricht; der Schnitt



dieses Kegels mit der vorigen Ebene muss denselben Kegelschnitt ergeben, wie vorhin. Diese zwei Kegel zweiten Grades haben somit einen Kegelschnitt gemeinsam und da sie ausserdem noch die gemeinsame Erzeugende $A_1 A_2$ besitzen, so müssen sie sich längs derselben berühren. Wenn somit zwei Ebenen, durch zwei verschiedene Ecken des Fundamentaltetraeders gelegt, durch denselben Punkt der gegenüberliegenden Kante gehen, so entsprechen ihnen zwei Kegel zweiten Grades, die sich längs dieser Kante berühren; der Rest ihrer Durchdringung, ein Kegelschnitt, entspricht der Schnittlinie der zwei Ebenen. Wenn g, statt eine der Seiten des Vierecks $A_1 A_2 A_3 A_4$ zu schneiden, eine der zwei Gegenkanten $A_1 A_3$, $A_2 A_4$ trifft, so bleibt das Vorige bestehend, nur entspricht dann die Ebene $A_1 A_3 g$ oder $A_2 A_4 g$ sich selbst.

Jede Ebene durch $A_1 A_3$ entspricht sich selbst und schneidet aus dem Fundamentaltetraeder ein Dreieck $A_{24} A_1 A_3$ heraus, so beschaffen, dass der Ecke A_{24} auf $A_2 A_4$ alle Punkte der gegenüberliegenden Seite und den Ecken A_1, A_3 alle Punkte der Seite $A_1 A_{24}$, resp. $A_3 A_{24}$ entsprechen. Ferner schneidet sie aus der Polfläche einen Kegelschnitt, der Punkt für Punkt sich selbst entspricht und die Seiten $A_1 A_{24}$, $A_3 A_{24}$ resp. in A_1 und A_3 berührt. Wir haben somit in einer solchen Ebene nichts anderes als unsere im 1. Theile behandelte Beziehung in einem ebenen System. Dasselbe gilt für Ebenen durch $A_2 A_4$.

Um auch die ebenen Systeme durch die Kanten des windschiefen Vierseits $A_1 A_2 A_3 A_4$ noch näher zu untersuchen, denken wir uns (Fig. 11) durch $A_1 A_2$ z. B. eine beliebige Ebene E gelegt, die ausser der Geraden $A_1 A_2$ aus der Polfläche noch eine zweite Erzeugende $A'_{12} A_{34}$ herausschneidet; dieser Ebene entspricht die Ebene $E^* \equiv A_3 A_4 A'_{12}$.

Den Ecken A_{34}, A_1 und A_2 auf E entsprechen resp. die Punkte der Geraden A_3A_4, $A_4A'_{12}$ und A_3A_{14} auf E* und umgekehrt den Ecken A'_{12}, A_3 und A_4 auf E* entsprechen resp. die Punkte der Geraden A_1A_2, A_2A_{34} und A_1A_{34} auf E. Die zwei Dreiecke $A_1A_2A_{34}$ und $A_4A_3A'_{12}$ stehen somit gegenseitig in derselben Beziehung wie das im ersten Abschnitt aufgetretene Dreieck $A_1A_2A_3$ für sich. Den Strahlen in E aus A_{34} entsprechen die Strahlen aus A'_{12} in E* und zwar gehen zwei sich entsprechende nach entsprechenden Punkten der projektivischen Reihen auf A_1A_2, A_3A_4, welche die Polfläche erzeugen; ferner, den Geraden aus A_1 in E entsprechen die Geraden aus A_3 in E* und je zwei entsprechende schneiden sich auf der Geraden $A'_{12}A_{34}$; analog sind auch A_2 und A_4 Scheitel perspektivischer Strahlenbüschel in E und E* für $A'_{12}A_{34}$ als perspektivische Axe. Man erhält somit am besten zu einem beliebigen Punkte P in E den entsprechenden Punkt P^* in E*, indem man zu den zwei Strahlen A_1P, A_2P die zwei entsprechenden A_3P^* und A_4P^* nimmt. Einem beliebigen Strahlenbüschel in E vom Scheitel P entspricht in E* ein Kegelschnittbüschel von den vier Grundpunkten A_3, A_4, A_{12}, P^* und analog umgekehrt; schneidet g die Seiten des Dreieckes $A_1A_{34}A_2$ in I, II, III, so sind die entsprechenden Geraden zu A_1 II, A_2 I, A_{34} III die Tangenten resp. in A_3, A_4, A_{12} an den der Geraden g entsprechenden Kegelschnitt. Man erhält so auch den Kegelschnitt, welcher der unendlich fernen Geraden der Ebene E und umgekehrt den Kegelschnitt, welcher der ∞ fernen Geraden der Ebene E* entspricht; mittelst dieser zwei Kegelschnitte kann man alsdann entscheiden über das Verhalten der ∞ fernen Elemente der zwei Ebenen. Man sieht, wie man durch Analogie aus dem ersten Abschnitt die ebenen

Systeme durch die Kanten des Vierseits $A_1A_2A_3A_4$ studiren kann. Einem beliebigen Kegelschnitt in E entspricht in E* eine Curve 4. Ordnung, die in $A_3A_4A_{12}$ Doppelpunkte mit leicht angebbaren Tangenten besitzt; geht der Kegelschnitt durch eine Ecke des Dreieckes $A_1A_2A_{34}$, entspricht ihm nur eine Curve 3. Ordnung mit einem Doppelpunkt und geht er durch zwei Ecken, entspricht ihm wieder ein Kegelschnitt durch zwei Ecken des Dreieckes $A_3A_4A_{12}$ etc.

Wir kehren wieder zurück zu dem Fall, wo die Ebene E (Fig. 12) nur durch die Fundamentalecke A_1 geht; dieselbe schneide die Seiten der gegenüberliegenden Seitenfläche des Tetraeders in den Punkten A_{23}, A_{24}, A_{34} und die Polfläche in einem Kegelschnitt K; dann ist die Gerade A_1A_{24} Tangente in A_1 an K; ist ferner A'_{12} der entsprechende Punkt zu A_{34} bezüglich der zwei projektivischen Reihen auf A_1A_2 und A_3A_4, so ist die Ebene $A_4A_{34}A'_{12}$ Tangentialebene an die Polfläche in A_{34} und schneidet die Ebene E längs der Tangente in A_{34} an den Kegelschnitt K; ebenso bestimmt sich die Tangente an K in A_{23}. Verbinden wir nun die Punkte und Tangenten von K durch Gerade resp. durch Ebenen mit A_3, erhalten wir die Erzeugenden, resp. die Tangentialebenen des Kegels zweiten Grades, welcher der Ebene E entspricht. Derselbe wird offenbar längs A_3A_1, A_3A_2, A_3A_4 von den Ebenen $A_3A_1A_{24}$, $A_3A_2A_{14}$, $A_3A_4A_{12}$ berührt. — Sei g eine beliebige Gerade in der Ebene E, so bestimmt sie ausser mit A_1 z. B. auch mit A_2 eine Ebene, der ebenfalls ein Kegel zweiten Grades von der Spitze A_4 entspricht; dieser und der vorige Kegel haben die Kante A_3A_4 gemeinsam und durchdringen sich daher noch in einer

durch die vier Tetraederecken gehenden Curve 3. Ordnung, welche der Geraden g entspricht. Den Ebenen A_3g und A_4g würden so auch noch zwei Kegel zweiten Grades von den Mittelpunkten A_1 und A_2 correspondiren; diese vier Kegel haben dieselbe Curve 3. Ordnung gemeinsam und je zwei von ihnen ausserdem noch eine Tetraederkante. Wir sehen somit: Einer beliebigen Geraden des Raumes entspricht eine Curve 3. Ordnung durch die vier Tetraederecken und sie kann als Durchdringung von zwei Kegeln zweiten Grades mit einer gemeinsamen Erzeugenden erhalten werden. Zur Construction der Tangenten der Curve dritter Ordnung in den vier Tetraederecken bedient man sich der Tangentialebenen z. B. der zwei Kegel von den Mittelpunkten A_3 und A_4 längs den Tetraederkanten, die sie enthalten.

Ist P ein beliebiger Punkt in der Ebene E und P^* sein entsprechender, so entspricht dem Strahlenbüschel vom Scheitel P in der Ebene E ein Büschel von Curven 3. Ordnung auf dem Kegel 2. Grades von dem Mittelpunkte A_3, welches A_1, A_2, A_3, A_4, P^* zu Grundpunkten hat. Den Geraden PA_1, PA_{23}, PA_{24}, PA_{34} entsprechen die degenerirten Curven des Büschels und zwar:

PA_1 die Gerade P^*A_3 und der Kegelschnitt, der durch die Ebene A_1 aus dem Kegel geschnitten wird; die Punkte des letzteren entsprechen alle dem Punkte A_1;

PA_{23} der Kegelschnitt, der durch die Ebene $A_1A_4P^*$ aus dem Kegel geschnitten wird und die Gerade A_2A_3, deren Punkte alle dem einzigen Punkte A_{23} entsprechen;

PA_{24} der Kegelschnitt, der durch die Ebene $A_2A_4P^*$ aus dem Kegel geschnitten wird und die Gerade A_1A_3, deren Punkte dem Punkte A_{24} entsprechen.

PA_{34} der Kegelschnitt, der durch die Ebene $A_1 A_2 P^*$ aus dem Kegel geschnitten wird und die Gerade $A_3 A_4$, deren Punkte dem Punkte A_{34} entsprechen.

Liegt der Scheitel P des Strahlenbüschels in A_1, dann entspricht jedem Strahl des Büschels eine Erzeugende des Kegels, die sich mit ihm auf dem Kegelschnitt trifft, den die Ebene E aus der Polfläche herausschneidet. Den Strahlen $A_1 A_{23}$, $A_1 A_{24}$, $A_1 A_{34}$ speciell entsprechen die Erzeugenden $A_3 A_2$, $A_3 A_1$, $A_3 A_4$; zu jeder von ihnen gehört dann noch als Ergänzung zur Curve dritter Ordnung der Kegelschnitt in der Ebene A_1, den sie aus dem Kegel herausschneidet.

Liegt P irgendwo auf der Geraden $A_1 A_{34}$, dann fällt P^* mit A_4 zusammen; die Curven 3. Ordnung berühren sich in A_4. Der Geraden PA_1 entsprechen die Erzeugende $A_3 A_4$ und der Kegelschnitt in der Ebene E; PA_{24} entsprechen die Erzeugende $A_3 A_1$ und der Kegelschnitt in der Ebene $A_2 A_4 P$; der Geraden PA_{23} endlich entsprechen die Erzeugende $A_3 A_2$ und ein Kegelschnitt durch A_1, A_4. Analog, wenn P auf einer der beiden Seiten $A_1 A_{23}$ oder $A_1 A_{24}$ liegt.

Liegt P auf der Geraden $A_{23} A_{34} A_{42}$, dann berühren sich die Curven 3. Ordnung in A_3; der Geraden $A_{23} A_{34} A_{42}$ selbst entsprechen die 3 Erzeugenden $A_3 A_2$, $A_3 A_1$, $A_3 A_4$; PA_1 entsprechen eine Erzeugende durch A_3 und der Kegelschnitt in der Ebene A_1.

Betrachten wir schliesslich noch einen Kegelschnitt K auf der durch A_1 gehenden Ebene E; derselbe schneide die Seiten $A_1 A_{24}$, $A_1 A_{23}$, $A_{23} A_{24} A_{34}$, $A_1 A_{34}$ resp. in den Punkten K_1^1, K_1^2; K_2^1, K_2^2; K_3^1, K_3^2; K_4^1, K_4^2. Nun bestimmt K mit den Ecken A_2, A_3, A_4 als den Mittelpunkten drei Kegel zweiten Grades, denen, wie analytisch sehr leicht

nachweisbar wäre, drei Kegel vierten Grades entsprechen resp. von den Mittelpunkten A_4, A_1, A_2 und den drei durch den betreffenden Mittelpunkt gehenden Tetraederkanten als Doppelerzeugende. Die Tangentialebenen an diese Kegel längs den Doppelerzeugenden sind leicht angebbar: z. B. der Kegel vierten Grades von dem Mittelpunkte A_1 hat längs $A_1 A_2$ die zwei Ebenen zu Tangentialebenen, welche den Ebenen $A_3 A_4 K_2^1$, $A_3 A_4 K_2^2$ entsprechen; längs $A_1 A_4$ die zwei Ebenen, welche den Ebenen $A_3 A_2 K_4^1$, $A_3 A_2 K_4^2$ entsprechen und längs $A_1 A_3$ die Ebenen $A_3 A_1 K_3^1$, $A_3 A_1 K_3^2$. Diese drei Kegel vierten Grades haben mit dem frühern Kegel zweiten Grades aus A_3 ausser einer jeweiligen Doppelerzeugenden dieselbe Curve 6. Ordnung gemeinsam, welche dem gegebenen Kegelschnitte K entspricht; dieselbe hat in den vier Tetraederecken Doppelpunkte; die Tangenten in ihnen entstehen als die Schnitte je einer Tangentialebene eines Kegels vierten Grades und des Kegels zweiten Grades. Durch specielle Lagen des Kegelschnittes kann die Curve 6. Ordnung in gerade Linien und Curven niedriger Ordnung degeneriren und die Doppelpunkte in den vier Tetraederecken können übergehen in Spitzen oder in isolirte Doppelpunkte.

4) E sei eine beliebige Ebene des Raumes.

Derselben entspricht, wie wir früher schon gesehen haben, eine Fläche dritter Ordnung, welche die sechs Kanten des Fundamentaltetraeders enthält. Die Ebene schneide die Tetraederkanten (Fig. 13) $A_i A_k$ resp. in den Punkten A_{ik}, dann sind die Tangentialkegel in den vier Knotenpunkten A_1, A_2, A_3, A_4 an die Fläche dritter Ordnung die Kegel zweiten Grades, welche resp. den Ebenen $A_3 A_{14} A_{24}$, $A_4 A_{12} A_{13}$, $A_1 A_{23} A_{24}$, $A_2 A_{13} A_{14}$ entsprechen; die Tan-

gentialebenen längs den Tetraederkanten an die Fläche dritter Ordnung stimmen überein mit den Tangentialebenen an diese Kegel und sind leicht angebbar. Den drei Diagonalen $A_{13}A_{24}$, $A_{12}A_{34}$, $A_{14}A_{23}$ des Vierseits, in welchem die Ebene E das Tetraeder schneidet, entsprechen wieder drei Gerade auf der Fläche dritter Ordnung und zwar entspricht die Gerade $A_{13}A_{24}$ sich selbst; sind ferner $A'_{34}, A'_{41}, A'_{12}, A'_{23}$ die Punkte, welche den Punkten $A_{12}, A_{23}, A_{34}, A_{41}$ bezüglich der projektivischen Reihen auf den Seiten des Viereckes $A_1 A_2 A_3 A_4$ entsprechen, so entsprechen den Geraden $A_{13}A_{34}$ und $A_{14}A_{23}$ resp. die Geraden $A'_{34}A'_{12}$ und $A'_{23}A'_{14}$. Diese drei Geraden $A_{13}A_{24}$, $A'_{34}A'_{12}$, $A'_{23}A'_{14}$ bilden ebenfalls ein Dreieck und bestimmen mit den sie schneidenden Tetraederkanten die Tangentialebenen in ihnen an die Fläche dritter Ordnung. Geht die Ebene E speciell durch zwei Erzeugende der Polfläche, so sind die Geraden $A'_{12}A'_{34}$ und $A'_{14}A'_{23}$ resp. mit $A_{12}A_{34}$ und $A_{14}A_{23}$ identisch, indem diese Erzeugenden sich selbst entsprechen.

Einem Strahlenbüschel vom Scheitel P in der Ebene E entspricht ein Büschel von Curven 3. Ordnung auf der Fläche 3. Ordnung, welches A_1, A_2, A_3, A_4, P^* zu Grundpunkten hat. Den sechs Geraden von P aus nach den Ecken des von der Ebene E aus dem Tetraeder geschnittenen Vierseits entsprechen die degenerirten Curven des Büschels und zwar:

PA_{12} die Ger. $A_1 A_2$ u. ein Kegelschn. i. d. Ebene $A_3 A_4 P^*$
PA_{23} „ „ $A_2 A_3$ „ „ „ „ „ „ $A_4 A_1 P^*$
PA_{34} „ „ $A_3 A_4$ „ „ „ „ „ „ $A_1 A_2 P^*$
PA_{41} „ „ $A_4 A_1$ „ „ „ „ „ „ $A_2 A_3 P^*$
PA_{13} „ „ $A_2 A_4$ „ „ „ „ „ „ $A_1 A_3 P^*$ (id. m. $A_1 A_3 P$.)
PA_{24} „ „ $A_1 A_3$ „ „ „ „ „ „ $A_2 A_4 P^*$ (id. m. $A_2 A_4 P$.)

Wir sehen, den sechs Strahlenbüscheln in der Ebene E, welche die sechs Ecken des Vierseits zu Scheiteln haben, entsprechen die Systeme von unendlich vielen Kegelschnitten auf der Fläche dritter Ordnung, welche in den Ebenen durch die sechs Tetraederkanten liegen. Die sechs Geraden von P aus nach den Ecken des Vierseits bilden drei Paare einer Involution; hierdurch ordnen sich die Strahlen des Büschels vom Scheitel P in eine Involution und somit auch die Curven dritter Ordnung, welche diesen Geraden entsprechen; den Doppelstrahlen des Strahlenbüschels entsprechen die Doppelcurven des Curvenbüschels. Einem Kegelschnittbüschel in der Ebene E entspricht ein Büschel von Curven 6. Ordnung auf der Fläche, welche die vier Tetraederecken zu Doppelpunkten haben; diese haben zwei verschiedene reelle Tangenten, oder zusammenfallende (Spitzen) oder zwei imaginäre, je nachdem der betreffende Kegelschnitt die Seiten des auf E gelegenen Vierseits schneidet, berührt oder gar nicht trifft. Der Schaar von Kegelschnitten, welche die Seiten des Vierseits berühren, entspricht somit eine Schaar von Curven 6. Ordnung, welche in den Tetraederecken Spitzen haben. Jede dieser Curven wird von jeder der vorigen Curven dritter Ordnung in zwei von den Tetraederecken verschiedenen Punkten getroffen, welche den Schnittpunkten des betreffenden Kegelschnittes mit der entsprechenden Geraden aus P entsprechen; nun gehen durch P zwei Kegelschnitte der Schaar: Es begegnet somit zweimal, dass sich eine Curve 3. Ordnung und eine Curve 6. Ordnung in P berühren. Geht der Kegelschnitt in E durch eine Ecke des Vierseits, z. B. durch A_{14}, sondert sich von der Curve 6. Ordnung die Gerade $A_1 A_4$ ab und es entspricht ihm noch eine Curve 5. Ordnung, die in A_2 und A_3 Doppelpunkte

hat. Geht der Kegelschnitt durch zwei Ecken, z. B. durch A_{14} und A_{24}, sondern sich die beiden Geraden A_1A_4 und A_1A_3 ab und es bleibt noch eine Curve 4. Ordnung übrig, die in A_2 einen Doppelpunkt hat etc. Geht weiter der Kegelschnitt durch drei Ecken des Vierseits, z. B. durch A_{12}, A_{13}, A_{14}, sondern sich die drei Geraden A_1A_2, A_2A_4, A_1A_4 ab und es bleibt noch eine ebene Curve 3. Ordnung übrig, die in A_3 einen Doppelpunkt besitzt. Endlich kann man die Tetraederkanten zu drei verschiedenen windschiefen Vierseiten gruppiren: $A_1A_2A_3A_4$, $A_1A_3A_2A_4$, $A_1A_3A_4A_2$. Geht nun ein Kegelschnitt in E durch die Schnittpunkte mit den Seiten des ersten Vierseits, sondern sich von der Curve 6. Ordnung diese vier Seiten ab und es bleibt noch ein Kegelschnitt übrig, der in einer Ebene durch $A_{13}A_{24}$ liegt; denn den Schnittpunkten des gegebenen Kegelschnittes mit dieser Geraden entsprechen wieder zwei Punkte auf ihr selbst. Geht der Kegelschnitt durch die Schnittpunkte mit den Seiten des zweiten oder dritten Vierseits, entspricht ihm ein Kegelschnitt durch die Gerade $A'_{12}A'_{34}$ oder $A'_{23}A'_{14}$. — Wir sehen also noch: den drei Kegelschnittbüscheln in E von den Grundpunkten: $A_{12}, A_{23}, A_{34}, A_{41}$; $A_{13}, A_{32}, A_{24}, A_{41}$; $A_{13}, A_{34}, A_{42}, A_{21}$ entsprechen die drei Systeme der unendlich vielen Kegelschnitte in den Ebenen resp. durch die Geraden $A_{13}A_{24}$, $A'_{12}A'_{34}$, $A'_{23}A'_{14}$.

Die Construction der Fläche 3. Ordnung F_3^∞, welche der unendlich fernen Ebene entspricht, giebt nichts wesentlich Besonderes; sie enthält ebenfalls die sechs Tetraederkanten; ferner die unendlich ferne Gerade $A_{13}A_{24}$ und noch zwei im Endlichen gelegene Gerade $A'_{12}A'_{34}$, $A'_{23}\,A'_{14}$, welche den zwei unendlich fernen Geraden $A_{34}A_{12}$, $A_{14}A_{23}$ entsprechen und Diagonalen des Parallelogramms sind, welches ihre Ebene, die zu den Kanten A_1A_3, A_2A_4 parallel ist,

aus dem Tetraeder herausschneidet. Ich begnüge mich hiermit, die Art und Weise der Analogie dieser räumlichen Beziehung zu der ebenen ins Licht gestellt zu haben und gehe zum Schlusse noch zu einem räumlichen Specialfall über.

Specieller Fall.

Wie im ersten Abschnitte die Theorie der reciproken Radien als Specialfall aus der allgemeinen Beziehung hervorgegangen ist, so fliesst als räumliches Analogon dazu aus unserer allgemeinen räumlichen Beziehung ein Specialfall, sobald wir eine Kugel als Polfläche voraussetzen. Sei $A_1 A_3$ (Fig. 14) ein Durchmesser dieser Kugel vom Radius r, so besitzt das sich involutorisch entsprechende Tetraeder der räumlichen Reciprocität als Ecken die zwei reellen Punkte A_1, A_3 und die zwei imaginären Kreispunkte A_2, A_4 auf der Stellung der Normalebene zu der Kante $A_1 A_3$; von diesem Tetraeder sind somit die zwei Gegenkanten $A_1 A_3$, $A_2 A_4$, sowie die zwei Ebenen $A_2 A_1 A_4$ und $A_2 A_3 A_4$ reell, d. h. die Tangentialebenen in A_1 und A_3 an die Polkugel. Man findet leicht, dass die Beziehung zweier doppelt conjugirten Punkte P und P^* ausgedrückt wird durch die Gleichungen:

$$x^* = x \cdot \frac{r^2 - z^2}{x^2 + y^2}$$

$$y^* = y \cdot \frac{r^2 - z^2}{x^2 + y^2}$$

$$z^* = z$$

wobei $A_1 A_3$ als die z Axe und die Normalebene zu $A_1 A_3$ durch den Mittelpunkt M der Kugel als die xy Ebene des Coordinatensystems aufgefasst werden. — Aus der allgemeinen Theorie geht nun für unseren Fall Folgendes hervor:

Dem Punkte A_1 entsprechen alle Punkte der Tangentialebene in ihm an die Polkugel; ebenso dem Punkt A_3 alle Punkte der Ebene A_3; irgend einem Punkte auf der Kante $A_1 A_3$ entsprechen alle Punkte der unendlich fernen Geraden $A_2 A_4$ und umgekehrt; die Punkte der Polkugel entsprechen sich selbst. Einer beliebigen Ebene E von der Gleichung $\xi x + \eta y + \zeta z + 1 = 0$ entspricht eine Fläche 3. Ordnung von der Gleichung: $(\zeta z + 1)(x^2 + y^2) + (\xi x + \eta y)(r^2 - z^2) = 0$; diese enthält A_1, A_3 und die zwei imaginären Kreispunkte A_2, A_4 zu Knotenpunkten. Geht die Ebene E durch $A_2 A_4$, zerfällt die Fläche 3. Ordnung in 3 Ebenen, in E selbst und in die zwei imaginären Ebenen $(x + yi)(x - yi) = 0$, welche den Kreispunkten entsprechen; analog, wenn E durch $A_1 A_3$ geht. Da nun zudem der entsprechende Punkt P^* zu P auf der Polarebene von P in Bezug auf die Polkugel liegt, so ergiebt sich die folgende Construction von P^* aus P: Wir fällen von P das Perpendikel auf $A_1 A_3$, auf diesem liegt P^*; er ist dann der vierte harmonische Punkt zu P in Bezug auf die zwei Schnittpunkte des Perpendikels mit der Polkugel, oder wenn diese imaginär sind, der Schnittpunkt des Perpendikels mit der Polarebene des Punktes P in Bezug auf die Polkugel. — Zwischen den Gebilden in einer beliebigen Ebene durch $A_1 A_3$ besteht die Beziehung des ersten Abschnittes für den Schnittkreis der Ebene mit der Polkugel als Polkegelschnitt und für $A_1 A_3 A_{24}$ als das sich involutorisch entsprechende Dreieck der Reciprocität. Zwischen den Gebilden in einer Ebene durch $A_2 A_4$ haben wir ferner nichts anderes als die Beziehung der reciproken Radien für den Schnittkreis der Ebene mit der Polkugel als Leitkreis; trifft die Ebene die Kugel nicht, so müssen wir zur Construction entsprechender Elemente die ganze

Kugel selbst zu Hülfe nehmen. (Reciproke Radien mit imaginärem Leitkreis.)

Geht E durch eine der beiden Ecken A_1 oder A_3, z. B. durch A_1, so ist in der allgemeinen Gleichung $\zeta = -\frac{1}{r}$ zu setzen und die Fläche 3. Ordnung, welche der Ebene entspricht, degenerirt in die Tangential-Ebene A_1 und in einen Kegel zweiten Grades von der Spitze A_3 und von der Gleichung $x^2 + y^2 + r(\xi x + \eta y)(r + z) = 0$. Dieser Kegel wird von der Ebene E in einem Kreise geschnitten, nämlich in demselben, den sie mit der Polkugel gemeinsam hat. Die zweite Schaar von Kreisschnittebenen des Kegels ist normal zur Kante $A_1 A_3$; diese Kreise entsprechen den Schnittlinien ihrer Ebenen mit der Ebene E. Die Tangentialebene des Kegels längs $A_1 A_3$ wird bestimmt durch die Tangente in A_1 an den Kreis, den E aus der Polkugel schneidet.

Von der Fläche 3. Ordnung, welche einer beliebigen Ebene E correspondirt, ist ein grosses Drahtmodell angefertigt worden. Sie besitzt in den zwei Knotenpunkten A_1, A_3 Tangentialkegel, welche resp. den Ebenen $A_3 a_1$ und $A_1 a_3$ entsprechen, wobei a_1, a_3 die Schnittlinien der Ebene E mit den Tangential-Ebenen in A_1 und A_3 an die Polkugel sind. Von dem Vierseit, in welchem E das Tetraeder $A_1 A_2 A_3 A_4$ schneidet, sind nur die zwei Seiten a_1, a_3, ferner die zwei Ecken A_{13}, A_{24} und von den drei Diagonalen nur die eine $A_{13} A_{24}$ reell. Einem Strahlenbüschel auf E vom Scheitel P entspricht auf der Fläche ein Büschel von Curven 3. Ordnung von den fünf Grundpunkten $A_1 A_2 A_3 A_4 P^*$. Dem Strahl PA_{13} entspricht die Gerade $A_2 A_4$ und ein Kegelschnitt in der Ebene $A_1 A_3 P$; ebenso entspricht der Geraden PA_{24} die Gerade $A_1 A_3$

und ein Kegelschnitt durch $P^* A_2 A_4$, also ein Kreis. Einem Kegelschnitt auf E entspricht auf der Fläche eine Curve 6. Ordnung, die A_1, A_3 zu reellen und A_2, A_4 zu imaginären Doppelpunkten hat. Geht der Kegelschnitt durch A_{13}, sondert sich von der Curve 6. Ordnung die unendlich ferne Gerade $A_2 A_4$ ab und es bleibt noch eine Curve 5. Ordnung übrig, die A_2, A_4 als einfache Punkte, A_1, A_3 als Doppelpunkte enthält; analog, wenn der Kegelschnitt durch A_{24} geht. Geht der Kegelschnitt durch die zwei imaginären Punkte A_{12}, A_{14} auf a_1, sondern sich die zwei imaginären Geraden $A_1 A_2$, $A_1 A_4$ ab und es bleibt noch eine Curve 4. Ordnung übrig, die A_3 zum Doppelpunkt, A_2, A_4 zu einfachen Punkten hat; analog, wenn der Kegelschnitt durch A_{32} und A_{34} geht. — Enthält der Kegelschnitt die drei Ecken A_{13}, A_{12}, A_{14}, sondern sich die drei Geraden $A_2 A_4, A_1 A_2, A_1 A_4$ ab und es bleibt daher noch eine Curve 3. Ordnung übrig, die in A_3 einen Doppelpunkt hat; analog, wenn der Kegelschnitt die drei Ecken A_{13}, A_{32}, A_{34} enthält. Geht endlich der Kegelschnitt durch die vier imaginären Punkte A_{12}, A_{14}, A_{32}, A_{34}, entspricht ihm wieder ein Kegelschnitt auf der Fläche 3. Ordnung und zwar in einer Ebene durch die Gerade $A_{13} A_{24}$, die ganz auf der Fläche liegt. Fig. 15 stellt die Haupttypen der Kegelschnitte durch $A_{12}, A_{14}, A_{32}, A_{34}$ dar; denselben entspricht die Schaar von Kegelschnitten auf der Fläche 3. Ordnung in Ebenen durch $A_{13} A_{24}$. Eine zweite Schaar von Kegelschnitten der Fläche 3. Ordnung liegt in den Ebenen durch $A_1 A_3$, welche den Strahlen des Büschels vom Scheitel A_{13} auf E entsprechen. Eine dritte Schaar von Kegelschnitten auf F_3 besteht aus lauter Kreisen in Ebenen durch $A_2 A_4$, denen die Strahlen auf E durch A_{24} entsprechen.

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

L. Beobachtungen der Sonnenflecken im Jahre 1879, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres; Bestimmung der Minimumsepochen für Sonnenflecken und Variationen, sowie Vergleichung derselben; Tafel der von 1749—1876 beobachteten Relativzahlen; neue Bestätigung des parallelen Ganges von Nordlicht- und Sonnenflecken-Häufigkeit; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur.

Die Häufigkeit der Sonnenflecken konnte von mir 1879 an 280 Tagen vollständig und mit dem seit Jahren dafür gebrauchten $2^{1}/_{2}$ füssigen Pariser-Fernrohr oder auf Excursionen mit einem annähernd äquivalenten Münchener-Fernrohr, — und noch an 7 Tagen bei bewölktem Himmel wenigstens theilweise beobachtet werden; diese sämmtlichen Beobachtungen sind unter Nr. 410 der Literatur eingetragen, und die 280 vollständigen derselben wurden unter Anwendung des frühern Factors 1,50 zur Bildung einer ersten Reihe von Relativzahlen verwendet. Ausser denselben lagen noch die unter Nr. 411 gegebenen 256 und 83 Beobachtungen vor, welche meine beiden Assistenten Alfred Wolfer und Robert Billwiller, der Erste an dem Frauenhofer'schen Vierfüsser der Sternwarte bei Vergrösserung 64, der Letztere mit einem ihm zugehörenden, etwas kleineren Fernrohr erhalten hatten; ihre Vergleichung mit der Reihe meiner Relativzahlen ergab mir für das erste Semester

Sonnenflecken-Relativzahlen im Jahre 1879. Tab. I.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.	XII.
1	0	0	0	0	0	0	21	0	16*	8	0	9
2	3*	0	0	0	0	0	25	0	14	11	0*	17
3	0	0*	0	0	0	0	32	0	14	15	0	13
4	4	0	0	0	0	4	18	0	11	0	4	15*
5	0	0*	0	0	0	17	4	0	13	0	13	9*
6	0	0	0	0	0	4	4	0	16	0	13	1*
7	0	0	0	0	9*	0	0	0	11	7	37*	0
8	0*	0	0	0	12*	0	5	0	0	16	38	0
9	0*	0	0	0	10	0	5	0*	0	22	37	12
10	0	0	0	0	7	8	15	17*	0	26	37	4
11	0	0*	0	6*	16	4	20	20	3	22	24	0
12	0	0	0	6*	16	0	16	34	4	24	17	0
13	0	0*	0	15	4	0	16	28	0	33	22	0
14	0	8*	0	16	0	0	14	21	0	35	16	0
15	0	8*	0	18	0	0	12	7	0	23*	17	0
16	0	0	0	25	0	0	12	2*	0	3*	13*	0
17	0*	0	0	22*	0	0	4	0	0	24	11*	21
18	0	0	0	20	0	0	0	0	3	30*	8*	16
19	0	0	0	11	0	0	0	0	0	27*	0	18
20	0*	0	0	12	0	0	0	0	0	24*	0	14*
21	0*	0	0	16	0	0	0	0	0	18	0	15*
22	0*	0*	0*	12	0	0*	0*	0	0	12	0	13
23	0	0*	0*	8	0	0	0	18	5	0	0	12
24	0	0	0*	0	0*	0	0	22	12	0	0*	14
25	0	0*	0	0	0	0	3	20	12*	0	0*	16
26	0	0	0	0	0	13	0	13	12*	0	18	0*
27	0*	0	0	0	0	22	0	26	14*	0*	14*	0*
28	5*	0	0*	0*	0	27	5	27	6	0*	16	4
29	0		0	0	0	23	3	36	11*	0*	24*	3*
30	5*		0	0	0	21	0	27	5	0	14*	0
31	14		0		0		0	15		0*		0
Mittel	0,8	0,6	0,0	6,2	2,4	4,8	7,5	10,7	6,1	12,3	12,9	7,2

aus 119	Vergl.	für Hrn.	Wolfer	den	Factor	0,65
„ 34	„	„ „	Billwiller	„	„	1,73

und für das zweite Semester

aus 119	Vergl.	für Hrn.	Wolfer	den	Factor	0,69
„ 45	„	„ „	Billwiller	„	„	0,77

Mit diesen Factoren wurde für jeden der beiden Hülfsbeobachter ebenfalls eine Reihe von Relativzahlen aufgestellt, — sodann aus den sämmtlichen drei Reihen eine Mittelreihe gebildet, und dieselbe ohne weitere Bezeichnung in die beigegebene Tafel der Relativzahlen (Tab. I) eingetragen. Es blieben so im ersten Semester noch 32, im zweiten Semester 36 Tage zum Ausfüllen, und hiefür wurden nunmehr in folgender Weise die Reihen verwendet, welche ich der gefälligen Mittheilung aus Madrid, Athen, Palermo, Washington, Peckeloh, Moncalieri, Leipzig und Rom verdanke, und in Nr. 414, 413, 423, 426, 419, 422, 418 und 425 vollständig mitgetheilt habe. Für diese 8 Reihen wurden für jedes Semester und für jeden Beobachtungsort durch Vergleichung mit der Zürcher-Reihe die Reductionsfactoren abgeleitet, und zwar ergab sich für das

erste	Semester	aus	126	Vergl.	für	Madrid	der	Factor	0,58
„	„	„	146	„	„	Athen	„	„	1,23
„	„	„	57	„	„	Palermo	„	„	1,07
„	„	„	122	„	„	Washington	„	„	0,87
„	„	„	119	„	„	Peckeloh	„	„	0,81
„	„	„	77	„	„	Moncalieri	„	„	2,36
„	„	„	79	„	„	Leipzig	„	„	1,04
„	„	„	90	„	„	Rom	„	„	0,81[1]

[1]) Für das erste Semester waren für Rom neben den Gruppenzahlen nur Flächen gegeben, und so der in Nr. 49 abgeleitete Factor überzutragen.

zweite Semester aus	100	Vergl.	für	Madrid	der	Factor	0,66
„ „ „	140	„	„	Athen	„	„	1,41
„ „ „	15	„	„	Palermo	„	„	0,81
„ „ „	95	„	„	Washington	„	„	0,95[2])
„ „ „	125	„	„	Peckeloh	„	„	1,31
„ „ „	94	„	„	Moncalieri	„	„	1,70
„ „ „	86	„	„	Leipzig	„	„	1,08
„ „ „	119	„	„	Rom	„	„	0,95

Unter Anwendung dieser Factoren reducirte ich nun die 42 Beobachtungen von Madrid, die 64 B. von Athen, die 19 B. von Palermo, die 55 B. von Washington, die 42 B. von Peckeloh, die 26 B. von Moncalieri, die 19 B. von Leipzig und die 30 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 68 Tage fielen, und sie sämmtlich mehrfach deckten, und schrieb endlich in die beigegebene Tafel (Tab. I) die aus ihnen folgenden Mittelwerthe unter Beisetzung eines * ein. Letztere enthält ausserdem die Monatmittel, und aus diesen ergibt sich als mittlere Relativzahl des Jahres 1879

$$r = 6,0$$

welche in Zusammenstellung mit den Relativzahlen der Vorjahre

1864	1865	1866	1867	1868	1869	1870	1871
46,9	30,5	16,3	**7,3**	37,3	73,9	**139,1**	111,2
1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878	1879
101,7	66,3	44,6	17,1	11,3	12,3	**3,4**	6,0

auf den ersten Blick das Ueberschreiten der Minimumsepoche und die annähernde Länge der letzten Sonnenflecken-

---

[2]) Für Washington konnten für das 2. Semester nur die Monate Juli bis October benutzt werden, da die zwei letzten Monate bei Aufstellung dieser Factoren noch ausstanden. Seither sind sie ebenfalls eingegangen, ergaben jedoch für den Factor keine erhebliche Veränderung.

(Nr. 420 und 400), Prag (Nr. 415 und 394), München (Nr. 417 und 400), Moncalieri (Nr. 421 und 409) und Christiania (Nr. 424 und 394) bestimmten Monatsmittel der Variationen, so erhält man die in Tab. II unter Z eingeschriebenen Zunahmen der Variation von 1878 auf 1879, aus deren Vergleichung sich sofort ergibt, dass zum mindesten die mit * bezeichneten Bestimmungen von Montsouris und Moncalieri mit den übrigen so schlecht harmoniren[4]), dass es gerathen erscheint sie für die Berechnung der mittlern Werthe wegzulassen, und so sind sie auch wirklich für die Ermittlung der in der Columne «Mittel» eingetragenen Mittelwerthe unberücksichtigt geblieben. Zieht man von letztern Mittelwerthen die an den einzelnen Stationen bestimmten Werthe ab, so erhält man die Grössen *D*, welche entweder als lokale Verschiedenheiten oder als Bestimmungsunsicherheiten aufgefasst werden können, und so für das Jahr die in die Tafel eingetragenen Doppel-Werthe ergeben. Ich neige mich der Ansicht zu, dass die zweite Auffassung die richtigere sei, und dass somit unsere Variations-Beobachtungen im Allgemeinen noch nicht ganz die wünschbare Genauigkeit und Sicherheit haben, sondern im Jahresdurchschnitte noch eine Unsicherheit von mindestens

$$\pm 0',43$$

besitzen. Ich sage mindestens, weil ich für die Berechnung der $\pm 0,43$ die etwas fraglichen Werthe von Montsouris und Moncalieri ganz unberücksichtigt gelassen habe, ansonst ich $\pm 0,97$ erhalten hätte. Ich glaube hier-

[4]) Die Differenzen in Moncalieri mögen grossentheils mit den in Nr. 421 angemerkten Veränderungen am Declinometer zusammenhängen, — ob für die in Montsouris ähnliche Gründe vorliegen, ist mir unbekannt.

Zunahme der Variation von 1878 bis 1879. Tab. II.

Monat	Mailand		Montsouris		Wien		Prag	
	Z	D	Z	D	Z	D	Z	D
I.	0,81	0,09	0,55	0,35	1,60	-0,70	0,80	0,10
II.	0,56	-0,12	0,10	0,30	0,70	-0,26	-0,32	0,76
III.	0,90	0,08	0,95	0,03	1,41	-0,43	0,96	0,02
IV.	-0,32	-0,14	-0,90	0,44	-0,15	-0,31	-0,65	0,19
V.	1,29	-0,10	1,55	-0,36	1,09	0,10	0,61	0,58
VI.	1,17	-1,21	-0,50	0,46	-0,47	0,43	-0,33	0,29
VII.	0,86	-0,53	0,00	0,33	0,31	0,02	0,66	-0,33
VIII.	1,47	-0,38	1,70	-0,61	0,76	0,33	0,62	0,47
IX.	1,91	-1,38	-2,70*	3,23	0,40	0,13	0,46	0,07
X.	0,88	-0,04	-0,55*	1,39	1,14	-0,30	0,08	0,76
XI.	0,99	-0,32	-0,95*	1,62	0,50	0,17	0,83	-0,16
XII.	-0,20	0,57	-1,30*	1,67	0,34	0,03	0,44	-0,07
Jahr	0,86	-0,29 ±0,60	-0,17*	0,74 ±1,26	0,64	-0,07 ±0,33	0,35	0,22 ±0,41

Monat	München		Moncalieri		Christiania		Mittel	
	Z	D	Z	D	Z	D		
I.	0,47	0,43	0,70	0,20	1,39	-0,49	0,90	±0,16
II.	0,46	-0,02	1,22	-0,78	0,38	0,06	0,44	0,18
III.	0,41	0,57	1,42	-0,44	0,80	0,18	0,98	0,13
IV.	0,03	-0,49	1,31*	-1,77	-0,77	0,31	-0,46	0,15
V.	1,08	0,11	2,06	-0,87	0,62	0,57	1,19	0,19
VI.	-0,31	0,27	0,87	-0,91	-0,70	0,66	-0,04	0,28
VII.	,27	0,06	3,46*	-3,13	-0,10	0,43	0,33	0,15
VIII.	1,15	-0,06	4,70*	-3,61	0,83	0,26	1,09	0,17
IX.	-0,06	0,59	4,48*	-3,95	-0,04	0,57	0,53	0,36
X.	1,27	-0,43	3,39*	-2,55	0,82	0,02	0,84	0,20
XI.	0,48	0,19	0,83	-0,16	0,37	0,30	0,67	0,10
XII.	0,36	0,01	0,72	-0,35	0,55	-0,18	0,37	0,13
Jahr	0,47	0,10 ±0,34	2,10*	-1,53 ±2,05	0,35	0,22 ±0,39	0,57	±0,20

(Nr. 420 und 400), Prag (Nr. 415 und 394), München (Nr. 417 und 400), Moncalieri (Nr. 421 und 409) und Christiania (Nr. 424 und 394) bestimmten Monatsmittel der Variationen, so erhält man die in Tab. II unter Z eingeschriebenen Zunahmen der Variation von 1878 auf 1879, aus deren Vergleichung sich sofort ergibt, dass zum mindesten die mit * bezeichneten Bestimmungen von Montsouris und Moncalieri mit den übrigen so schlecht harmoniren[4]), dass es gerathen erscheint sie für die Berechnung der mittlern Werthe wegzulassen, und so sind sie auch wirklich für die Ermittlung der in der Columne «Mittel» eingetragenen Mittelwerthe unberücksichtigt geblieben. Zieht man von letztern Mittelwerthen die an den einzelnen Stationen bestimmten Werthe ab, so erhält man die Grössen *D*, welche entweder als lokale Verschiedenheiten oder als Bestimmungsunsicherheiten aufgefasst werden können, und so für das Jahr die in die Tafel eingetragenen Doppel-Werthe ergeben. Ich neige mich der Ansicht zu, dass die zweite Auffassung die richtigere sei, und dass somit unsere Variations-Beobachtungen im Allgemeinen noch nicht ganz die wünschbare Genauigkeit und Sicherheit haben, sondern im Jahresdurchschnitte noch eine Unsicherheit von mindestens

$$\pm 0',43$$

besitzen. Ich sage mindestens, weil ich für die Berechnung der $\pm 0,43$ die etwas fraglichen Werthe von Montsouris und Moncalieri ganz unberücksichtigt gelassen habe, ansonst ich $\pm 0,97$ erhalten hätte. Ich glaube hier-

[4]) Die Differenzen in Moncalieri mögen grossentheils mit den in Nr. 421 angemerkten Veränderungen am Declinometer zusammenhängen, — ob für die in Montsouris ähnliche Gründe vorliegen, ist mir unbekannt.



Tab. III.

Jahr		r'	Ausgeglichene Variationen					Mittel für Prag
			Prag	Christiania	München	Mailand	Wien	
1877	I.	13,1	6,22	5,45	6,85	6,00	5,74	6,45
	II.	12,6	6,19	5,43	6,76	5,96	5,70	6,41
	III.	12,7	6,21	5,42	6,79	5,75	5,68	6,37
	IV.	12,7	6,16	5,39	6,88	5,64	5,64	6,34
	V.	12,6	6,06	5,33	6,82	5,65	5,62	6,30
	VI.	12,5	5,98	5,25	6,68	5,67	5,61	6,24
	VII.	11,4	5,88	5,11	6.57	5,66	5,58	6,16
	VIII.	10,4	5,80	**5,01**	6,54	5,63	**5,53**	6,10
	IX.	10,1	5,74	**5,02**	6,54	5,63	**5,53**	6,09
	X.	9,8	5,73	5,10	6,54	5,62	5,57	6,11
	XI.	8,0	5,77	5,13	6,51	5,59	5,61	6,12
	XII.	7,1	5,79	5,15	6,49	5,58	5,66	6,14
1878	I.	6,5	5,78	5,20	6,48	5,58	5,70	6,15
	II.	6,0	5,73	5,20	6,46	5,54	5,72	6,13
	III.	5,3	5,69	5,22	6,45	5,46	5,75	6,12
	IV.	4,6	5,66	5,20	6,37	5,39	5,72	6,07
	V.	4,0	**5,64**	**5,14**	6,28	5,33	5,64	6,01
	VI.	3,4	**5,64**	5,16	**6,27**	**5,29**	**5,62**	**6,00**
	VII.	3,3	5,68	5,24	6,29	5,33	5,69	6,05
	VIII.	3,0	5,70	5,32	6,33	5,39	5,79	6,11
	IX.	2,4	5,73	5,37	6,37	5,45	5,87	6,16
	X.	2,3	5,74	5,37	6,39	5,48	5,93	6,18
	XI.	2,4	5,74	5,36	6,43	5,51	5,97	6,20
	XII.	**2,2**	5,75	5,36	6,47	5,62	5,99	6,24
1879	I.	2,5	5,77	5,33	6,46	5,70	5,99	6,25
	II.	3,2	5,82	5,36	6,52	5,80	6,03	6,31
	III.	3,7	5,86	5,39	6,57	5,94	6,08	6,37
	IV.	4,2	5,89	5,42	6,62	6,06	6,14	6,43
	V.	5,0	5,92	5,47	6,69	6,13	6,21	6,49
	VI.	5,7	5,98	5,51	6,73	6,17	6,25	6,53



nach annehmen zu dürfen, dass allerwenigstens ein grosser Theil der frühern $\pm$ 0',57 den Variationsbeobachtungen und nicht meiner Berechnung aus den Sonnenflecken anheimfallen dürfte. — Die Tab. III enthält in der mit *r'* überschriebenen Rubrik als Fortsetzung der in Nr. XLII für die Jahre 1749—1876 gegebenen Tafel der ausgeglichenen Relativzahlen und des in Nr. XLIX eingerückten Supplementes zu derselben, die ausgeglichenen Relativzahlen für 1877 I—1879 VI. Die kleinste derselben fällt auf Dezember 1878, und es ist daher für die Sonnenflecken

1878,9 als Minimumsepoche

zu bezeichnen. Dieselbe Tab. III enthält ferner für denselben Zeitraum die für Prag, Christiania, München, Mailand und Wien von mir durch Ausgleichung ausgemittelten Declinationsvariationen. Die Reihen für Prag, München und Mailand verlegen das Minimum entschieden auf Mai bis Juni 1878, — während dagegen sowohl Christiania als Wien ihr Hauptminimum auf August bis September 1877 setzen, und in Mai bis Juni 1878 nur ein secundäres Minimum haben. Um hieraus ein definitives Resultat abzuleiten, vereinigte ich die sämmtlichen fünf Reihen in folgender Weise zu einer Mittelreihe: Nach dem oben Mitgetheilten betragen die Constanten für

Prag	5,89	= 5,89
Christiania . .	4,62	= 5,89 — 1,27
München . . .	6,56	= 5,89 + 0,67
Mailand	5,05	= 5,89 — 0,84
Wien	5,31	= 5,89 — 0,58
also im Mittel		5,89 — 0,40

Ich hatte also um eine, gewissermassen auf Prag reducirte Mittelreihe zu erhalten, je für jeden Monat das gewöhnliche Mittel aus den fünf Angaben zu nehmen, und sodann

dieses um 0,40 zu vermehren. Auf solche Weise wurde die in Tab. III eingetragene Mittelreihe berechnet, welche nun den kleinsten Werth auf Juni 1878 verlegt, oder also für die magnetischen Declinations-Variationen

1878,5 als Minimumsepoche

ergibt. — Stellt man nun aber mit den soeben erhaltenen Minimums-Epochen für Sonnenflecken und Variationen, die in Nr. XLII für Erstere und in Nr. XLVI für Letztere erhaltenen nächst vorhergehenden Maximums- und Minimumsepochen zusammen, so erhält man für die

Sonnenflecken			Variationen		
Minimum	1867,2	3,4	Minimum	1866,8	4,0
Maximum	1870,6	8,3	Maximum	1870,8	7,7
Minimum.	1878,9		Minimum	1878,5	
Periode		11,7	Periode		11,7

Es ergibt sich also eine neue und glänzende Bestätigung dafür, dass die von mir, trotz allen Widersprüchen Anderer, fortwährend festgehaltene **Uebereinstimmung von Sonnenflecken und Variationen nach Länge und Verlauf der Periode** wirklich besteht, und ich zweifle nicht, dass John Allan Broun, wenn er noch leben würde, und sich bei meiner Auseinandersetzung in Nr. XLVI noch nicht beruhigt haben sollte, nunmehr ganz entschieden seine irrige Periode unbedingt aufgeben würde, — sowie ich auch nicht zweifle, dass Herr Faye die in seinen spätern Publicationen, auf Grund der irrigen Broun'schen Behauptungen, geäusserten Zweifel nunmehr fallen lassen und die Wahrheit dieser ältesten sicheren Thatsache der cosmischen Physik wieder wie früher voll anerkennen wird. Dass die beiden Minima der Variationen um 0,4 Jahre oder etwa 5 Monate früher eingetreten sind als die entsprechenden Minima der Sonnen-

flecken, ist ebenfalls ein ganz interessantes Ergebniss, das wahrscheinlich damit zusammenhängt, dass auch die Minima der Protuberanzen, mit welchen die Variationen noch directer als mit den Flecken selbst zusammenhängen dürften, um eine solche Zeit jenen vorausgingen. — Von verschiedenen Seiten aufgefordert nachträglich auch noch die, meinen in Nr. XLII gegebenen Tafeln der ausgeglichenen Relativzahlen für 1749—1876 zu Grunde liegenden Tafeln der direct aus den Beobachtungen hervorgegangenen mittlern monatlichen Relativzahlen zu publiciren, da bei manchen Detail-Untersuchungen Letztere den Erstern, in welchen manche Anomalien verwischt seien, vorzuziehen sein dürften, komme ich diesem Wunsche auf Tab. IV—VII nach. Diese Tafeln bedürfen wohl keiner weitern Erläuterung, — höchstens einer Angabe über die Bedeutung der für dieselben gewählten drei Schriften: Die grössere Schrift wurde für diejenigen Zahlen verwendet, welche auf so vielen Beobachtungen beruhen, dass sie auch bei nachträglicher Neu-Auffindung von bislang unbekannten Beobachtungsreihen kaum mehr eine erhebliche Veränderung erleiden dürften, — sie gibt also die eigentlichen Fixpunkte der Sonnenfleckencurve; die kleinere Schrift wurde dagegen für diejenigen Zahlen gewählt, welche zwar auch noch grossentheils auf Beobachtungen, aber doch zum Theil auch auf Interpolation beruhen (vergl. das darüber in Nr. XLII Mitgetheilte), und somit durch solche Neu-Auffindungen noch etwas abgeändert werden könnten, — jedoch kaum so, dass diese Veränderungen den Betrag der Jahresmittel wesentlich modificiren dürften; die fette Schrift endlich hebt die Maximal- und Minimal-Werthe hervor. Mögen auch diese Tafeln vielfache Anwendung finden, und mir dadurch die grosse Mühe vergolten werden,

welche sie mich gekostet haben. — Als ich durch die Güte von Herrn Rubenson, Director des meteorologischen Centralinstitutes für Schweden, die 1536 — 1799 beschlagende erste Hälfte seines «Catalogue des Aurores boréales observées en Suède depuis le 16me siècle jusqu'à l'année 1877 y comprise» erhielt, zählte ich in demselben sofort für die letzten Decennien des vorigen Jahrhunderts die Nordlicht-Tage ab, und da mir die erhaltenen Zahlen grosses Interesse zu besitzen schienen, so ersuchte ich Herrn Rubenson mir auch noch die entsprechenden Beträge für die ersteren Jahre des laufenden Jahrhunderts mitzutheilen, was er in freundlichster Weise für die Jahre 1800 bis 1815 besorgte. Ich habe in Tab. VIII in den Rubriken r und n für die Jahre 1785 — 1815 die Sonnenflecken-Relativzahlen und diese Nordlichtzahlen einander gegenübergestellt, und man sieht auf den ersten Blick wie schön die Maxima und Minima der beiden Reihen mit einander übereinstimmen. Im Detail zeigt dann allerdings der Gang der Nordlichtzahlen kleine Unregelmässigkeiten; aber darüber darf man sich nicht verwundern, da die Sichtbarkeit des Nordlichts nicht nur von seinem Vorhandensein, sondern auch von den Witterungsverhältnissen, sowie von der Aufmerksamkeit der Beobachter abhängt, und überdiess in der Zahl der Nordlichttage ein gar zu unvollkommenes Maass für die Intensität des Phänomens liegt. — Durchschnittlich wurden in Schweden von 1785—1815 jährlich $m = 46{,}3$ Nordlichttage aufgezeichnet, von welcher Mittelzahl jedoch, wie die mit $n—m$ überschriebene Rubrik zeigt, die einzelne Zahl im Mittel um volle $\pm 29{,}9$ abweicht. Nimmt man ein Jahr als Einheit der Abscissen, und trägt die n als Ordinaten auf, so erhält man eine Curve, welche ausser zwei stark hervortretenden Bergen und Thälern ein-

Beobachtete Relativzahlen. **Tab. IV.**

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1749	58,0	62,6	70,0	55,7	85,0	83,5	94,8	66,3	75,9	75,5	**158,6**	85,2	80,9
50	73,3	75,9	89,2	88,3	90,0	100,0	85,4	103,0	91,2	65,7	63,3	75,4	**83,4**
51	70,0	43,5	45,3	56,4	60,7	50,7	66,3	59,8	23,5	23,2	28,5	44,0	47,7
52	35,0	50,0	71,0	59,3	59,7	39,6	78,4	29,3	27,1	46,6	37,6	40,0	47,8
53	44,0	32,0	45,7	38,0	36,0	31,7	22,0	39,0	28,0	25,0	20,0	6,7	30,7
54	0,0	3,0	1,7	13,7	20,7	26,7	18,8	12,3	8,2	24,1	13,2	4,2	12,2
55	10,2	11,2	6,8	6,5	**0,0**	0,0	8,6	3,2	17,8	23,7	6,8	20,0	**9,6**
56	12,5	7,1	5,4	9,4	12,5	12,9	3,6	6,4	11,8	14,3	17,0	9,4	10,2
1757	14,1	21,2	26,2	30,0	38,1	12,8	25,0	51,3	39,7	32,5	64,7	33,5	32,4
58	37,6	52,0	49,0	72,3	46,4	45,0	44,0	38,7	62,5	37,7	43,0	43,0	47,6
59	48,3	44,0	46,8	47,0	49,0	50,0	51,0	71,3	77,2	59,7	46,3	57,0	54,0
60	67,3	59,5	74,7	58,3	72,0	48,3	66,0	75,6	61,3	50,6	59,7	61,0	62,9
61	70,0	91,0	80,7	71,7	107,2	99,3	94,1	91,1	100,7	88,7	89,7	46,0	**85,8**
62	43,8	72,8	45,7	60,2	39,9	77,1	33,8	67,7	68,5	69,3	77,8	77,2	61,1
63	56,5	31,9	34,2	32,9	32,7	35,8	54,2	26,5	68,1	46,3	60,9	61,4	45,1
64	59,7	59,7	40,2	34,4	44,3	30,0	30,0	30,0	28,2	28,0	26,0	25,7	36,3
1765	24,0	26,0	25,0	22,0	20,2	20,0	27,0	29,7	16,0	14,0	14,0	13,0	20,9
66	12,0	11,0	36,6	6,0	26,8	3,0	3,3	4,0	4,3	5,0	5,7	19,2	**11,4**
67	27,4	30,0	43,0	32,9	29,8	33,3	21,9	40,8	42,7	44,1	54,7	53,3	37,8
68	53,5	66,1	46,3	42,7	77,7	77,4	52,6	66,8	74,8	77,8	90,6	111,8	69,8
69	73,9	64,2	64,3	96,7	73,6	94,4	118,6	120,3	148,8	**158,2**	148,1	112,0	**106,1**
70	104,0	142,5	80,0	51,0	70,1	83,3	109,8	126,3	104,4	103,6	132,2	102,3	100,8
71	36,0	46,2	46,7	64,9	152,7	119,5	67,7	58,5	101,4	90,0	99,7	95,7	81,6
72	100,9	90,8	31,1	92,2	38,0	57,0	77,3	56,2	50,5	78,6	61,3	64,0	66,5
1773	54,6	29,0	51,2	32,9	41,1	28,4	27,7	12,7	29,3	26,3	40,9	43,2	34,8
74	46,8	65,4	55,7	43,8	51,3	28,5	17,5	6,6	7,9	14,0	17,7	12,2	30,6
75	4,4	**0,0**	11,6	11,2	3,9	12,3	1,0	7,9	3,2	5,6	15,1	7,9	**7,0**
76	21,7	11,6	6,3	21,8	11,2	19,0	1,0	24,2	16,0	30,0	35,0	40,0	19,8
77	45,0	36,5	39,0	95,5	80,3	80,7	95,0	112,0	116,2	106,5	146,0	157,3	92,5
78	177,3	109,3	134,0	145,0	**238,9**	171,6	153,0	140,0	171,7	156,3	150,3	105,0	**154,4**
79	114,7	**165,7**	118,0	145,0	140,0	113,7	143,0	112,0	111,0	124,0	114,0	110,0	125,9
80	70,0	98,0	98,0	95,0	107,2	88,0	86,0	86,0	93,7	77,0	60,0	58,7	84,8

Beobachtete Relativzahlen. Tab. V.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X	XI.	XII.	Mittel
1781	98,7	74,7	53,0	68,3	104,7	97,7	73,5	66,0	51,0	27,3	67,0	35,2	68,1
82	54,0	37,5	37,0	41,0	54,3	38,0	37,0	44,0	34,0	23,2	31,5	30,0	38,5
83	28,0	38,7	26,7	28,3	23,0	25,2	32,2	20,0	18,0	8,0	15,0	10,5	22,8
84	13,0	8,0	11,0	10,0	**6,0**	9,0	6,0	10,0	10,0	8,0	17,0	14.0	**10,2**
85	6,5	8,0	9,0	15,7	20,7	26,3	36,3	20,0	32,0	47,2	40,2	27,3	24,1
86	37,2	47,6	47,7	85,4	92,3	59,0	83,0	89,7	111,5	112,3	116,0	112,7	82,9
87	134,7	106,0	87,4	127,2	134,8	99,2	128,0	137,2	**157,3**	157,0	141,5	174,0	**132,0**
88	138,0	129,2	143,3	108,5	113,0	154,2	141,5	136,0	141,0	142,0	94,7	129,5	130,9
1789	114,0	125,3	120,0	123,3	123,5	120,0	117,0	103,0	112,0	89,7	134,0	135,5	118,1
90	103,0	127,5	96,3	94,0	93,0	91,0	69,3	87,0	77,3	84,3	82,0	74,0	89,9
91	72,7	62,0	74,0	77,2	73,7	64,2	71,0	43,0	66,5	61,7	67,0	66,0	66,6
92	58,0	64,0	63,0	75,7	62,0	61,0	45,8	60,0	59,0	59,0	57,0	56,0	60,0
93	56,0	55,0	55,5	53,0	52,3	51,0	50,0	29,3	24,0	47,0	44,0	45,7	46,9
94	45,0	44,0	38,0	28,4	55,7	41,5	41,0	40,0	11,1	28,5	67,4	51,4	41,0
95	21,4	39,9	12,6	18,6	31,0	17,1	12,9	25,7	13,5	19,5	25,0	18,0	21,3
96	22,0	23,8	15,7	31,7	21,0	6,7	26,9	1,5	18,4	11,0	8,4	5,1	16,0
1797	14,4	4,2	4,0	4,0	7,3	11,1	4,3	6,0	5,7	6,9	5,8	3,0	6,4
98	2,0	4,0	12,4	1,1	0,0	**0,0**	0,0	3,0	2,4	1,5	12,5	9,9	**4,1**
99	1,6	12,6	21,7	8,4	8,2	10,6	2,1	0,0	0,0	4,6	2,7	8,6	6,8
1800	6,9	9,3	13,9	10,2	5,0	23,7	21,0	19,5	11,5	12,3	10,5	40,1	15,3
01	27,0	29,0	30,0	31,0	32,0	31,2	35,0	38,7	33,5	32,6	39,8	48,2	34,0
02	47,8	47,0	40,8	50,0	53,0	55,0	57,0	58,0	65,2	56,5	65,5	64,0	55,0
03	66,0	67,0	68,0	69,0	71,0	72,0	73,0	64,0	75,0	76,0	77,0	77,0	71,2
04	77,0	75,0	**77,0**	77,0	77,0	76,0	74,0	72,0	71,0	71,2	67.0	63,0	**73,1**
1805	61,0	59,0	56,0	46,3	39,0	49,0	47,0	46,0	44,0	43,0	41,0	40,0	47,6
06	39,0	29,6	28,0	34,0	26,4	25,6	31,0	29,0	28,0	27,0	25,0	24,0	28,9
07	12,0	12,2	9,6	18,3	10,0	10,2	12,7	12,0	5,7	8,0	2,6	0,0	9,4
08	0,0	4,5	0,0	12,3	8,6	12,0	6,7	8,0	11,7	4,7	11,3	12,3	7,7
09	7,2	9,2	0,9	2,5	2,0	7,7	0,3	0,2	0,4	0,0	0,0	0,0	2,5
10	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	**0,0**	0,0	0,0	0,0	0,0	**0,0**
11	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	6,6	0,0	2,4	6,1	0,8	1,1	1,4
12	13,4	1 9	0,7	0,0	1,0	1,3	0,5	18,7	5,2	5,5	7,9	10,1	5,5

Beobachtete Relativzahlen. Tab. VI.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1813	0,0	10,3	1,9	16,6	5,5	10,7	15,7	8,4	18,2	30,5	16,7	19,6	12,8
14	22,2	12,0	5,7	23,1	5,8	14,9	18,5	2,3	11,9	21,5	14,5	20,1	14,4
15	19,2	32,2	26,2	31,6	9,8	55,9	35,3	47,2	31,5	33,5	37,2	65,0	35,4
16	26,3	68,8	78,7	58,8	44,3	43,6	38,8	28,1	49,3	56,4	38,2	30,6	**46,4**
17	36,5	55,2	107,0	25,9	19,2	39,9	47,4	45,4	35,8	25,2	36,5	23,9	41,5
18	35,1	18,9	22,1	35,7	53,1	36,1	28,1	30,9	27,4	33,2	13,3	25,8	30,0
19	34,4	20,7	3,7	20,2	18,4	35,7	33,9	25,8	14,9	27,5	25,1	30,6	24,2
20	13,0	26,6	3,6	18,5	29,3	10,8	22,8	26,3	5,2	8,7	7,9	8,2	15,0
1821	21,5	2,4	5,7	6,0	1,2	1,8	2,5	4,8	4,4	18,3	4,4	0,0	6,1
22	0,0	0,9	16,1	13,3	1,5	5,6	7,9	2,1	0,0	0,4	0,0	0,0	4,0
23	0,0	0,0	0,6	**0,0**	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0.0	0,0	20,4	**1,8**
24	21,6	10,8	0,0	20,0	2,8	0,0	0,0	1,4	20,5	25,2	0,0	0,8	8,6
25	5,0	16,1	14,9	0,4	15,0	15,4	30,9	25,4	16,3	14,4	11,5	22,5	15,6
26	17,7	18,2	38,2	23,7	32,4	37,1	52,5	39,6	18,9	51,0	38,3	64,5	36,0
27	34,3	46,0	56,0	46,0	55,5	56,7	42,9	53,7	49,6	57,2	48,2	46,1	49,4
28	52,8	64,4	65,0	61,1	89,1	98,0	54,3	76,4	50,4	34,7	57,0	46,9	62,5
1829	43,0	49,4	72,3	97,6	67,5	75,5	90,8	77,4	50,3	60,6	66,7	56,5	67,3
30	49,9	70,9	84,6	**107,1**	66,3	65,1	43,9	50,7	62,1	84,4	81,2	82,1	**70,7**
31	47,5	50,1	93,4	54,6	38,1	33,4	45,2	54,9	37,9	46,2	43,5	28,9	47,8
32	30,9	55,5	55,1	26,9	41,3	26,7	13,9	8,9	8,2	21,1	14,3	27,5	27,5
33	11,3	14,9	11,8	2,8	12,9	**1,0**	7,0	5,7	11,6	7,5	5,9	9,9	**8,5**
34	4,9	18,1	3,9	1,4	8,8	7,8	8,7	4,0	11,5	24,8	30,5	34,5	13,2
35	7,5	24,5	19,7	61,5	43,6	33,2	59,8	59,0	100,8	95,2	100,0	77,5	56,9
36	88,6	107,6	98,1	142,9	111,4	124,7	116,7	107,8	95,1	137,4	120,9	**206,2**	121,8
1837	188,0	175,6	134,6	138,2	111,3	158,0	162,8	134,0	96,3	123,7	107,0	129,8	**138,2**
38	144,9	84,8	140,8	126,6	137,6	94,5	108,2	78,8	73,6	90,8	77,4	79,8	103,1
39	107,6	102,5	77,7	61,8	53,8	54,6	84,7	131,2	132,7	90,8	68,8	63,6	85,8
40	81,2	87,7	55,5	65,9	69,2	48,5	60,7	57,8	74,0	49,8	54,3	53,7	63,2
41	24,0	29,9	29,7	42,6	67,4	55,7	30,8	39,3	35,1	28,5	19,8	38,8	36,8
42	20,4	22,1	21,7	26,9	24,9	20,5	12,6	26,5	18,5	38,1	40,5	17.6	24,2
43	13,3	**3,5**	8,3	8,3	21,1	10,5	9,5	11,8	4,2	5,3	19,1	12,7	**10,7**
44	9,4	14,7	13,6	20,8	12,0	3,7	21,2	23,9	6,9	21,5	10,7	21,6	15,0

Beobachtete Relativzahlen. **Tab. VII.**

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1845	25,7	43,6	43,3	56,9	47,8	31,1	30,6	32,3	29,6	40,7	39,4	59,7	40,1
46	38,7	51,0	63,9	69,2	59,9	65,1	46,5	54,8	107,1	55,9	60,4	65,5	61,5
47	62,6	44,9	85,7	44,7	75,4	85,3	52,2	140,6	161,2	**180,4**	138,9	109,6	98,4
48	159,1	111,8	108,9	107,1	102,2	123,8	139,2	132,5	100,3	132,4	114,6	159,9	**124,3**
49	156,7	131,1	96,5	102,5	80,6	81,2	78,0	61,3	93,7	71,5	99,7	97,0	95,9
50	78,0	89,4	82,6	44,1	61,6	70,0	39,1	61,6	86,2	71,0	54,8	60,0	66,5
51	75,5	105,4	64,6	56,5	62,6	63,2	36,1	57,4	67,9	62,5	50,9	71,4	64,5
52	68,4	67,5	61,2	65,4	54,9	46,9	42,0	39,7	37,5	67,3	54,3	45,4	54,2
1853	41,1	42,9	37,7	47,6	34,7	40,0	45,9	50,4	33,5	42,3	28,8	23,4	39,0
54	15,4	20,0	20,7	26,4	24,0	21,1	18,7	15,8	22,4	12,7	28,2	21,4	20,6
55	12,3	11,4	17,4	4,4	9,1	5,3	0,4	3,1	0,0	9,7	4,2	3,1	6,7
56	0,5	4,9	0,4	6,5	**0,0**	5,0	4,6	5,9	4,4	4,5	7,7	7,2	**4,3**
57	13,7	7,4	5,2	11,1	29,2	16,0	22,2	16,9	42,4	40,6	31,4	37,2	22,8
58	39,0	34,9	57,5	38,3	41,4	44,5	56,7	55,3	80,1	91,2	51,9	66,9	54,8
59	83,7	87,6	90,3	85,7	91,0	87,1	95,2	106,8	105,8	114,6	97,2	81,0	93,8
60	81,5	88,0	98,7	71,4	107,1	108,6	**116,7**	100,3	92,2	90,1	97,9	95,6	**95,7**
1861	62,3	77,8	101,0	98,5	56,8	87,8	78,0	82,5	79,9	67,2	53,7	80,5	77,2
62	63,1	64,5	43,6	53,7	64,4	84,0	73,4	62,5	66,6	42,0	50,6	40,9	59,1
63	48,3	56,7	66,4	40,6	53,8	40,8	32,7	48,1	22,0	39,9	37,7	41,2	44,0
64	57,7	47,1	66,3	35,8	40,6	57,8	54,7	54,8	28,5	33,9	57,6	28,6	46,9
65	48,7	39,3	39,5	29,4	34,5	33,6	26,8	37,8	21,6	17,1	24,6	12,8	30,5
66	31,6	38,4	24,6	17,6	12,9	16,5	9,3	12,7	7,3	14,1	9,0	1,5	16,3
67	**0,0**	0,7	9,2	5,1	2,9	1,5	5,0	4,9	9,8	13,5	9,3	25,2	**7,3**
68	15,6	15,8	26,5	36,6	26,7	31,1	28,6	34,4	43,8	61,7	59,1	67,6	37,3
1869	60,9	59,3	52,7	41,0	104,0	108,4	59,2	79,6	80,6	59,4	77,4	104,3	73,9
70	77,3	114,9	159,4	160,0	**176,0**	135,6	132,4	153,8	136,0	146,4	147,5	130,0	**139,1**
71	88,3	125,3	143,2	162,4	145,5	91,7	103,0	110,0	80,3	89,0	105,4	90,3	111,2
72	79,5	120,1	88,4	102,1	107,6	109,9	105,2	92,9	114,6	103,5	112,0	83,9	101,7
73	86,7	107,0	98,3	76,2	47,9	44,8	66,9	68,2	47,5	47,4	55,4	49,2	66,3
74	60,8	64,2	46,4	32,0	44,6	38,2	67,8	61,3	28,0	34,3	28,9	29,3	44,6
75	14,6	22,2	33,8	29,1	11,5	23,9	12,5	14,6	2,4	12,7	17,7	9,9	17,1
76	14,3	15,0	31,2	2,3	5,1	1,6	15,2	8,8	9,9	14,3	9,9	8,2	11,3

Nordlicht-Tafel. Tab. VIII.

Jahr	*r*	*n*	*n-m*	*n'*	*n-n'*	*n''*	*n-n''*	*n'-n''*
1785	24,1	34	-12,3	34	0	36	-2	-2
86	82,9	88	41,7	88	0	74	14	14
87	**132,0**	**100**	53,7	**100**	0	**106**	-6	-6
88	130,9	97	50,7	97	0	105	-8	-8
89	118,1	89	42,7	90	-1	97	-8	-7
1790	89,9	90	43,7	78	12	79	11	-1
91	66,6	54	7,7	67	-13	63	-9	4
92	60,0	64	17,7	53	11	60	-4	-7
93	46,9	29	-17,3	45	-16	51	-22	-6
94	41,0	35	-11,3	40	-5	47	-12	-7
1795	21,3	33	-13,3	37	-4	34	-1	3
96	16,0	37	-9,3	35	2	30	7	5
97	6,4	59	12,7	32	27	24	35	8
98	**4,1**	32	-14,3	30	2	23	9	7
99	6,8	**23**	-23,3	**28**	-5	**24**	-1	4
1800	15,3	29	-17,3	29	0	30	-1	-1
1801	34,0	32	-14,3	37	-5	42	-10	-5
02	55,0	65	18,7	55	10	56	9	-1
03	71,2	73	26,7	73	0	66	7	7
04	**73,1**	**94**	47,7	**94**	0	**68**	26	26
05	47,6	79	32,7	79	0	51	28	28
1806	28,9	59	12,7	59	0	39	20	20
07	9,4	41	-5,3	41	0	26	15	15
08	7,7	20	-26,3	27	-7	25	-5	2
09	2,5	20	-26,3	14	6	22	-2	-8
10	**0,0**	**2**	-44,3	**7**	-5	**20**	18	-13
1811	1,4	9	-37,3	9	0	21	-12	-12
12	5,5	8	-38,3	12	-4	24	-16	-12
13	12,8	18	-28,3	16	2	28	-10	-12
14	14,4	15	-31,3	21	-6	29	-14	-8
15	35,4	7	-39,3	29	-22	43	-36	-14
Mittel	40,7	46,3	±29,9	46,6	±8,5	46,6	±15,3	±11,0

zelne Unregelmässigkeiten zeigt. Gleicht man Letztere etwas aus, so erhält man eine neue Curve, deren Ordinaten in der Rubrik n' enthalten sind, und die, wie die Rubrik $n-n'$ zeigt, durchschnittlich von den beobachteten n um $\pm 8,5$ abweichen, was man sich durch Uebersehen einzelner Nordlichter, und ausnahmsweises Notiren sehr schwacher Erscheinungen in einzelnen Jahren gar leicht erklären kann. — Immerhin wird man sich jedoch zunächst an die Reihe der n, und nicht an die der n' zu halten haben, und so legte ich auch Erstere der Beantwortung der Frage zu Grunde, ob etwa für das Nordlicht eine den Variationsformeln entsprechende Formel

$$n = a + b \,.\, r$$

aufgestellt werden könnte. Unter Anwendung der 31 in Tab. VIII enthaltenen correspondirenden Werthe von n und r erhielt ich nach den bekannten Methoden

$$n = 20 + 0,651 \,.\, r$$

und berechnete sodann nach dieser Formel die in Rubrik n'' enthaltenen Werthe, welche, wie die Rubriken $n-n''$ und $n'-n''$ zeigen, von den beobachteten n durchschnittlich um $\pm 15,3$, von den ausgeglichenen n' sogar nur um $\pm 11,0$ abweichen. Es liegt darin, wie ich glaube, der Beweis, dass die Nordlichtzahlen nicht nur in ihren Extremen, sondern im grossen Ganzen auch in ihrem Gange überhaupt, mit den Sonnenflecken-Relativzahlen, sogar in diesem vorzugsweise schwierigen Zeitraum, ganz hübsch übereinstimmten, — und für mich jedenfalls die Aufforderung diese Untersuchung, sobald der Rubenson'sche Katalog ganz vorliegt, und ihm vielleicht auch noch ein entsprechender Katalog der in Norwegen notirten Nordlichter als Controle zur Seite steht, noch in ausgedehnterer Weise vorzunehmen.

Zum Schlusse mag noch eine Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur folgen:

398) H. Leppig, Beobachtungen der Sonnenflecken zu Leipzig in den Jahren 1875—1878. (Fortsetzung zu 307).

Herr Leppig hat (theils nach d. Astr. Nachr. 2224—26, theils nach brieflicher Mittheilung) in den Jahren 1875—78 in Fortsetzung seiner Beobachtungen folgende Zählungen erhalten:

1875			1875			1875			1875			1875		
I	10	1.2	III	23	2.10	V	19	0.0	VII	19	0.0	VIII	30	1.3
-	11	1.2	-	27	1.1	-	20	0.0	-	22	0.0	-	31	1.3
-	12	1.2	-	28	2.2	-	21	0.0	-	23	0.0	IX	2	0.0
-	17	2.4	IV	5	0.0	-	22	0.0	-	24	0.0	-	3	0.0
-	18	2.3	-	7	0.0	-	25	2.5	-	25	0.0	-	4	0.0
-	21	2.12	-	11	2.7	-	29	1.3	-	26	1.5	-	5	0.0
-	25	1.2	-	12	2.8	-	30	1.1	-	27	1.9	-	6	0.0
-	27	1.1	-	13	3.10	-	31	0.0	-	28	1.13	-	7	0.0
-	28	0.0	-	14	3.11	VI	1	1.2	-	29	1.10	-	8	0.0
II	4	1.5	-	16	2.9	-	2	1.7	-	30	1.12	-	9	0.0
-	6	1.5	-	17	2.9	-	3	1.7	VIII	2	2.7	-	10	1.1
-	12	0.0	-	20	2.4	-	4	2.9	-	4	2.5	-	11	2.3
-	13	1.1	-	21	2.5	-	5	2.8	-	5	2.3	-	12	1.1
-	14	0.0	-	23	1.1	-	7	2.7	-	6	1.3	-	13	0.0
-	15	0.0	-	24	2.2	-	9	1.5	-	7	0.0	-	14	1.1
-	18	1.1	-	25	2.3	-	12	0.0	-	8	0.0	-	15	1.3
-	19	2.3	-	26	2.4	-	14	0.0	-	9	0.0	-	16	1.2
-	20	2.8	-	27	2.12	-	15	0.0	-	10	0.0	-	17	0.0
-	22	2.7	-	29	3.16	-	16	1.7	-	11	0.0	-	18	0.0
-	23	3.8	-	30	3.18	-	17	1.5	-	12	0.0	-	19	0.0
-	24	3.8	V	1	2.13	-	21	1.5	-	13	0.0	-	20	0.0
-	25	3.11	-	2	2.8	-	22	2.8	-	14	0.0	-	21	0.0
-	27	3.8	-	3	2.8	-	23	2.12	-	15	0.0	-	23	0.0
-	28	3.5	-	4	2.7	-	28	3.8	-	16	0.0	-	24	0.0
III	1	3.5	-	5	2.7	-	29	3.8	-	17	0.0	-	25	0.0
-	3	2.8	-	6	1.3	-	30	3.6	-	18	0.0	-	26	1.5
-	5	2.6	-	8	1.1	VII	1	2.5	-	19	0.0	-	27	1.6
-	6	2.9	-	9	0.0	-	2	2.6	-	20	0.0	-	28	1.10
-	7	2.10	-	10	0.0	-	6	1.1	-	21	1.1	-	29	1.7
-	9	1.4	-	11	0.0	-	7	1.1	-	22	2.3	X	2	2.13
-	13	2.3	-	13	0.0	-	8	0.0	-	23	2.5	-	3	2.10
-	14	2.3	-	14	0.0	-	10	1.6	-	24	2.6	-	5	2.8
-	15	2.5	-	15	0.0	-	15	1.3	-	25	2.6	-	7	1.5
-	16	2.3	-	16	0.0	-	16	0.0	-	26	2.6	-	9	1.1
-	18	4.8	-	17	0.0	-	17	0.0	-	27	2.6	-	14	0.0
-	22	2.11	-	18	0.0	-	18	0.0	-	29	1.5	XI	2	1.1

1875		
XI	3	2.2
-	4	2.2
-	5	1.1
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	11	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
XII	7	0.0
-	9	0.0
-	16	1.1
-	19	2.7
-	20	2.6
-	23	3.8
-	24	1.4
-	25	1.2

1876		
I	2	0.0
-	5	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	20	4.9
-	24	2.8
-	25	2.11
-	26	2.9
-	27	2.2
-	28	1.1
-	30	0.0
-	31	1.1
II	1	1.1
-	2	1.1
-	4	1.1
-	8	1.3
-	9	1.3
-	11	1.2
-	12	1.3
-	13	1.2
-	19	1.3
-	20	1.6
-	21	1.6
-	23	0.0
-	24	0.0
III	1	2.7
-	7	1.1

1876		
III	10	1.1
-	11	1.1
-	13	2.5
-	14	2.5
-	16	3.17
-	18	3.8
-	23	5.12
-	24	3.14
-	28	2.2
-	29	2.2
-	30	2.4
-	31	0.0
IV	1	0.0
-	2	0.0
-	5	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	1.1
-	13	2.10
-	14	3.14
-	18	2.7
-	20	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
V	4	0.0
-	6	0.0
-	8	1.4
-	9	1.3
-	10	1.5
-	11	1.2
-	13	1.2
-	14	1.1
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	27	1.1
-	28	1.1
-	29	0.0
-	30	0.0

1876		
V	31	0.0
VI	1	0.0
-	2	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	9	0.0
-	14	0.0
-	16	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	1.1
-	22	1.1
-	23	1.1
-	24	1.1
-	25	1.2
-	26	1.3
-	28	1.2
-	29	1.3
VII	2	1.5
-	3	2.12
-	4	1.6
-	5	1.6
-	6	2.7
-	7	3.9
-	8	2.5
-	9	2.5
-	13	0.0
-	14	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0
-	20	2.4
-	22	2.2
-	23	2.2
-	24	1.1
-	25	1.1
-	26	1.2
-	27	1.4
-	28	1.2
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
VIII	1	0.0
-	3	0.0

1876		
VIII	4	0.0
-	5	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	1.4
-	17	1.7
-	18	1.7
-	19	1.10
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	1.3
-	23	1.10
-	26	1.6
-	27	1.6
-	30	1.4
IX	2	1.15
-	3	1.17
-	4	0.0
-	5	1.1
-	6	0.0
-	7	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	1.1
-	14	1.4
-	16	1.4
-	18	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	24	0.0
-	25	0.0
-	29	1.8
X	2	1.7
-	3	1.7
-	5	1.5
-	6	1.2
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0

1876		
X	10	0.0
-	12	1.14
-	13	1.14
-	14	1.12
-	15	1.14
-	16	1.6
-	17	1.2
-	18	1.2
-	19	1.8
-	22	1.4
-	23	1.7
-	24	1.7
XI	4	1.2
-	7	0.0
-	14	1.1
-	15	2.3
-	20	2.3
-	25	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	30	0.0
XII	5	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	21	1.5
-	26	1.1
-	27	1.1

1877		
I	2	0.0
-	6	1.11
-	8	1.2
-	12	2.5
-	15	2.6
-	17	2.12
-	18	2.17
II	1	1.2
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	8	1.1
-	15	1.2
-	16	1.2
-	17	1.1

1877			1877			1877			1877			1877		
II	20	0.0	V	15	1.1	VII	15	0.0	IX	12	2.6	XI	19	0.0
-	23	0.0	-	16	1.2	-	17	1.4	-	14	2.4	-	20	0.0
-	25	1.6	-	17	2.5	-	19	0.0	-	15	2.4	-	21	0.0
III	1	2.6	-	24	1.5	-	22	0.0	-	18	1.3	-	24	1.6
-	2	2.8	-	25	1.5	-	23	0.0	-	22	0.0	-	27	1.8
-	8	0.0	-	28	0.0	-	24	0.0	-	23	0.0	-	29	1.6
-	11	0.0	-	29	0.0	-	26	0.0	-	24	0.0	XII	4	1.1
-	12	0.0	-	31	0.0	-	29	0.0	-	26	1.1	-	7	0.0
-	13	0.0	VI	1	0.0	-	31	0.0 [1]	-	29	0.0	-	10	0.0
-	14	0.0	-	2	0.0	-	—	1.3 [1]	-	30	0.0	-	12	0.0
-	17	0.0	-	3	0.0	VIII	1	1.3	X	1	0.0	-	22	0.0
-	18	1.8	-	4	1.4	-	3	1.1	-	5	0.0	-	27	0.0
-	21	1.6	-	5	1.4	-	5	0.0	-	6	0.0	-	29	0.0
-	22	1.1	-	6	1.3	-	6	0.0	-	7	0.0	1878		
-	23	0.0	-	7	1.2	-	7	0.0	-	8	0.0			
-	25	1.1	-	8	1.5	-	10	0.0	-	9	0.0	I	5	0.0
-	27	0.0	-	9	1.5	-	11	0.0	-	10	0.0	-	8	0.0
-	28	0.0	-	10	1.7	-	12	0.0	-	11	0.0	-	10	0.0
IV	2	0.0	-	11	1.5	-	13	0.0	-	12	0.0	-	18	0.0
-	3	0.0	-	12	1.3	-	14	0.0	-	13	0.0	-	21	1.6
-	4	0.0	-	14	0.0	-	15	0.0	-	14	0.0	-	24	2.6
-	5	0.0	-	15	0.0	-	16	0.0	-	15	0.0	-	26	2.4
-	7	1.1	-	16	0.0	-	17	0.0	-	16	0.0	-	28	0 0
-	8	1.2	-	17	0.0	-	18	0.0	-	17	0.0	II	2	0.0
-	9	1.3	-	18	0.0	-	21	0.0	-	18	0.0	-	4	2.20
-	10	1.2	-	19	0.0	-	22	0.0	-	19	0.0	-	11	0.0
-	15	1.8	-	20	0.0	-	23	1.3	-	21	0.0	-	12	0.0
-	16	1.8	-	21	0.0	-	24	1.3	-	22	0.0	-	15	0.0
-	17	1.8	-	22	0.0	-	25	1.3	-	23	0.0	-	16	0.0
-	19	1.3	-	24	0.0	-	26	1.3	-	24	0.0	-	17	0.0
-	28	2.5	-	25	1.7	-	27	1.3	-	25	0.0	-	18	0.0
-	30	0.0	-	26	1.4	-	28	1.3	-	26	1.2	-	20	0.0
V	1	0.0	-	29	1.3	-	29	1.4	-	27	1.6	-	21	0.0
-	2	2.2	-	30	1.3	-	31	1.3	-	28	2.9	III	2	1.4
-	3	1.2	VII	4	1.6	IX	1	0.0	-	29	2.8	-	3	1.5
-	4	1.3	-	6	0.0	-	2	0.0	XI	1	2.12	-	4	1.4
-	5	1.1	-	7	0.0	-	3	0.0	-	4	2.9	-	5	1.3
-	6	2.2	-	8	0.0	-	6	1.5	-	5	2.7	-	6	0.0
-	7	2.2	-	9	0.0	-	8	1.3	-	6	2.6	-	9	0.0
-	9	2.4	-	11	0.0	-	9	1.5	-	7	1.1	-	10	1.1
-	11	2.5	-	13	0.0	-	10	1.5	-	12	0.0	-	12	1.5
-	14	1.1	-	14	0.0	-	11	2.6	-	13	0.0	-	14	1.6

[1]) 1877 VII 31 war die Sonne um 10^h Morgens fleckenfrei, während um 4^h Nachmittags mitten auf der Sonne eine Gruppe bemerkt wurde.

1878			1878			1878			1878			1878		
III	15	1.6	V	6	0.0	VI	28	1.3	VIII	15	0.0	IX	30	0.0
-	19	0.0	-	7	0.0	VII	1	0 0	-	16	0.0	X	1	0.0
-	20	0.0	-	9	0.0	-	2	0.0	-	17	0.0	-	2	0.0
-	24	0.0	-	10	0.0	-	3	0.0	-	18	0.0	-	3	0.0
-	25	0.0	-	11	0.0	-	5	0.0	-	19	0.0	-	4	0.0
-	27	0.0	-	12	0.0	-	6	0.0	-	20	0.0	-	5	0.0
-	28	0.0	-	13	0.0	-	7	0.0	-	21	0.0	-	6	0.0
-	29	0.0	-	14	0.0	-	8	0.0	-	22	0.0	-	7	0.0
-	30	0.0	-	15	0.0	-	9	0.0	-	23	0.0	-	8	0.0
IV	1	0.0	-	16	0.0	-	11	0.0	-	24	0.0	-	9	0.0
-	2	0.0	-	17	0.0	-	12	0.0	-	26	0.0	-	10	0.0
-	3	0.0	-	18	0.0	-	13	0.0	-	27	0.0	-	11	0.0
-	4	0.0	-	19	0.0	-	15	0.0	-	28	0.0	-	12	0.0
-	6	0.0	-	20	0.0	-	16	0.0	-	29	0.0	-	13	0.0
-	7	0.0	-	22	0.0	-	17	0.0	-	30	0.0	-	14	0.0
-	8	0.0	-	27	2.5	-	18	0.0	-	31	0.0	-	15	0.0
-	10	0.0	-	28	2.5	-	19	0.0	IX	1	0.0	-	18	0.0
-	11	0.0	-	30	2.10	-	20	0.0	-	2	1.1	-	20	0.0
-	14	0.0	VI	1	2.10	-	21	0.0	-	4	1.1	-	21	0.0
-	15	0.0	-	2	2.9	-	22	0.0	-	5	1.1	-	22	0.0
-	16	0.0	-	4	2.3	-	23	0.0	-	6	1.1	-	23	0.0
-	17	0.0	-	5	1.5	-	24	0.0	-	7	1.1	-	24	0.0
-	18	0.0	-	7	0.0	-	25	0.0	-	8	1.1	-	26	0.0
-	19	0.0	-	8	0.0	-	26	0.0	-	9	1.1	-	28	0.0
-	20	0.0	-	10	0.0[2])	-	28	0.0	-	10	1.1	-	29	1.1
-	21	0.0	-	11	0.0	-	29	0.0	-	11	1.1	-	30	1.1
-	22	0.0	-	12	0.0	-	30	0.0	-	12	1.1	-	31	1.1
-	23	0.0	-	13	0.0	VIII	1	0.0	-	13	1.1	XI	1	1.1
-	24	0.0	-	17	0.0	-	3	0.0	-	14	1.1	-	2	1.1
-	25	0.0	-	18	0.0	-	4	0.0	-	17	0.0	-	6	1.1
-	27	0.0	-	19	0.0	-	5	0.0	-	19	0.0	-	8	1.1
-	28	0.0	-	20	0.0	-	6	0.0	-	20	0.0	-	9	1.1
-	29	0.0	-	21	0.0	-	7	0.0	-	21	0.0	-	10	0.0
-	30	0.0	-	22	0.0	-	8	0.0	-	22	0.0	-	11	0.0
V	1	0.0	-	23	0.0	-	9	0.0	-	23	0.0	-	12	0.0
-	2	0.0	-	24	0.0	-	10	0.0	-	25	0.0	-	13	0.0
-	3	0.0	-	25	0.0	-	11	0.0	-	26	0.0	-	15	0.0
-	4	0.0	-	26	0.0	-	12	0.0	-	27	0.0	-	16	0.0
-	5	0.0	-	27	1.6	-	13	0.0	-	28	0.0	-	18	0.0

[2]) Herr Leppig bemerkt, dass VI 10, 8^h 30^m Herr W. Winkler in Gohlis bei Leipzig 2 Flecken gesehen hat, während er um 11^h die Sonne fleckenlos sah. In Zürich und an den meisten Orten wurde die Sonne ebenfalls fleckenlos gesehen, während dagegen Madrid VI 9—11 fortwährend Flecken notirt.

1878		1878		1878		1878		1878	
XI 23	0.0	XI 30	0.0	XII 13	0.0	XII 19	0.0	XII 24	0.0
- 25	0.0	XII 6	0.0	- 14	0.0	- 20	0.0	- 29	0.0
- 26	0.0	- 7	0.0	- 15	0.0	- 21	0.0	- 30	0.0
- 27	0.0	- 8	0.0	- 17	0.0	- 23	0.0	- 31	0.0
- 28	0.0	- 11	0.0						

399) Lamont, Meteorologische und magnetische Beobachtungen der k. Sternwarte b. München. Jahrgang 1878. (Forts. zu 379).

Aus den täglichen Variationsbeobachtungen wurden von Herrn Lamont folgende mittlere Werthe für die extremen Stände abgeleitet, wobei ein Scalentheil mit 0,985 Minuten übereinkömmt.

1878	Minimum		Maximum		Variationen	
	Stand	um	Stand	um	Scalenth.	Minuten
I	3,22	7^h	5,94	1^h	2,72	2,70
II	2,16	9	6,07	1	3,91	3,85
III	-2,77	9	4,05	1	6,82	6,72
IV	4,82	8	14,04	1	9,22	9,08
V	4,34	8	12,22	1	7,88	7,76
VI	3,30	8	13,17	2	9,87	9,72
VII	3,55	8	12,31	1	8,76	8,63
VIII	3,50	7	12,28	1	8,78	8,65
IX	3,36	8	11,44	1	8,08	7,96
X	4,86	8	9,98	1	5,12	5,04
XI	5,31	9	8,44	12	3,13	3,08
XII	5,27	7	7,45	12	2,18	2,15
			Jahresmittel		6,37	6,28

Es hat also auch in München die Variation von 1877 bis 1878 noch erheblich abgenommen, ist um 0',10 kleiner gewesen als ich in Nr. XLIX durch Interpolation vermuthete, und um 0,43 kleiner als ich dort dafür aus der Sonnenfleckenrelativzahl nach meiner Formel fand. Ich darf mit diesen Resultaten offenbar zufrieden sein.

400) Magnetische Variationsbeobachtungen in Wien, dem «Anzeiger» der k. Academie enthoben. (Fortsetzung zu 357).

Auf der Hohen Warte bei Wien wurden folgende mittlere monatliche Stände der Declinationsnadel erhalten:

Monat	1875				1876			
	7h	2h	9h	Variation	7h	2h	9h	Variation
I	32',54	34',14	31',88	1',93	25',39	27',63	24',01	2',93
II	32,19	36,15	31,65	4,23	25,37	27,62	24,77	2,55
III	30,65	36,71	31,15	6,06	23,92	29,16	23,43	5,49
IV	28,29	37,50	30,34	9,21	24,58	32,35	26,13	7,77
V	26,31	35,57	29,40	9,26	21,76	29,11	24,51	7,35
VI	27,13	36,25	30,86	9,12	21,20	30,31	25,07	9,11
VII	25,21	33,07	28,00	7,86	21,11	30,22	24,62	9,11
VIII	23,85	32,20	26,74	8,35	20,73	29,20	23,54	8,47
IX	25,13	31,84	26,32	6,71	20,84	27,24	22,75	6,40
X	28,88	32,25	27,62	4,00	20,68	25,48	19,84	5,22
XI	28,50	31,16	27,71	3,06	21,87	24,38	20,86	3,02
XII	26,36	28,26	25,39	2,39	20,91	22,17	19,76	1,84
Mittel	10° 30',20			6',01	10° 24',52			5',77

Monat	1877				1778			
	7h	2h	9h	Variation	7h	2h	9h	Variation
I	21',52	23',05	20',10	2',24	15',01	16',23	14',68	1',39
II	20,51	23,24	19,42	3,28	14,48	17,26	13,93	3,06
III	19,21	24,18	19,33	4,97	13,06	18,25	13,72	5,19
IV	15,91	23,28	17,71	7,37	11,30	19,27	13,28	7,97
V	15,04	22,88	17,50	7,84	9,15	17,52	12,30	8,23
VI	13,68	22,94	18,01	9,26	7,07	17,17	10,13	10,10
VII	13,27	22,03	16,71	8,76	7,90	16,72	10,85	8,82
VIII	12,67	20,70	15,77	8,08	6,81	15,18	9,35	8,37
IX	14,43	20,62	16,30	6,19	7,81	14,40	9,57	6,59
X	16,80	21,45	16,92	4,65	9,26	12,93	9,32	3,67
XI	16,73	19,45	16,25	2,96	8,92	10,75	8,42	2,08
XII	16,06	17,56	15,43	1,82	9,39	10,54	7,65	2,02
Mittel	10° 18',53			5',61	10° 12',21			5',62

Die in der Columne „Variation“ enthaltenen Werthe sind von mir nach der Formel

$$v = 2^h - \frac{7^h + \text{Min.}}{2}$$

berechnet. Die in den drei ersten Columnen enthaltenen Monatmittel geben an, um wie viel Minuten die westliche Declination zu jeder der drei Beobachtungsstunden im Mittel grösser als 10° gewesen sei. — Nehme ich zu obigen Jahresmitteln der Variation noch für 1874 (nach Nr. 357) 6'86 und für 1879 (nach Nr. 420) 6',26 hinzu, und ziehe von jeder dieser 6 Bestimmungen das Betreffniss $\varDelta v = 0{,}045 . r$ ab, so beläuft sich das Mittel der Restanzen auf 5',31. Es kann somit

$$v = 5',31 + 0{,}045 . r$$

als provisorische Variationsformel für Wien benutzt werden. Wollte man noch die Jahre 1864—71 berücksichtigen, so würde die Constante auf 5',02 erniedrigt; aber da jene ältere Serie mit der neuern nicht ganz homogen ist, so ziehe ich vor nur die neuern Jahrgänge zu benutzen.

401) Brügger, Ueber die Verheerungen der Wanderheuschrecke im ostschweizerischen Rheingebiete. (Verh. der schweiz. naturf. Ges. 1875).

Nachdem schon 1866 am Rheinufer bei Felsberg einzelne Exemplare der Wanderheuschrecke gefunden worden waren, trat sie 1875 zuerst bei Fläsch und später noch da und dort in Bündten massenhaft auf, — wie es sonst in der Nähe seit dem 14. Jahrhundert, wo sie 1333 — 39 das südwestliche Bayern verheert hatten, 1338 auch am Zürichsee und im Glarnerland, und 1354 wieder im Glarnerland erschienen waren, nicht mehr vorgekommen sei. — Da solche Notizen im Hinblick auf das unter Nr. 371 Beigebrachte nicht ohne Interesse sind, so füge ich bei, dass nach den verschiedenen Mittheilungen, welche Geniehauptmann H. Brocard in Grenoble in dem Annuaire de la Société météorologique de France veröffentlichte, in Algier 1780, 1816, 45, 48, 49, 62, 66, 67, 70, 74, 75, 76, 77 ebenfalls mehr oder weniger bedeutende Invasionen von Heuschrecken statt hatten, — 1749 in einem grossen Theile von Europa, — 1787, 1804, 75 in einzelnen Theilen von Frankreich. In Algier soll

die Meinung bestehen, dass die Invasionen durchschnittlich nach 25 Jahren wiederkehren.

402) Vogel und Lohse, Beobachtungen angestellt auf der Sternwarte des Kammerherrn von Bülow zu Bothkamp. Heft 1—3. Leipzig 1872—75 in 4°.

Heft I enthält neben spectralanalytischen Untersuchungen an der Sonne, und verschiedenen Bemerkungen über photographische Aufnahmen derselben, einige hübsche Zeichnungen von Sonnenflecken aus dem Jahre 1871. — Heft II enthält wieder eine Reihe von spectralanalytischen Untersuchungen, welche 1872 und 1873 an Protuberanzen und Flecken gemacht wurden. Sodann eine grössere Arbeit von Lohse über Jupiter, in der namentlich auch die Correspondenz s. Oberflächenveränderungen mit denjenigen der Sonne besprochen wird. — Heft III ist fast ganz der Sonne gewidmet, indem Lohse unter den Titeln „Untersuchungen über die physische Beschaffenheit der Sonnen-Oberfläche“ und „Photographische Registrirungen der Sonnenflecken“ seine Beobachtungen der Protuberanzen, Fackeln, Flecken, etc. in den Jahren 1871—74 mittheilt und bespricht, auch seine Anschauungen über das ganze Phänomen bekannt gibt. Ueberdiess ist eine Reihe von Tafeln zur Erleichterung der Berechnung der heliographischen Coordinaten beigegeben.

403) Specula physico-mathematico-historica notabilium ac mirabilium sciendorum in qua mundi mirabilis oeconomia authore Joanne Zahn. Norimbergæ 1696 in fol.

Herr Professor Winnecke in Strassburg hatte die Güte für mich zur Vervollständigung meiner Literatur folgenden Passus auf pag. 62 obiger Schrift ausziehen zu lassen: „Numerus Macularum, quae in disco Solari observantur, non est idem semper, sed varius, imò incertus: aliquandò enim 50, aliquandò 33 distinctè numeratae sunt eodem tempore, aliquandò nulla, & tunc calidior, sicciorque coeteris paribus tempestas extitit, utiècontrà saevius frigus, quando magna fuit earum copia. Ità Anno 1618, quo insignis Cometes in coelo exarsit, nulla circà Solem macula fuit observata; sicut & Anno 1632 nulla

mensibús aestivis in conspectum venit: Tunc autem calor immodicus omnia penè exussit. Undè rectè subinfert Kircherus in Mund. subt. Tom. 1. lib. 2. cap. 4. dicens: Quae si Astronomi diligenter annotarent, forsan ex hujusmodi phoenomenis ad effectus sublunares comparatis nova Astrologia multò vulgari illâ planetariâ certior condi posset. Atque idipsum quoque Ego sentio.“

404) Antonii Mariae Schyrlei de Rheitâ Oculus Enoch et Eliae, sive Radius sidereo-mysticus. Antwerpiæ 1645 in fol.

Herr Professor Winnecke in Strassburg hatte ferner die Güte für mich zu weiterer Vervollständigung meiner Literatur folgenden Passus auf pag. 242 obiger Schrift ausziehen zu lassen: „Horum igitur solarium prodigiorum meritò causam indagare liceat. Aliqui putant Solem instar alterius montis Aethnae, aut Vesuuij recrementa sua in extimam superficiem proflare, et veluti pluuiâ fauillarum inde adeò conspergi et vndique circumdari, vt mundo inde quasi eripiatur dies, splendore omni Solis intercepto, donec eructante flammâ agmen illud fauillarum ab extima superficie dispergatur, aut fauillae depascantur. Quae sententia, si Solis ignis supponatur alimento et pabulo foueri, fortè aliquid probabilitatis obtineret. Quod si verò Sol, velut purissimum elementum et impermixtus ignis, pabulo nullo indigeat, sed diuinae potentiae, voluntatis et conseruationis vis ei vtique, vt conseruetur sufficiat; non video vnde Solis illa recrementa, et vstrina materia prouenire queat. — Fortè haud etiam ineptè talium accidentium ratio assignari posset; scilicet si dicamus Soli frequentem illum luorem et pallorem, ex macularum, seu stellarum solarium nimiùm quãdoque concurrentiũ agmine cõtingere. Adeò enim quandoque discus solaris dictis stellis et maculis scatet, vt mirum haud sit eius inde lumen notabilissimè hebetari debilitarique. — Certè quod iam diximus, propria experientiâ Coloniae Anno 1642 experti sumus: dum ingentem stellarum solarium turmam maiorum et minorum per 14. dies et vltra sibi inuicem continuâ serie succedentium cum stupore, solarem discum adeò occupare vidimus, vt lux eius, maximè media, et intensissima,

haud leuiter illis fuerit hebetata. Nam tubo optimo, in medio solaris disci globum perfectissimè rotundum subnigrum, pugni magnitudinem quasi excedentem conspeximus, idque directissimo aspectu; qui et per octiduum Solis haud exiguam portionē eclipsauit: maximasque aëri turbationes, utpotè ventos, imbres et frigora in medio Junij attulit: prout crebris obseruationibus iam à multis annis compertum habemus: scilicet ferè semper aëris insigniores et magis notabiles mutationes ex dictarum stellarum solarem discum subeuntium agmine contingere et euenire. — Et profecto perfalsum est, maculas illas penitiori obtutu directè per optimum et longiorem tubum astronomicum (qui totum simul solarem discum discoperiat exhibeatque) conspectas, aliam quàm circularissimam et rotundam figuram ostendere, ut frequenter experti sumus. Itaque toties semper solares eclipses contingere necesse est, quoties stellae dictae Solem subeunt; subeunt autem frequentissimè; ergo multò frequentiores et plures contingunt nobis solares eclipses, quàm vulgus arbitratur. Sed quis obsecro talium eclipsium arcanos respectu telluris nostrae effectus hactenus penetrauit? ut quid ergo paupelli illi deceptores Astrologi, ex astris de futuris contingentibus diuinare non erubescunt, cùm multa praesentia in astris ignorent sidera et ita caecis et falsis suis prognosticis procedant, ac si dicta astra aut penitus in rerum natura non essent; aut sine influxu essent."

405) Life of James Ferguson. By E. Henderson. Edinburgh 1867 in 8°.

Durch Herrn Professor Winnecke in Strassburg auf diese Schrift aufmerksam gemacht, habe ich in derselben zwei Sonnenbilder gefunden: Das Eine (p. 354) gibt für 1768 XII 3 den Fleckenstand (9.41) mit der Bemerkung „I never saw so many spots upon the sun at any time before"; das Andere (p. 358) gibt für 1769 XI 21 den Fleckenstand (9.38) mit der Bemerkung „I am informed that the greatest spot now seen is not near so large as when observed some days ago."

406) Aus einem Schreiben von Schiaparelli, datirt: Milan, le 17 Juillet 1879.

Herr Professor Schiaparelli schreibt mir: Comme vous avez honoré de votre attention les observations magnétiques de Milan, je me crois en devoir de vous avertir que l'excursion publiée pour Décembre 1871, c'est à dire 0',84, est fautive. En repassant les régistres je trouve que cette excursion est de 0,84 parties de l'échelle et qu'on a oublié de la réduire en minutes. Comme la valeur d'une partie en 1871 était de 5',33, il faudra au lieu de 0',84, substituer 4',48; par là la moyenne annuelle de 1871 au lieu de 10',70 devient 11',00. Je dois la connaissance de cette faute au R. P. Denza, qui a trouvé extraordinaire cette valeur de 0',84, et elle l'est en effet.“ Dass diese Correctur auf die in den Nr. 38 und 43 durchgeführten Rechnungen nicht ohne Einfluss bleibt, ist selbstverständlich; doch dürfte derselbe nicht gross genug sein, um zu einer sofortigen Wiederholung zu nöthigen.

407) Joh. Leonhard Rost, Der aufrichtige Astronomus. Nürnberg 1727 in 4°.

Auf pag. 175 dieser Schrift theilt Rost mit, dass die Sonne 1725 XI 26 nach Beobachtung von Prof. Hausen den Fleckenstand (2.6) gezeigt habe.

408) Aus einer schriftlichen Mittheilung von Herrn Dr. Lohse in Potsdam.

Galle machte 1840 II 5, 2^h m. Z. Berlin mit dem 9zölligen Refractor folgende Sonnen-Beobachtung: „Eine grosse Menge Flecken, 8 oder 10 verschiedene Gruppen, darunter Flecken von fast 1' Durchmesser. Das Bild war sehr schön; das narbige Aussehen der Sonnenoberfläche überall zu erkennen. Dabei Cirrus.“

409) Variationsbeobachtungen in Moncalieri von 1870 bis 1878; nach einer schriftlichen Mittheilung von Herrn P. Denza.

Die in Moncalieri von 1870 bis 1878 täglich von 6 Uhr Morgens bis 9 Uhr Abends von 3 zu 3 Stunden mit einem Gauss'schen Declinometer angestellten Variationsbeobachtungen haben folgende, je aus der Differenz zwischen dem täg-

lichen **Max.** und Min. geschlossene mittlere Variationen für die einzelnen Monate und Jahre ergeben:

Monate	1870	1871	1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878	Mittel
Januar	—	6,70	7,26	8,15	6,23	3,40	4,28	4,33	2,86	5,40
Februar	—	10,36	8,65	7,76	7,20	3,96	4,65	4,08	2 97	6,10
März	—	13,28	12,83	11,60	8,71	6,23	6,66	5,86	4,16	8,67
April	—	16,15	14,25	12,71	11,05	8,05	8,05	8,10	4,40	10,34
Mai	—	13,31	12,45	9,86	10,58	6,66	7,48	6,78	6,31	9,18
Juni	12,68	14,40	13,21	10,76	9,41	8,93	8,23	8,08	7,48	10,06
Juli	12,20	13,81	11,43	10,93	9,81	8,80	8,16	7,38	5,68	9,50
August	11,30	14,11	10,93	10,83	9,53	8,28	7,90	7,45	4,62	9,21
September	14,50	11,30	11,06	10,25	9,31	8,35	5,96	6,36	4,40	8,37
October	13,28	11,01	11,55	7,78	7,50	6,36	5,51	4,78	4,08	7,32
November	9,93	8,80	6,75	6,45	5,85	5,16	4,85	4,28	4,23	5,80
December	6,96	5,66	6,18	4,40	3,53	3,61	4,18	2,49	2,79	4,10
Jahr	(11,55)	11,56	10,53	9,28	8,21	6,48	6,31	5,83	4,50	7,84

Die Jahresmittel werden durch die Formel

$$v = 5{,}296 + 0{,}055 \, . \, r$$

befriedigend dargestellt, indem die nach ihr berechneten Werthe mit ihnen durchschnittlich bis auf ± 0,45, — mit Ausschluss des etwas abnorm erscheinenden Jahrganges 1878 sogar bis auf ± 0,32 übereinstimmen.

410) Rudolf Wolf, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahr 1879. (Fortsetzung zu 384).

1879			1879			1879			1879			1879		
I	1	0.0	I	16	0.0	II	7	0.0	II	24	0.0	III	9	0.0
-	3	0.0	-	18	0.0	-	8	0.0	-	26	0.0	-	10	0.0
-	4	0.0	-	19	0.0	-	9	0.0	-	27	0.-	-	11	0.0
-	5	0.0	-	23	0.0	-	10	0.0	-	28	0.0	-	12	0.0
-	6	0.0	-	24	0.0	-	12	0.0	III	1	0.0	-	13	0.0
-	7	0.0	-	25	0.0	-	16	0.0	-	2	0.0	-	14	0.0
-	10	0.0	-	26	0.0	-	17	0.0	-	3	0.0	-	15	0.0
-	11	0.0	-	31	1.1	-	18	0.0	-	4	0.0	-	16	0.0
-	12	0.0	II	1	0.0	-	19	0.0	-	5	0.0	-	17	0.0
-	13	0.0	-	2	0.0	-	20	0.0	-	6	0.0	-	18	0.0
-	14	0.0	-	4	0.0	-	21	0.0	-	7	0.0	-	19	0.0
-	15	0.0	-	6	0.0	-	22	0.-	-	8	0.0	-	20	0.0

1879		
III	21	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
IV	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	13	1.1
-	14	1.1
-	15	1.5
-	16	1.5
-	18	1.3
-	19	1.1
-	20	1.1
-	21	1.1
-	22	1.1
-	23	1.1
-	24	0.0
-	25	0.0
-	26	0.-
-	27	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
V	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	11	1.1
-	12	1.1
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	0.0

1879		
V	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	27	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
VI	1	0.0
-	2	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	1.1
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.-
-	24	0.0
-	26	1.1
-	27	1.2
-	28	1.5
-	29	1.5
-	30	1.5
VII	1	1.4
-	2	1.3
-	3	2.4
-	4	1.2
-	5	0.0
-	6	0.0

1879		
VII	8	0.0
-	9	0.0
-	10	1.2
-	11	1.4
-	12	1.3
-	13	1.3
-	14	1.2
-	15	1.2
-	16	1.1
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	23	0.-
-	24	0.0
-	25	0.0
-	26	0.0
-	28	0.0
-	29	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0
VIII	1	0.0
-	2	0.0
-	4	0.0
-	5	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	0.0
-	11	1.1
-	12	2.3
-	13	2.3
-	14	1.2
-	15	0.0
-	17	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	1.2
-	24	1.6
-	25	1.3
-	26	0.0
-	27	2.2
-	28	2.4

1879		
VIII	29	2.3
-	30	1.3
-	31	1.2
IX	2	1.1
-	3	1.1
-	4	1.1
-	5	1.1
-	6	1.1
-	7	1.1
-	8	0.0
-	9	0.0
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	18	0.0
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	1.1
-	28	0.0
-	30	0.0
X	3	0.0
-	4	0.0
-	6	0.0
-	7	0.0
-	8	1.1
-	9	1.6
-	10	1.8
-	11	1.6
-	12	1.2
-	13	2.2
-	14	2.4
-	15	1.-
-	17	1.2
-	21	1.3
-	22	1.1
-	23	0.0
-	24	0.0
-	25	0.0

1879		
X	26	0.0
-	30	0.0
XI	1	0.0
-	3	0.0
-	4	0.0
-	5	1.1
-	6	1.1
-	8	2.8
-	9	2.10
-	10	2.8
-	11	1.8
-	12	1.6
-	13	1.5
-	14	1.1
-	15	1.1
-	19	0.0
-	20	0.0
-	21	0.0
-	22	0.0
-	23	0.0
-	24	0.-
-	28	1.1
XII	2	1.2
-	3	1.1
-	7	0.0
-	8	0.0
-	9	1.1
-	10	0.0
-	11	0.0
-	12	0.0
-	13	0.0
-	14	0.0
-	15	0.0
-	16	0.0
-	17	1.2
-	18	1.3
-	19	1.3
-	22	1.1
-	23	1.1
-	24	1.1
-	25	1.1
-	26	0.-
-	28	0.0
-	30	0.0
-	31	0.0

411) Robert Billwiller und Alfred Wolfer, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1879 (Forts. zu 386).

Die Herren Billwiller und Wolfer haben in Fortsetzung der frühern Beobachtungen im Jahre 1879 folgende Zählungen gemacht, wobei die Beobachtungen von Hrn. Wolfer mit dem frühern Hülfsmittel, die mit * bezeichneten Beobachtungen von Hrn. Billwiller dagegen mit einem zweifüssigen Pariser-Fernrohr gemacht sind.

1879			1879			1879			1879			1879		
I	3	0.0	II	24	0.0*	III	31	0.0	V	5	0.0	VI	9	0.0
-	4	1.2	-	26	0.0*	IV	1	0.0	-	6	0.0	-	10	2.6
-	5	0.0	-	27	0.0	-	2	0.0	-	9	1.5	-	11	1.2
-	6	0.0	-	28	0.0	-	3	0.0	-	10	1.1	-	12	0.0
	—	0.0*	III	1	0.0	-	4	0.0	-	12	1.4	-	13	0.0
-	7	0.0*	-	3	0.0	-	5	0.0		—	1.3*	-	14	0.0
-	10	0.0		—	0.0*		—	0.0 *	-	13	1.2	-	15	0.0
-	12	0.0	-	4	0.0	-	6	0.0	-	14	0.0	-	16	0.0
-	13	0.0	-	5	0.0	-	7	0.0			0.0*	-	17	0.0
-	14	0.0	-	7	0.0	-	8	0.0	-	15	0.0	-	18	0.0
	—	0.0*	-	8	0.0		—	0.0 *	-	17	0.0	-	19	0.0
-	18	0.0		—	0.0*	-	9	0.0	-	18	0.0		—	0.0 *
-	23	0.0	-	9	0.0	-	10	0.0	-	19	0.0	-	20	0.0
	—	0.0*	-	10	0.0	-	13	1.12	-	20	0.0		—	0.0 *
-	25	0.0		—	0.0*	-	15	1.12	-	21	0.0	-	21	0.0
	—	0.0*	-	11	0.0	-	16	1.31		—	0.0*	-	23	0.0
-	26	0.0	-	12	0.0	-	18	1.21	-	22	0.0	-	24	0.0
-	31	1.2	-	13	0.0	-	19	1.13		—	0.0*	-	25	0.0
	—	1.1*	-	14	0.0		—	0.0 *	-	23	0.0	-	26	1.5
II	4	0.0	-	15	0.0	-	20	1.2	-	25	0.0	-	27	1.19
-	6	0.0		—	0.0*	-	22	1.2	-	26	0.0		—	1.7 *
	—	0.0*	-	16	0.0	-	23	1.1	-	28	0.0	-	28	1.28
-	7	0.0	-	17	0.0		—	0.0 *	-	29	0.0		—	1.10*
-	8	0.0	-	18	0.0	-	24	0.0		—	0.0*	-	29	1.27
-	9	0.0*		—	0.0*	-	25	0.0	-	30	0.0	-	30	1.20
-	12	0.0	-	19	0.0	-	26	0.0	-	31	0.0	VII	1	1.21
	—	0.0*	-	20	0.0	-	27	0.0	VI	1	0.0	-	2	3.13
-	16	0.0	-	21	0.0*	-	29	0.0	-	2	0.0	-	3	3.10
-	18	0.0	-	26	0.0	-	30	0.0	-	3	0.0	-	4	2.6
-	19	0.0	-	27	0.0	V	1	0.0	-	4	1.2	-	5	1.1
-	20	0.0		—	0.0*	-	2	0.0	-	5	2.7	-	6	1.1
-	21	0.0	-	29	0.0		—	0.0 *	-	6	1.1	-	7	0.0
	—	0.0*		—	0.0*	-	3	0.0	-	7	0.0	-	8	1.1
-	24	0.0	-	30	0.0	-	4	0.0	-	8	0.0		—	1.1 *

1879			1879			1879			1879			1879		
VII	9	1.1	VIII	4	0.0	IX	6	2.2	X	5	0.0 *	XI	12	1.5
	—	1.1 *	-	5	0.0	-	7	1.1	-	6	0.0	-	14	1.12
-	10	1.8		—	0.0 *		—	1.1 *		—	0.0 *	-	15	1.15
-	11	1.16	-	6	0.0	-	8	0.0	-	7	1.5	-	20	0.0
-	12	1.8	-	7	0.0		—	0.0 *		—	1.3 *		—	0.0 *
-	13	1.9	-	8	0.0	-	9	0.0	-	8	1.14	-	22	0.0
-	14	1.4		—	0.0 *	-	10	0.0		—	1.10*		—	0.0 *
-	15	1.1	-	11	2.15	-	11	1.2	-	9	1.20	-	23	0.0
-	16	1.5	-	12	2.28		—	0.0 *		—	1.16*	-	26	2.6
	—	1.2 *	-	13	2.12	-	12	1.2	-	10	1.25	XII	1	1.2 *
-	17	1.2	-	14	2.15	-	13	0.0	-	11	1.20	-	2	1.13
-	18	0.0	-	15	1.4		—	0.0 *		—	1.17*	-	3	1.3
-	19	0.0		—	1.5 *	-	14	0.0	-	12	3.13	-	7	0.0
-	20	0.0	-	18	0.0		—	0.0 *	-	13	3.18		—	0.0 *
-	21	0.0	-	19	0.0	-	15	0.0	-	14	3.20	-	8	0.0
-	23	0.0		—	0.0 *	-	16	0.0	-	17	3.13	-	9	1.2
-	24	0.0	-	24	2.5 *	-	17	0.0	-	21	1.14	-	10	1.2
-	25	0.0	-	25	2.9	-	18	1.1	-	22	1.2	-	11	0.0 *
	—	1.3 *	-	26	3.9		—	0.0 *	-	23	0.0		—	0.0
-	26	0.0	-	27	2.14	-	19	0.0	-	24	0 0	-	12	0.0
-	27	0.0		—	2.10*		—	0.0 *	-	25	0.0	-	14	0.0
-	28	1.4	-	28	2.6	-	20	0.0	-	26	0.0	-	15	0.0
-	29	1.2	-	29	3.26	-	23	1.1	-	30	0.0		—	0.0 *
	—	0.0 *		—	3.17*	-	24	1.1	XI	1	0.0	-	16	0.0
-	30	0.0	-	30	3.15		—	1.1 *	-	3	0.0	-	17	2.16
	—	0 0 *		—	3.12*	-	28	1.2	-	4	1.2	-	18	1.11
-	31	0.0	-	31	1.12		—	1.2 *	-	5	1.3		—	1.9 *
	—	0.0 *		—	1.7 *	-	30	1.1	-	6	1.3	-	19	1.14
VIII	1	0.0	IX	2	1.6		—	1.1 *	-	8	1.38	-	22	1.3
	—	0.0 *	-	3	1.6	X	1	1.1	-	9	2.30	-	23	1.2
-	2	0 0	-	4	1.1	-	2	1.6		—	2.19*	-	24	1.9
	—	0.0 *		—	1.1 *		—	1.4 *	-	10	3.29		—	1.7 *
-	3	0.0	-	5	2.2	-	3	2.12		—	2.16*	-	28	1.1
	—	0.0 *		—	1.1 *		—	2.10*	-	11	1.20			

412) Aus einem Schreiben des Herrn Prof. Schiaparelli in Mailand vom 3. Januar 1880. (Fortsetzung zu 396).

Les moyennes mensuelles de l'excursion du Déclinomètre à Milan entre 20^h et 2^h de temps moyen ont été les suivantes pour les 12 mois de l'année 1879:

Janvier	2',67	Juillet	8',94
Février	3 ,93	Août	8 ,83
Mars	6 ,63	Septembre	6 ,66
Avril	7 ,63	Octobre	6 ,13
Mai	8 ,09	Novembre	3 ,21
Juin	9 ,44	Décembre	1 ,75

Moyenne de l'année 1879: 6',16.

413) Beobachtungen der Sonnenflecken in Athen. — Schriftliche Mittheilung von Herrn Director Jul. Schmidt. (Forts. zu 390).

Es wurden von den Herren Schmidt und Würlisch folgende Zählungen erhalten:

1879			1879			1879			1879			1879		
I	1	0.0	II	3	0.0	III	5	0.0	IV	4	0.0	V	4	0.0
-	2	0.0	-	4	0.0	-	6	0.0	-	5	0.0	-	5	0.0
-	3	1.2	-	5	0.0	-	7	0.0	-	6	0.0	-	6	0.0
-	4	1.1	-	6	0.0	-	8	0.0	-	7	0.0	-	7	1.2
-	5	0.0	-	7	0.0	-	9	0.0	-	8	0.0	-	8	1.2
-	6	0.0	-	8	0.0	-	10	0.0	-	9	0.0	-	9	1.3
-	7	0.0	-	9	0.0	-	11	0.0	-	10	0.0	-	10	1.1
-	8	0.0	-	10	0.0	-	12	0.0	-	11	0.0	-	11	1.1
-	9	0.0	-	11	0.0	-	13	0.0	-	12	0.0	-	12	1.1
-	10	0.0	-	12	0.0	-	14	0.0	-	13	1.4	-	13	0.0
-	11	0.0	-	13	0.0	-	15	0.0	-	14	1.3	-	14	0.0
-	12	0.0	-	14	0.0	-	16	0.0	-	15	1.8	-	15	0.0
-	13	0.0	-	15	1.3	-	17	0.0	-	16	1.8	-	16	0.0
-	15	0.0	-	16	0.0	-	18	0.0	-	17	1.8	-	17	0.0
-	16	0.0	-	17	0.0	-	19	0.0	-	18	1.7	-	18	0.0
-	17	0.0	-	18	0.0	-	20	0.0	-	19	1.3	-	19	0.0
-	19	0.0	-	19	0.0	-	21	0.0	-	20	1.1	-	20	0.0
-	21	0.0	-	20	0.0	-	22	0.0	-	21	1.1	-	21	0.0
-	22	0.0	-	21	0.0	-	23	0.0	-	22	1.1	-	22	0.0
-	23	0.0	-	22	0.0	-	24	0.0	-	23	1.1	-	23	0.0
-	24	0.0	-	23	0.0	-	25	0.0	-	24	0.0	-	24	0.0
-	25	0.0	-	24	0.0	-	26	0.0	-	25	0.0	-	25	0.0
-	26	0.0	-	25	0.0	-	27	0.0	-	26	0.0	-	26	0.0
-	27	0.0	-	26	0.0	-	28	0.0	-	27	0.0	-	27	0.0
-	28	0 0	-	27	0.0	-	29	0.0	-	28	0.0	-	28	0.0
-	29	0.0	-	28	0.0	-	30	0.0	-	29	0.0	-	29	0.0
-	30	0.0	III	1	0.0	-	31	0.0	-	30	0.0	-	30	0.0
-	31	0.0	-	2	0.0	IV	1	0.0	V	1	0.0	-	31	0.0
II	1	0.0	-	3	0.0	-	2	0.0	-	2	0.0	VI	1	0.0
-	2	0.0	-	4	0.0	-	3	0.0	-	3	0.0	-	2	0.0

1879			1879			1879			1879			1879		
VI	3	0.0	VII	14	1.3	VIII	24	1.7	X	4	0.0	XI	15	1.2
-	4	0.0	-	15	1.1	-	25	1.4	-	5	0.0	-	16	1.2
-	5	1.3	-	16	1.2	-	26	1.1	-	6	0.0	-	17	1.1
-	6	0.0	-	17	1.1	-	27	2.6	-	7	0.0	-	19	0.0
-	7	0.0	-	18	0.0	-	28	2.5	-	8	1.4	-	20	0.0
-	8	0.0	-	19	0.0	-	29	2.5	-	9	1.9	-	21	0.0
-	9	0.0	-	20	0.0	-	30	1.3	-	10	1.8	-	22	0.0
-	10	0.0	-	21	0.0	-	31	1.3	-	11	1.7	-	23	0.0
-	11	0.0	-	22	0.0	IX	1	1.3	-	13	1.1	-	24	0.0
-	12	0.0	-	23	0.0	-	2	1.4	-	14	1.3	-	25	0.0
-	13	0.0	-	24	0.0	-	3	1.3	-	15	2.3	-	26	0.0
-	14	0.0	-	25	0.0	-	4	1.1	-	16	0.0	-	27	1.1
-	15	0.0	-	26	0.0	-	5	1.1	-	17	0.0	-	28	0.0
-	16	0.0	-	27	0.0	-	6	1.1	-	18	1.6	-	29	1.1
-	17	0.0	-	28	0.0	-	7	1.1	-	19	1.7	-	30	1.1
-	18	0.0	-	29	0.0	-	8	0.0	-	20	1.8	XII	1	1.1
-	19	0.0	-	30	0.0	-	9	0.0	-	21	1.3	-	2	1.2
-	20	0.0	-	31	0.0	-	10	0.0	-	22	1.1	-	3	1.1
-	21	0.0	VIII	1	0.0	-	11	0.0	-	23	0.0	-	4	1.2
-	22	0.0	-	2	0.0	-	12	0.0	-	24	0.0	-	5	1.1
-	23	0.0	-	3	0.0	-	13	0.0	-	25	0.0	-	6	0.0
-	24	0.0	-	4	0.0	-	14	0.0	-	26	0.0	-	7	0.0
-	25	0.0	-	5	0.0	-	15	0.0	-	27	0.0	-	8	0.0
-	26	1.2	-	6	0.0	-	16	0.0	-	28	0.0	-	9	0.0
-	27	1.3	-	7	0.0	-	17	0.0	-	29	0.0	-	10	0.0
-	28	1.6	-	8	0.0	-	18	0.0	-	30	0.0	-	11	0.0
-	29	1.10	-	9	0.0	-	19	0.0	-	31	0.0	-	12	0.0
-	30	1.8	-	10	1.4	-	20	0.0	XI	1	0.0	-	14	0.0
VII	1	1.6	-	11	1.5	-	21	0.0	-	2	0.0	-	15	0.0
-	2	1.6	-	12	2.8	-	22	0.0	-	3	0.0	-	16	0.0
-	3	1.4	-	13	2.8	-	23	0.0	-	4	0.0	-	17	1.2
-	4	2.3	-	14	2.4	-	24	1.1	-	5	0.0	-	23	1.1
-	5	1.1	-	15	0.0	-	25	1.1	-	6	1.2	-	24	1.1
-	6	0.0	-	16	0.0	-	26	1.1	-	7	2.8	-	25	1.1
-	7	0.0	-	17	0.0	-	27	1.1	-	9	2.10	-	26	0.0
-	8	0.0	-	18	0.0	-	28	1.1	-	10	1.9	-	27	0.0
-	9	0.0	-	19	0.0	-	29	1.1	-	11	1.8	-	28	0.0
-	10	0.0	-	20	0.0	-	30	1.1	-	12	1.13	-	29	0.0
-	11	1.5	-	21	0.0	X	1	1.1	-	13	1.7	-	30	0.0
-	12	1.5	-	22	0.0	-	2	1.5	-	14	1.3	-	31	0.0
-	13	1.6	-	23	1.5									

In Beziehung auf die für Athen äusserst grosse Lücke zwischen dem 17. und 23. Dezember bemerkt Director Schmidt: „Ausser Januar 1864 ist eine fünftägige Unterbrechung der Sonnenbeobachtungen durch Wolken, hier in 21 Jahren nicht vorgekommen.“

414) Beobachtungen der Sonnenflecken in Madrid. — Schriftliche Mittheilung von Herrn Director Aguilar. (Fortsetzung zu 391).

Es wurden durch Herrn Adjunct Ventosa folgende Zählungen erhalten:

1879			1879			1879			1879			1879		
I	4	2.3	III	1	0.0	IV	6	0.0	V	14	1.2	VI	19	0.0
-	5	1.-	-	2	1.1	-	7	0.0	-	15	2.2	-	20	0.0
-	7	0.0	-	3	0.0	-	8	0.0	-	16	1.1	-	21	1.1
-	8	0.0	-	4	0.0	-	9	0.0	-	17	0.0	-	22	0.0
-	9	0.0	-	5	0.0	-	10	0.0	-	18	0.0	-	23	0.0
-	11	0.0	-	6	0.0	-	11	1.1	-	19	0.0	-	24	0.0
-	12	0.0	-	7	1.1	-	12	1.4	-	20	0.0	-	25	0.0
-	13	0.0	-	8	0.0	-	14	1.13	-	21	0.0	-	26	1.3
-	14	0.0	-	9	0.0	-	15	1.12	-	22	0.0	-	27	1.4
-	15	0.0	-	10	0.0	-	16	1.7	-	23	0.0	-	28	1.11
-	17	0.0	-	11	0.0	-	17	1.14	-	24	0.0	-	29	1.15
-	23	0.0	-	12	0.0	-	18	1.14	-	25	0.0	-	30	1.17
-	24	1.1	-	13	0.0	-	20	1.- *)	-	26	0.0	VII	1	2.15
-	25	0.0	-	14	0.0	-	21	1.1	-	27	0.0	-	2	2.8
-	30	2.2	-	15	0.0	-	22	1.1	-	28	0.0	-	3	2.7
-	31	1.1	-	16	0.0	-	23	1.1	-	29	0.0	-	4	3.5
II	1	0.-	-	17	0.0	-	24	0.0	-	30	0.0	-	5	2.3
-	2	0.0	-	18	0.0	-	25	0.0	-	31	0.0	-	6	1.1
-	4	0.0	-	19	0.-	-	26	0.0	VI	1	0.0	-	7	0.0
-	5	0.0	-	20	0.0	-	27	0.0	-	2	0.0	-	8	1.1
-	6	0.0	-	21	0.0	-	28	0.0	-	3	0.0	-	9	1.1
-	10	0.0	-	22	0.0	-	29	0.0	-	4	0.0	-	10	1.2
-	11	0.0	-	23	0.0	-	30	0.0	-	5	2.5	-	11	1.7
-	12	0.0	-	24	0.0	V	1	0.0	-	6	1.1	-	12	1.9
-	14	1.3	-	25	0.0	-	2	0.0	-	7	0.0	-	13	1.5
-	15	1.4	-	26	0.0	-	3	0.0	-	8	0.0	-	14	1.5
-	18	0.0	-	27	0.0	-	4	0.0	-	9	0.0	-	15	1.3
-	19	0.0	-	28	0.0	-	5	0.0	-	10	2.7	-	16	1.6
-	20	0.0	-	29	0.0	-	6	0.0	-	11	1.1	-	17	1.2
-	22	0.0	-	30	0.0	-	7	1.1	-	12	0.0	-	18	0.0
-	23	0.0	-	31	0.0	-	8	1.5	-	13	0.0	-	19	0.0
-	24	0.0	IV	1	1.1	-	9	2.6	-	14	0.0	-	20	1.1
-	25	0.0	-	2	0.0	-	10	2.5	-	15	0.0	VIII	4	1.1
-	26	1.2	-	3	0.0	-	11	1.2	-	16	0.0	-	5	0.0
-	27	0.0	-	4	0.0	-	12	1.4	-	17	0.0	-	6	1.1
-	28	0.0	-	5	0.0	-	13	1.1	-	18	0.0	-	7	0.0

*) IV 19 um Mitternacht starke magnetische Störung von circa 8′ Amplitude.

1877			1877			1877			1877			1877		
VIII	8	0.0	VIII	30	1.5	IX	21	0.0	XI	8	3.22	XII	8	0.0
-	9	0.0	-	31	1.5	-	22	0.0	-	9	2.16	-	9	1.4
-	10	1.7	IX	1	1.6	-	23	1.1	-	10	3.18	-	10	1.2
-	11	2.10	-	2	1.4	-	24	1.1	-	11	3.21	-	11	0.0
-	12	2.10	-	3	2.3	-	25	1.1	-	12	1.25	-	12	0.0
-	13	2 5	-	4	1.3	-	26	2.2	-	13	1.14	-	13	0.0
-	14	2.6	-	5	1.2	-	27	2.2	-	14	1.12	-	14	0.0
-	15	1.2	-	6	2.3	-	28	2.3	-	16	1.6	-	15	0.0
-	16	0.0	-	7	1.1	-	29	1.2	-	17	2.3	-	17	1.4
-	17	0.0	-	8	1.1	-	30	1.1	-	18	2.2	-	18	1.3
-	18	0.0	-	9	0.0	X	1	2.3	-	19	0.0	-	19	1.6
-	19	0.0	-	10	0.0	-	2	2.6	-	20	1.1	-	20	1.6
-	20	1.2	-	11	1.1	-	3	2.7	-	22	1.2	-	21	1.4
-	21	2.4	-	12	2.2	-	4	0.0	XII	1	2.4	-	22	1.1
-	22	1.-	-	13	0.0	-	5	0.0	-	2	2.11	-	27	0.0
-	23	1.5	-	15	0.0	XI	1	2.2	-	4	1.4	-	28	0.0
-	26	2.15	-	16	0.0	-	5	2.4	-	5	1.2	-	29	2.4
-	27	2.14	-	17	2.5	-	6	1.3	-	6	1.1	-	30	1.1
-	28	3.8	-	19	0.0	-	7	4.14	-	7	1.2	-	31	0.0
-	29	3.13	-	20	0.0									

415) Aus einem Schreiben von Herrn Director C. Hornstein, datirt: Prag den 16. Jänner 1880. (Fortsetzung zu 394).

Ich erlaube mir, Ihnen die Resultate der Beobachtungen der täglichen Variation der magnetischen Declination im abgelaufenen Jahre mitzutheilen:

1879	Jänner	2',87	1879	Juli	8',81
	Februar	3 ,30		August	8 ,40
	März	5 ,53		September	5 ,97
	April	6 ,72		October	4 ,23
	Mai	7 ,98		November	3 ,37
	Juni	9 ,38		December	3 ,21

Jahr 5',81.

An das letztere Jahresmittel ist die Correction + 0',18 anzubringen wegen der seit 1870 fehlenden Beobachtungsstunde 20^h (siehe Magnetische und meteorologische Beobachtungen in Prag, Jahrg. 1870 Seite XVI). Daher hat man für 1879

$$v = 5',99$$

als tägliche Variation der Declination in Prag.

416) Beobachtungen der magnetischen Declinations-Variation zu Montsouris bei Paris A. 1879. (Fortsetzung zu 392).

Nach den Comptes rendus wurden folgende mittlere monatliche Bestimmungen erhalten:

1879	Maximum	3^h	21^h	Minimum	Variation
Januar	16° 59′,9	57′,9	55′,1	53′,7	4′,50
Februar	60 ,0	58 ,4	53 ,7	53 ,7	5 ,50
März	61 ,1	60 ,7	52 ,4	52 ,1	8 ,65
April	62 ,5	60 ,9	54 ,1	53 ,5	7 ,90
Mai	62 ,8	60 ,7	53 ,9	52 ,3	8 ,65
Juni	60 ,2	60 ,2	52 ,3	49 ,4	9 ,35
Juli	58 ,4	58 ,1	50 ,1	48 ,1	9 ,15
August	59 ,5	57 ,6	50 ,5	47 ,5	9 ,55
September	60 ,9	58 ,4	54 ,2	52 ,3	6 ,40
October	57 ,6	55 ,7	51 ,1	51 ,0	5 ,60
November	56 ,7	55 ,0	52 ,7	52 ,7	3 ,15
December	55 ,8	54 ,8	53 ,2	53 ,1	2 ,15
Mittel					6′,71

wo die Variation von mir nach der in 361 aufgestellten Formel

$$v = \frac{1}{2}\,(\text{Max.} + 3^h - 21^h - \text{Min.})$$

berechnet worden ist.

417) Aus einem Schreiben von Herrn Observator Feldkirchner in Bogenhausen bei München vom 19. Januar 1880. (Fortsetzung zu 400).

Der Jahrgang 1879 ist zwar druckfertig, doch habe ich die Broschüren vom Buchbinder noch nicht bekommen; sobald ich dieselben erhalte, werde ich Ihnen ungesäumt ein Exemplar senden. — Einstweilen folgende Daten:

1879	Minimum		Maximum		Variationen	
	Stand	um	Stand	um	Scalenth.	Minuten.
I.	4,30	9^h	7,51	1^h	3,21	3,17
II.	3,37	9	7,73	1	4,36	4,31
III.	1,69	9	8,91	1	7,22	7,13
IV.	-0,19	8	9,03	1	9,22	9,11
V.	-0,78	7	8,17	1	8,95	8,84
VI.	8,26	7	17,78	2	9,52	9,41
VII.	8,03	7	17,04	2	9,01	8,90
VIII.	7,88	7	17,80	1	9,92	9,80
IX.	8,07	8	16,07	1	8,00	7,90
X.	8,40	8	14,79	1	6,39	6,31
XI.	8,68	9	12,28	1	3,60	3,56
XII.	8,76	9	11,30	1	2,54	2,51
				Jahresmittel	6,83	6,75

Ein Scalentheil ist gleich 0,988 Minuten. — Aenderung (des Nullpunktes) am ersten Juni + 10,0.

418) H. Leppig, Beobachtungen der Sonnenflecken zu Leipzig im Jahre 1879. — (Forts. zu Nr. 398).

Herr Leppig hat mir brieflich folgende Fortsetzung seiner Zählungen mitgetheilt:

1879			1879			1879			1879			1879		
I	3	1.1	III	10	0.0	IV	4	0.0	V	4	0.0	V	27	0.0
-	8	0.0	-	11	0.0	-	5	0.0	-	5	0.0	-	29	0.0
-	21	0.0	-	13	0.0	-	7	0.0	-	6	0.0	-	30	0.0
II	2	0.0	-	14	0.0	-	8	0.0	-	8	1.3	-	31	0.0
-	3	0.0	-	15	0.0	-	15	1.12	-	12	1.3	VI	1	0.0
-	7	0.0	-	19	0.0	-	16	1.8	-	14	0.0	-	2	0.0
-	8	0.0	-	23	0.0	-	20	1.2	-	15	0.0	-	3	0.0
-	11	0.0	-	24	0.0	-	21	1.1	-	16	0.0	-	4	0.0
-	14	1.2	-	25	0.0	-	23	0.0	-	18	0.0	-	5	1.4
-	17	0.0	-	26	0.0	-	24	0.0	-	19	0.0	-	7	0.0
-	19	0.0	-	27	0.0	-	25	0.0	-	20	0.0	-	9	0.0
-	20	0.0	-	29	0.0	-	26	0.0	-	21	0.0	-	10	1.2
-	21	0.0	-	30	0.0	-	29	0.0	-	22	0.0	-	15	0.0
III	6	0.0	-	31	0.0	-	30	0.0	-	23	0.0	-	16	0.0
-	7	0.0	IV	1	0.0	V	1	0.0	-	24	0.0	-	17	0.0
-	8	0.0	-	2	0.0	-	2	0.0	-	25	0.0	-	20	0.0

1879			1879			1879			1879			1879		
VI	21	1.1	VII	20	0.0	VIII	21	0.0	IX	17	0.0	X	24	0.0
-	23	0.0	-	21	0.0	-	22	0.0	-	18	0.0	-	25	0.0
-	24	0.0	-	22	0.0	-	23	1.5	-	19	0.0	-	26	0.0
-	25	0.0	-	25	0.0	-	24	1.6	-	22	0.0	XI	7	2.8
-	26	1.3	-	26	0.0	-	25	1.9	-	23	1.1	-	10	1.14
-	28	1.11	-	28	0.0	-	26	1.2	-	28	1.1	-	12	1.15
-	29	1.11	-	30	0.0	-	27	2.6	-	29	1.2	-	14	1.7
-	30	1.11	-	31	0.0	-	29	2.6	-	30	1.1	-	20	1.1
VII	1	1.11	VIII	1	0.0	IX	1	1.5	X	1	1.2	-	21	0.0
-	3	2.3	-	2	0.0	-	2	1.2	-	2	1.3	-	28	2.7
-	4	2.2	-	3	0.0	-	3	1.3	-	3	1.5	-	29	2.10
-	5	1.1	-	4	0.0	-	4	1.1	-	4	0.0	XII	9	0.-
-	7	0.0	-	5	0.0	-	5	1.1	-	5	0.0	-	10	1.1
-	9	0.0	-	6	0.0	-	6	1.1	-	6	0 0	-	15	0.0
-	10	1.6	-	7	0.0	-	7	1.1	-	7	1.4	-	16	0.0
-	12	1.11	-	13	1.6	-	8	0.0	-	9	1.10	-	17	1.3
-	13	1.6	-	14	0.0	-	10	0.0	-	10	1.11	-	21	1.2
-	14	1.1	-	15	0.0	-	11	0.0	-	15	1.3	-	22	1.2
-	15	1.3	-	16	0.0	-	12	0.0	-	16	1.2	-	25	0.0
-	18	0.0	-	19	0.0	-	13	0.0	-	17	1.2	-	27	0.0
-	19	0.0	-	20	0.0	-	14	0.0	-	21	1.4	-	30	0.0

419) Heinrich Weber in Peckeloh, Sonnenflecken-beobachtungen im Jahre 1879. (Forts. zu Nr. 387):

1879			1879			1879			1879			1879		
I	1	0.0	II	3	0.0	III	3	0.0	III	23	0.0	IV	8	0.0
-	2	0.0	-	8	0.0	-	4	0.0	-	24	0.0	-	11	1.5
-	3	1.1*	-	10	0.0	-	5	0.0	-	25	0.0	-	13	1.13
-	4	0.0	-	11	0.0	-	6	0·0	-	26	0.0	-	14	1.15
-	5	0.0	-	13	0.0	-	7	0.0	-	27	0.0	-	15	1.23
-	6	0.0	-	14	1.1*	-	8	0.0	-	28	0.0	-	16	1.27
-	7	0.0	-	15	0.0	-	9	0.0	-	29	0.0	-	17	1.28
-	8	0.0	-	16	0.0	-	10	0.0	-	30	0.0	-	19	1.9
-	11	0.0	-	17	0.0	-	11	0.0	-	31	0.0	-	21	1.5
-	12	0.0	-	19	0.0	-	13	0.0	IV	1	0.0	-	22	1.1
-	16	0.0	-	20	0.0	-	14	0.0	-	2	0.0	-	24	0.0
-	19	0.0	-	22	0.0	-	16	0.0	-	3	0.0	-	25	0.0
-	22	0.0	-	23	0.0	-	17	0.0	-	4	0.0	-	26	0.0
-	26	0.0	-	24	0.0	-	19	0.0	-	5	0.0	-	27	0.0
II	1	0.0	-	28	0.0	-	20	0.0	-	6	0.0	-	28	0.0
-	2	0.0	III	2	0.0	-	21	0.0	-	7	0.0	-	29	0.0

NB. Die mit * bezeichneten Beobachtungen wurden in O Gyalla erhalten.

1879		1879		1879		1879		1879	
IV 30	0.0	VI 12	0.0	VII 30	0.0	IX 12	0.0	XI 2	0.0
V 1	0.0	- 13	0.0	- 31	0.0	- 13	0.0	- 3	0.0
- 2	0.0	- 15	0.0	VIII 1	0.0	- 14	0.0	- 4	0.0
- 3	0.0	- 16	0.0	- 2	0.0	- 15	0.0	- 5	0.0
- 4	0.0	- 17	0.0	- 3	0.0	- 16	0.0	- 9	1.20
- 5	0.0	- 18	0.0	- 4	0.0	- 18	0.0	- 10	1.21
- 6	0.0	- 19	0.0	- 5	0.0	- 19	0.0	- 11	1.25
- 7	0.0	- 20	0.0	- 6	0.0	- 20	0.0	- 12	1.30
- 8	1.5	- 21	0.0	- 7	0.0	- 21	0.0	- 13	1.23
- 9	1.6	- 22	0.0	- 8	0.0	- 22	0.0	- 14	1.14
- 10	1.5	- 23	0.0	- 9	0.0	- 23	1.1	- 19	0.0
- 12	1.2	- 24	0.0	- 10	1.5	- 24	1.1	- 20	0.0
- 13	0.0	- 25	0.0	- 11	1.6	- 25	1.2	- 21	0.0
- 14	0.0	- 26	1.5	- 12	1.3	- 29	0.0	- 22	0.0
- 15	0.0	- 27	1.18	- 13	1.2	- 30	0.0	- 23	0.0
- 16	0.0	- 28	1.17	- 14	0.0	X 1	0.0	- 24	0.0
- 17	0.0	- 29	1.20	- 15	0.0	- 2	0.0	- 25	0.0
- 18	0 0	- 30	1.27	- 16	0.0	- 3	0.0	- 26	0.0
- 19	0.0	VII 1	1.24	- 17	0.0	- 4	0.0	XII 1	1.3
- 20	0.0	- 2	1.15	- 18	0.0	- 5	0.0	- 2	1.11
- 21	0.0	- 8	0.0	- 19	0.0	- 6	0.0	- 3	1.9
- 22	0.0	- 9	0.0	- 21	0.0	- 7	0.0	- 4	1.5
- 23	0.0	- 10	0.0	- 22	0.0	- 8	0.0	- 6	0.0
- 24	0.0	- 11	1.15	- 23	0.0	- 9	0.0	- 7	0.0
- 25	0.0	- 12	1.14	- 24	1.14	- 13	1.15	- 8	0.0
- 26	0.0	- 13	1.13	- 25	1.7	- 14	1.18	- 9	0.0
- 27	0.0	- 14	1.12	- 26	0.0	- 15	2.9	- 10	0.0
- 28	0.0	- 15	1.5	- 27	1.5	- 16	0.0	- 11	0.0
- 29	0.0	- 16	1.4	- 29	1.7	- 17	0.0	- 12	0.0
- 30	0.0	- 17	0.0	- 30	1.6	- 18	1.27	- 13	0.0
- 31	0.0	- 18	0.0	- 31	1.8	- 19	1.21	- 14	0.0
VI 1	0.0	- 19	0.0	IX 1	1.5	- 20	1.20	- 15	0.0
- 2	0.0	- 20	0.0	- 2	1.5	- 21	1.15	- 16	0.0
- 3	0.0	- 21	0.0	- 3	1.4	- 22	1.1	- 17	1.7
- 4	0.0	- 22	0 0	- 4	1.3	- 25	0.0	- 18	1.8
- 5	1.5	- 23	0.0	- 5	1.1	- 26	0.0	- 19	1.10
- 6	0.0	- 24	0.0	- 6	1.1	- 27	0.0	- 21	1.5
- 7	0.0	- 25	0.0	- 7	1.1	- 28	0.0	- 22	1.4
- 8	0.0	- 26	0.0	- 8	0.0	- 30	0.0	- 23	1.2
- 9	0.0	- 27	0.0	- 9	0.0	- 31	0.0	- 29	0.0
- 10	0.0	- 28	0.0	- 11	0.0	XI 1	0.0	- 30	0.0
- 11	0.0	- 29	0.0						

420) Magnetische Variationsbeobachtungen in Wien, zum Theil dem «Anzeiger» der k. Academie entnommen,

zum Theil schriftlicher Mittheilung von Herrn Director Hann. (Forts. zu 399).

Auf der Hohen Warte bei Wien wurden folgende mittlere monatliche Stände der Declinationsnadel erhalten:

1879	7^h	2^h	9^h	Variation
I.	68,10	70,71	67,35	2,99
II.	65,82	69,58	66,30	3,76
III.	64,53	71,13	65,53	6,60
IV.	62,72	70,54	65,26	7,82
V.	60,83	70,15	64,17	9,32
VI.	60,19	69,82	63,78	9,63
VII.	60,11	69,24	63,76	9,13
VIII.	59,93	69,06	63,35	9,13
IX.	60,00	66,99	62,26	6,99
X.	60,78	65,59	61,31	4,81
XI.	61,78	64,24	61,54	2,58
XII.	62,03	63,94	61,14	2,36
Mittel		10° 4′,82		6,26

Die in der Columne „Variation“ enthaltenen Werthe sind von mir nach der Formel

$$v = 2^h - \frac{7^h + \text{Min.}}{2}$$

berechnet. Die in den drei ersten Columnen enthaltenen Monatsmittel geben an, um wie viele Minuten die westliche Declination zu jeder der drei Beobachtungsstunden im Mittel grösser als 10° gewesen sei.

421) Magnetische Variationsbeobachtungen in Moncalieri, schriftlicher Mittheilung von Herrn P. Denza entnommen. (Forts. zu 409).

Herr P. Denza hat mir für 1879 folgende Bestimmungen mitgetheilt:

Janvier	3',56	Juillet	9',14
Février	4 ,19	Août	9 ,32
Mars	5 ,58	Septembre	8 ,88
Avril	5 ,71*)	Octobre	7 ,47
Mai	8 ,37*)	Novembre	5 ,06
Juin	8 ,35	Décembre	3 ,51

Moyenne de l'année 1879: 6',60.

422) Beobachtungen der Sonnenflecken in Moncalieri und Bra. Aus dem Bullettino meteorologico dell' osservatorio del r. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri und aus directen Mittheilungen. (Forts. zu Nr. 388).

Es wurden folgende Zählungen erhalten:

1879			1879			1879			1879			1879		
I	3	0.0	II	24	0.0	IV	10	0.0	VI	14	0.0	VII	18	0.0
-	4	0.0	-	28	0.0	-	11	0.0	-	15	0.0	-	20	0.0
-	5	0.0	III	2	0.0	-	19	0.0	-	17	0.0	-	21	0.0
-	6	0.0	-	3	0.0	-	22	0.0	-	19	0.0	-	22	0.0
-	7	0.0	-	4	0.0	-	23	0.0	-	21	0.0	-	23	0.0
-	11	0.0	-	5	0.0	-	24	0.0	-	25	0.0	-	24	0.0
-	12	0.0	-	7	0.0	-	25	0.0	-	26	0.0	-	25	0.0
-	13	0.0	-	8	0.0	-	26	0.0	-	27	1.8	-	26	0.0
-	14	0.0	-	9	0.0	V	4	0.0	-	28	1.5	-	27	0.0
-	16	0.0	-	10	0.0	-	5	0.0	-	29	1.5	-	28	0.0
-	17	0.0	-	11	0.0	-	6	0.0	-	30	1.7	-	29	0.0
-	20	0.0	-	12	0.0	-	11	0.0	VII	1	1.4	-	30	0.0
-	29	0.0	-	13	0.0	-	12	0.0	-	3	2.7	-	31	0.0
-	30	0.0	-	14	0.0	-	13	0.0	-	5	0.0	VIII	1	0.0
II	6	0.0	-	16	0.0	-	14	0.0	-	6	0.0	-	2	0.0
-	7	0.0	-	17	0.0	-	15	0.0	-	7	0.0	-	3	0.0
-	8	0.0	-	18	0.0	-	16	0.0	-	8	0.0	-	4	0.0
-	12	0.0	-	29	0.0	-	21	0.0	-	9	0.0	-	5	0.0
-	13	0.0	-	30	0.0	-	23	0.0	-	10	0.0	-	7	0.0
-	17	0.0	IV	3	0.0	-	29	0.0	-	11	1.4	-	8	0.0
-	18	0.0	-	5	0.0	VI	1	0.–	-	12	1.5	-	9	0.0
-	19	0.0	-	6	0.0	-	2	0.0	-	14	1.3	-	10	1.4
-	21	0.0	-	8	0.0	-	12	0.0	-	15	1.3	-	11	1.3
-	22	0.0	-	9	0.0	-	13	0.0	-	16	1.3	-	12	2.6

*) Les valeurs de Avril et Mai sont déduites, les premières des observations du 1er au 14, les deuxièmes du 11 au 31, à cause des arrangements qu'on a fait au déclinomètre.

1879			1879			1879			1879			1879		
VIII	13	2.9	IX	4	1.1	X	17	1.1	XI	11	1.5	XII	12	0.0
-	14	1.3	-	8	0.0	-	18	1.2	-	12	1.4	-	13	0.0
-	17	0.0	-	10	0.0	-	19	1.5	-	13	1.4	-	19	1.2
-	18	0.0	-	11	0.0	-	21	1.4	-	14	1.2	-	20	1.1
-	19	0.0	-	18	0.0	-	22	0.0	-	15	1.1	-	21	1.2
-	20	0.0	-	21	0.0	-	23	0.0	-	16	1.3	-	22	1.2
-	23	1.3	-	22	0.0	-	24	0.0	-	17	0.0	-	23	1.1
-	24	1.6	-	29	1.1	-	28	0.0	-	18	0.0	-	24	0.0
-	25	1.3	X	1	0.0	XI	3	0.0	XII	2	1.2	-	25	0.0
-	26	1.3	-	2	1.2	-	4	0.0	-	5	0.0	-	26	0.0
-	29	1.2	-	3	1.2	-	5	0.0	-	6	0.0	-	27	0.0
-	30	1.3	-	6	0.0	-	6	0.0	-	7	0.0	-	28	0.0
-	31	1.7	-	10	1.5	-	7	1.2	-	9	0.0	-	29	0.0
IX	1	1.3	-	11	1.6	-	8	1.5	-	10	0.0	-	30	0.0
-	2	1.3	-	14	1.4	-	9	1.6	-	11	0.0	-	31	0.0
-	3	1.3												

423) Memorie della Società degli spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini und schriftliche Mittheilungen der Herren Prof. P. Tacchini und Director Cacciatore in Palermo. (Forts. zu 395.)

Herr Prof. Tacchini hat in Fortsetzung seiner Serie im ersten Semesters 1879 in Palermo folgende Beobachtungen erhalten: Nach seiner Abreise von Palermo wurden die Beobachtungen einige Zeit unterbrochen, dann durch Prof. A. Riccò wieder aufgenommen, und sie sollen, wie mir Herr Director Cacciatore schreibt, im neuen Jahre wieder regelmässig ausgeführt werden.

1879			1879			1879			1879			1879		
I	9	0.0	I	31	1.2	III	7	0.0	IV	6	0.0	V	21	0.0
-	11	0.0	II	1	0.0	-	9	0.0	-	7	0.0	-	22	0.0
-	14	0.0	-	2	0.0	-	10	0.0	V	5	0.0	-	23	0.0
-	15	0.0	-	3	0.0	-	11	0.0	-	7	1.2	-	24	0.0
-	16	0.0	-	4	0.0	-	12	0.0	-	8	1.2	-	27	0.0
-	21	0.0	-	5	0.0	-	17	0.0	-	10	1.3	VI	1	0.0
-	22	0.0	-	10	0.0	-	18	0.0	-	11	1.4	-	2	0.0
-	23	0.0	-	16	0.0	-	19	0.0	-	15	0.0	-	3	0.0
-	26	0.0	-	20	0.0	-	20	0.0	-	16	0.0	-	4	0.0
-	27	0.0	-	23	0.0	-	30	0.0	-	18	0.0	-	5	1.6
-	28	1.4	-	27	0.0	-	31	0.0	-	19	0.0	-	6	0.0
-	30	2.8	III	4	0.0	IV	3	0.0	-	20	0.0	-	7	0.0

1879			1879			1879			1879			1879		
VI	8	0.0	VI	19	0.0	VI	28	1.7	IX	26	1.1	XI	20	1.2
-	9	0.0	-	20	0.0	-	29	1.10	X	1	1.1	-	24	0.0
-	11	1.4	-	21	0.0	-	30	1.16	-	3	1.6	-	29	2.11
-	12	0.0	-	22	0.0				-	4	1.3	XII	17	1.2
-	13	0.0	-	23	0.0	IX	11	1.1	-	10	1.13	-	23	1.1
-	14	0.0	-	24	0.0	-	14	0.0	-	11	1.13	-	25	1.1
-	15	0.0	-	25	0.0	-	20	0.0	X	15	2.4	-	27	0.0
-	16	0.0	-	26	1.3	-	24	1.1	XII	1	1.3	-	29	0.0
-	18	0.0	-	27	1.5									

424) Aus einem Schreiben von Herrn Prof. Fearnley, datirt: Christiania den 25. Januar 1880. (Fortsetzung zu Nr. 394.)

Die Beobachtungen im Jahre 1879 ergaben:

1879	Magnet. Declination I	Magnet. Declination II	Variation $2-9^h$
Januar	13° 42′,0	42′,2	1′,96
Februar	41,4	41,6	3,31
März	40,9	40,9	6,85
April	39,8	40,1	7,56
Mai	40,0	40,3	7,41
Juni	39,3	39,3	8,56
Juli	38,3	38,3	8,35
August	37,8	37,1	8,37
September	36,7	36,6	5,75
October	35,5	35,4	4,24
November	35,3	35,3	2,34
December	35,0	35,1	1,70
Jahr	13°38′,49	38′,50	5′,540

Das Minimum für Christiania fällt somit sehr nahe auf 1878,0, — noch früher aber, wenn man die einzelnen Monate getrennt behandelt, nämlich:

Januar	1878	Juli	1875
Februar	1876	August	1878
März	1877	September	1877
April	1877	October	1878
Mai	1876	Novembee	1878
Juni	1877	December	1877

425) Bulletino meteorologico dell' osservatorio del collegio romano. Vol. XVIII, sowie schriftliche Mittheilungen der Herren Ferrari und Tacchini. (Forts. zu 389.)

Herr Professor Ferrari in Rom hat im ersten Semester 1879 folgende Gruppenzählungen und Flächenbestimmungen erhalten, und mir davon theils durch Uebersendung des gedruckten Bulletino, theils durch schriftliche Mittheilung Kenntniss gegeben. Für das zweite Semester ist sodann Herr Professor Tacchini an seine Stelle getreten, und hat mir die erhaltenen Gruppen- und Fleckenzählungen schriftlich mitgetheilt.

1879			1879			1879			1879			1879		
I	3	$1.1._{3}$	III	3	0.0	IV	10	0.0	V	20	0.0	VI	21	0.0
-	5	0.0	-	4	0.0	-	13	1.11	-	22	0.0	-	22	0.0
-	7	0.0	-	5	0.0	-	14	1.12	-	23	0.0	-	23	0.0
-	11	0.0	-	6	0.0	-	17	1.15	-	28	0.0	-	24	0.0
-	12	0.0	-	7	0.0	-	19	1.10	-	30	0.0	-	25	0.0
-	13	0.0	-	8	0.0	-	20	1.8	-	31	0.0	-	26	1.2
-	14	0.0	-	10	0.0	-	23	$1.1._{5}$	VI	1	0.0	-	27	1.8
-	15	0.0	-	11	0.0	-	25	0.0	-	2	0.0	-	28	1.7
-	16	0.0	-	14	0.0	-	26	0.0	-	4	0.0	-	29	1.10
-	20	0.0	-	15	0.0	V	1	0.0	-	5	$1.2._{5}$	-	30	1.9
-	26	0.0	-	18	0.0	-	3	0.0	-	7	0.0			
-	28	0.0	-	19	0.0	-	4	0.0	-	8	0.0	VII	1	1.11
II	6	0.0	-	20	0.0	-	5	0.0	-	9	0.0	-	2	2.10
-	8	0.0	-	21	0.0	-	6	0.0	-	11	$1.0._{4}$	-	3	2.6
-	12	0.0	-	22	0.0	-	7	$1.0._{5}$	-	12	0.0	-	4	2.4
-	13	0.0	-	25	0.0	-	8	1.5	-	13	0.0	-	5	1.2
-	19	0.0	-	29	0.0	-	12	0.0	-	14	0.0	-	7	0.0
-	21	0.0	-	30	0.0	-	13	0.0	-	15	0.0	-	8	1.2
-	23	0.0	-	31	0.0	-	14	0.0	-	16	0.0	-	9	0.0
-	28	0.0	IV	1	0.0	-	15	0.0	-	18	0.0	-	10	1.2
III	1	0.0	-	6	0.0	-	16	0.0	-	19	0.0	-	11	1.6
-	2	0.0	-	9	0.0	-	18	0.0	-	20	0.0	-	12	1.5

Notizen.

Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Gewitter. Die Untersuchung gründet sich auf tägliche Beobachtungen während 90 Jahren, nämlich auf

30 fast vollständige Jahrgänge von Wolfgang Haller von Wyl, Kanton St. Gallen, später Probst und Bürger von Zürich, beobachtet von 1545 bis 1547 in Kappel (Zürich) und Meilen und von 1550 bis 1576 in Zürich.

7 Jahrgänge von Professor J. J. Scheuchzer aus Zürich, beobachtet in Zürich von 1708 bis 1711 und von 1717 bis 1719.

5 Jahrgänge von Kaufmann J. J. Ott aus Zürich, beobachtet auf einem nahen Landgute von 1757 bis 1761.

11 Jahrgänge von Hauptmann Hs. Jakob Toggenburger von Marthalen, beobachtet in Marthalen 1771 bis 1781.

10 Jahrgänge von Zunftmeister v. Muralt aus Zürich, beobachtet auf einem nahen Landgute von 1773 bis 1782, die vorhergehenden 11 Jahrgänge grösstentheils ersetzend.

16 Jahrgänge von Amtmann v. Escher aus Zürich, beobachtet im Röthel bei Zürich von 1782 bis 1797.

1 Jahrgang von Prof. M. Ulrich aus Zürich, beobachtet in Zürich im Jahr 1828.

9 Jahrgänge von Hs. Kaspar Egg aus Ellikon a. d. Thur, beobachtet daselbst von 1831 bis 1840.

16 Jahrgänge von Prof. M. Ulrich aus Zürich, und auf Veranstaltung der Naturforschenden Gesellschaft, beobachtet von 1835 bis 1850.

Endlich wurden noch aushülfsweise benutzt: 3 Monate Beobachtungen von Pfarrer Kitt in Rickenbach (1771) und 2 Jahre von Pfarrer Nötzli in Dynhard (1791 und 1794), so dass die 90 vollständigen Jahrgänge zum Theil doppelt vorhanden sind

1879			1879			1879			1879			1879		
III	31	0.0	V	31	0.0	VII	18	0.0	IX	5	1.1	X	29	0.0
IV	1	0.0	VI	2	0.0	-	19	0.0	-	6	1.1	-	30	0.0
-	2	0.0	-	3	0.0	-	20	0.0	-	7	0.0	-	31	0.0
-	3	0.0	-	4	1.5	-	21	0.0	-	8	0.0	XI	1	0.0
-	5	0.0	-	5	2.8	-	22	0.0	-	9	0.0	-	2	0.0
-	6	0.0	-	6	0.0	-	23	0.0	-	10	0.0	-	3	0.0
-	7	0.0	-	7	0.0	-	24	0.0	-	11	0.0	-	4	1.1
-	8	0.0	-	8	0.0	-	25	0.0	-	12	0.0	-	5	0.0
-	9	0.0	-	9	1.4	-	26	0.0	-	14	0.0	-	6	1.4
-	11	1.3	-	10	1.1	-	27	0.0	-	15	0.0	-	7	4.25
-	12	1.3	-	11	0.0	-	28	0.0	-	16	1.3	-	9	2.11
-	13	1.9	-	12	0.0	-	29	1.1	-	17	0.0	-	10	2.11
-	15	1.14	-	13	0.0	-	30	0.0	-	18	0.0	-	11	1.14
-	16	1.10	-	14	0.0	-	31	0.0	-	19	0.0	-	12	1.16
-	20	1.7	-	15	0.0	VIII	1	0.0	-	20	0.0	-	13	1.18
-	21	1.1	-	16	0.0	-	2	0.0	-	21	0.0	-	14	1.4
-	22	1.1	-	17	0.0	-	3	0.0	-	22	0.0	-	16	1.3
-	23	1.1	-	18	0.0	-	4	0.0	-	23	0.0	-	17	1.3
-	24	0.0	-	19	0.0	-	5	0.0	-	24	1.1	-	18	1.2
-	25	0.0	-	20	0.0	-	6	0.0	-	25	1.1	-	19	0.0
-	26	0.0	-	21	0.0	-	7	0.0	-	26	1.1	-	20	0.0
-	27	0.0	-	22	0.0	-	8	0.0	-	27	1.1	-	21	0.0
-	28	0.0	-	23	0.0	-	9	0.0	-	29	1.2	-	22	0.0
-	29	0.0	-	24	0.0	-	10	1.4	-	30	1.2	-	23	0.0
-	30	0.0	-	25	0.0	-	11	2.5	X	1	1.1	-	24	0.0
V	1	0.0	-	26	1.5	-	12	2.14	-	2	1.9	-	25	0.0
-	3	0.0	-	27	1.4	-	13	2.14	-	3	1.1	-	26	0.0
-	4	0.0	-	28	1.8	-	14	1.2	-	4	0.0	-	27	1.3
-	5	0.0	-	29	1.9	-	16	0.0	-	5	0.0	-	29	2.6
-	6	1.1	-	30	1.10	-	17	0.0	-	6	0.0	-	30	1.3
-	7	1.3	VII	1	2.4	-	18	0.0	-	7	1.4	XII	1	1.3
-	8	1.4	-	2	2.4	-	19	0.0	-	9	1.16	-	5	1.2
-	9	1.4	-	3	2.3	-	20	1.1	-	10	1.13	-	7	0.0
-	12	1.4	-	5	2.3	-	21	0.0	-	12	2.17	-	8	0.0
-	15	1.4	-	6	0.0	-	22	1.3	-	13	3.17	-	9	1.3
-	16	1.4	-	7	0.0	-	24	1.12	-	14	3.7	-	12	0.0
-	20	0.0	-	8	0.0	-	25	1.15	-	15	1.3	-	13	0.0
-	21	0.0	-	9	0.0	-	26	2.13	-	16	0.0	-	15	0.0
-	22	0.0	-	10	1.5	-	27	2.11	-	19	1.17	-	16	1.2
-	23	0.0	-	11	1.4	-	28	2.10	-	20	1.11	-	17	1.2
-	24	0.0	-	12	1.4	-	29	2.10	-	21	1.11	-	18	0.0
-	25	0.0	-	13	1.3	-	30	1.3	-	23	0.0	-	22	1.1
-	27	0.0	-	14	1.1	-	31	1.3	-	24	0.0	-	26	0.0
-	28	0.0	-	15	1.2	IX	1	1.3	-	25	0.0	-	27	0.0
-	29	0.0	-	16	1.1	-	3	1.1	-	26	0.0	-	28	0.0
-	30	0.0	-	17	0.0	-	4	1.1	-	28	0.0	-	30	0.0

und sich über die Jahre 1545—47, 1550—76, 1708—11, 1717—19, 1757—61, 1771—97, 1828, 1831—50 erstrecken.

In diesen 90jährigen Beobachtungen finden sich aufgezeichnet:

1734 Gewitter (mit Donner und Blitz verbunden, nähere und fernere)

217 Blitze (Blitze ohne hörbaren Donner, oder Wetterleuchten)

368 Schlossenfälle (Riesel oder Hagel, wovon 116 mit obigen Gewittern verbunden waren)

zusammen also 2319 Gewitter und gewitterhafte Erscheinungen oder 2203 Gewitter, Blitze, Wetterleuchten und besondere Schlossenfälle. — Nach 10tägigen Zeiträumen geordnet vertheilen sich dieselben wie folgt:

	Gewitter:	Blitz:	Schlossen:	Summe:
Vom 2. — 11. Jänner	1	1	2	4
„ 12. — 21. „	2	1	3	6
„ 22. — 31. „	1	1	6	8
Vom 1. — 10. Februar	1	1	9	11
„ 11. — 20. „	4	—	8	12
„ 21. Februar — 2. März	3	2	10	15
Vom 3. — 12. März	3	1	11	15
„ 13. — 22 „	6	2	13	21
„ 23. März — 1. April	10	2	12	24
Vom 2. — 11. April	32	7	17	56
„ 12. — 21. „	55	10	25	90
„ 22. April — 1. Mai	52	3	16	71
Vom 2. — 11. Mai	66	10	12	88
„ 12. — 21. „	74	5	16	95
„ 22. — 31. „	102	9	13	124
Vom 1. — 10. Juni	114	10	7	131
„ 11. — 20. „	155	8	10	173
„ 21. — 30. „	138	2	7	147
Vom 1. — 10. Juli	102	12	2	116
„ 11. — 20. „	121	17	4	142
„ 21. — 30. „	122	14	4	140
Uebertrag:	1164	118	207	1489

	Gewitter:	Blitz:	Schlossen:	Summe:
Uebertrag:	1164	118	207	1489
Vom 31. Juli — 9. August	136	13	3	152
„ 10. August — 19. „	155	15	2	172
„ 20. „ — 29. „	112	11	1	124
Vom 30. August — 8. Sept.	59	18	1	78
„ 9. Sept. — 18. „	48	12	2	62
„ 19. „ — 28. „	22	9	6	37
Vom 29. Sept. — 8. Okt.	15	8	2	25
„ 9. Okt. — 18. „	8	4	5	17
„ 19. „ — 28. „	—	—	4	4
Vom 29. Okt. — 7. Nov.	4	—	4	8
„ 8. Nov. — 17. „	6	3	7	16
„ 18. „ — 27. „	1	2	3	6
Vom 28. Nov. — 7. Dez.	—	3*	3	6
„ 8. Dez. — 17. „	1	—	—	1
„ 18. „ — 27. „	3	—	2	5
Vom 28. Dez. — 1. Jänner	—	1	—	1
In 90 Jahren zusammen:	1734	217	252	2203

Die gleichzeitig mit den Gewittern gefallenen Schlossen sind hier weggelassen, es wird aber später die Rede davon sein.

Die mitgetheilte Uebersicht der Gewittererscheinungen, nämlich der wirklichen Gewitter, der Blitze, des Wetterleuchtens und der Schlossen, zeigt, dass dieselben im Allgemeinen Ende Dezembers am seltensten sind, im Sommer dagegen am häufigsten sich einstellen. Doch ist die Zunahme minder regelmässig als die Abnahme. Es zeigt sich nämlich ein grösster Werth vom 12. — 21. April, vom 11. — 20. Juni und vom 10. — 19. August, ein kleinster zwischen diesen Perioden vom 22. April bis 1. Mai und vom 1.—10 Juli. — Hat man die tägliche Vertheilung der Gewittererscheinungen vor Augen so zeigt es sich klar, dass sich einzelne Tage durch eine auffallend grosse oder kleine Anzahl derselben ausgezeichnet haben. Bei manchen ist dieser Abstand viel zu gross, als dass man ihn als ein blosses Spiel des Zufalls betrachten dürfte. Nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit behandelt, sind es

namentlich nachstehende Zeitpunkte, bei denen die Anhäufung der elektrischen Entladungen so bedeutend ist, dass denselben nothwendig eine Gesetzmässigkeit, d. h. eine regelmässig sich einstellende Ursache zu Grunde liegen muss.

1) Vom 20.—25. Februar zeigen sich durchschnittlich alle 7 Jahre elektrische Entladungen.
2) Der 20.—21. April hat im Mittel alle 3 Jahre 1 Gewittererscheinung.
3) Der 16.—17. Juni hat im Mittel alle 2 Jahre 1 Gewittererscheinung.
4) Der 12.—13. August hat im Mittel alle 2 Jahre 1 Gewittererscheinung.
5) Vom 5.—12. Oktober findet sich im Mittel alle 3 Jahre 1 Gewittererscheinung.

Zwischen der ersten und zweiten Epoche verfliessen etwa 57 Tage, zwischen der zweiten und dritten 57 Tage, der dritten und vierten 57 Tage, der vierten und fünften 57 Tage. Dieses Erscheinen in gleich abgemessenen Zeiträumen deutet auf eine periodische Wiederkehr von südlichen bis westlichen Luftströmungen, weil diese es sind, welche die zu elektrischen Entladungen erforderliche höhere Wärme und grössere Feuchtigkeit (Dampfmenge) mit sich führen. — Von den übrigen durch auffallend häufige Gewittererscheinungen ausgezeichneten Tagen scheinen nachfolgende ebenfalls von einer regelmässigen Ursache herzurühren: Vom 5.—6. Mai, 22.—23. Mai, 3.—4. Juni, 12.—13. Juli, 19.—21. Juli, 29. Juli bis 2. August, 21.—22. August, 8.—9. September, 8.—10. November. — Dagegen zeichneten sich durch eine auffallend geringere Anzahl von elektrischen Entladungen aus: 27. April, 8. Mai, 6. Juni, 3. Juli, 5. August, 2. September, 3.—4. Oktober, welche beiden Tage gar keine aufweisen. — Gewitter kamen mit Schlossen verbunden nur vom 2. April bis 8. September vor, doch machen zwei Fälle, der eine vom 10. Februar 1786, der andere vom 22. September 1561, eine Ausnahme hievon. Die kleinern Schlossen (Riesel) sind im April, besonders vom 20.—23. (Georg und Markus), am häufigsten, die grossen Schlossen (Hagel) im Sommer, besonders vom 29.—31. Mai und 21.—22 Juni, vorherrschend gewesen. Der früheste Hagelfall traf auf den 27.

Februar (1794), der späteste auf den 1. Nov. (1793). In der wärmsten Jahreszeit, vom 16. Juli bis 4. Aug., findet sich kein Riesel aufgezeichnet, dagegen 11 mal grosse Schlossen oder Hagel.

Leider sind die mit den Gewittern nahe verwandten Regenschauer und Schlagregen (Platzregen) fast in sämmtlichen Beobachtungen so selten berücksichtigt, dass eine nutzbringende Untersuchung dieser Erscheinungen unmöglich erschienen ist. — Schliesslich sei hier noch eines ungewöhnlich heftigen Gewitters gedacht, das am 22. Dez. 1560, also am kürzesten Tage, Wien und seine Umgebung traf und, wie der fleissige Wolfgang Haller berichtet, schreckliche Verheerungen anrichtete.

Die benutzten Beobachtungen geben nur unvollständigen Aufschluss über die Vertheilung der Gewitter nach Gegenden und fast keinen über den Strich, welchen sie sonst inzuhalten pflegen. Bekanntlich gibt es z. B. in Böhmen Gegenden, die jährlich durchschnittlich nur 11 oder 12 Gewitter haben, während diese Zahl in andern Landestheilen auf 28 und selbst 30 steigt. Aehnliche Verhältnisse kommen natürlich auch in unserm Gebirgslande vor, und sogar der ebnere Kanton Zürich dürfte bei genauerer Untersuchung noch sehr auffallende Verschiedenheiten nachweisen. Die 11jährigen Beobachtungen von Marthalen ergeben im Ganzen nur 107 Gewitteraufzeichnungen, also durchschnittlich nicht völlig 10 Gewitter auf's Jahr; die 79jährigen von Zürich dagegen zeigen eine Durchschnittszahl von beinahe 21 Gewittern. Dieser Unterschied kann von einer Verschiedenheit der Jahre und des Urtheils der Beobachter herrühren, aber auch die Beobachtungen von Ellikon an der Thur ergeben etwas weniger Gewitter, als die gleichzeitigen Züricher Aufzeichnungen. Zudem ist es eine kaum mehr dem Zweifel anheimzustellende allgemeine Wahrnehmung, dass die Gewitter auf dem Rafzerfelde ebenfalls seltener als nördlich und südlich desselben sind, namentlich weit seltener als im Klettgau, sowie dort ebenfalls die jährlich herabfallende Regenmenge eine geringere als zu beiden Seiten ist. Da der Mensch für Alles Gründe sucht und findet, so erklärt man diese ausnahmsweise Stellung wohl mit Grund

aus der Lage dieses Landestheils gegen den Jura und dessen Vorberge, dessen ziemliche Höhe und grossen Waldungen den Regen für sich behalten oder dem im gleichen Windstriche liegenden Rafzerfelde und vielleicht auch Marthalen und Basadingen (Thurgau) nur wenig mehr zukommen lassen. Ebenso werden augenscheinlich die Gewitter von den Vorbergen des Jura aus ihrer Richtung häufig abgelenkt und werden dann durch's Wehnthal oder Klettgau einbrechen. — Damit hängt das Streichen schädlicher Gewitter auf's Genaueste zusammen. Aus den zu Gebote stehenden Beobachtungen scheint es sich zu ergeben, dass die für Zürich und den Zürichberg verderblichsten Gewitter vom Käferberg ob Höngg abgelenkt und dann der Bergkette entlang gewiesen werden, wobei namentlich Fluntern, Hottingen und Balgrist wiederholt empfindlichen Schaden gelitten haben. Ein anderer Strich scheint über Albisrieden, Wollishofen, Zollikon, Küssnacht und dessen Berggemeinde sich zu erstrecken; ein dritter über die Baldern, Thalwyl und Meilen, ein vierter endlich über Zug, den Wädenschwylerberg, Hombrechtikon, Bubikon und Rüti. Letzteren betreffend ist wohl noch Vielen der furchtbare Gewittersturm vom 23. Juni 1841 in lebhaftem Angedenken. Andeutungen für einen Gewitterstrich über Würenlos, Dällikon, Regenstorf, Kloten u. s. w. finden sich manche vor, einige wenige auch für einen durch's eigentliche Wehnthal, der ein paar Male im Flachthal grossen Schaden stiftete.

[H. Denzler 1851.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 12. Januar 1880.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt die seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor. Das Verzeichniss ist mit dem der vorhergehenden Sitzung vereinigt worden.

2) Herr Kantonschemiker Dr. Abeljanz meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

3) Die letzte Generalversammlung der Gesellschaft im Frühjahr hat es für wünschbar erklärt, dass von Zeit zu Zeit von einzelnen Mitgliedern der Gesellschaft Uebersichtsvorträge über den Fortschritt in einzelnen Wissensgebieten gehalten werden. Den ersten solchen Vortrag hielt vor aussergewöhnlich zahlreich versammelter Gesellschaft Herr Prof. Dr. L. Hermann „über die neue Entwicklung der Physiologie des Gesichtssinns". Der Vortragende ging näher ein auf die Mängel und Vorzüge des Auges als dioptrischer Apparat, auf die Entdeckung und Bedeutung des Sehpurpurs und auf die Theorie der Farbenwahrnehmung.

4) Nachher wies Herr Prof. Heim ein von ihm auf Grund der Escher'schen geologischen Karte ausgeführtes aus 30 geologischen Profilen aufgebautes Profilrelief der Säntisgruppe vor. Dasselbe gibt ein besonders klares Bild vom Faltenbau der Erdrinde.

B. Sitzung vom 26. Januar 1880.

1) Herr Dr. Abeljanz wird einstimmig als ordentliches Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

2) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von dem Friesischen Fond.

Topographische Karte der Schweiz im Maassstabe der Original-Aufnahme. Lief. 14.

Vom Eidgenöss. Baubureau.

Rapport mensuel sur les travaux du S. Gothard. 85.

Von Hrn. Prof. R. Wolf.

Procès-verbaux de la comm. géodosique Suisse. 1879.

Von Hrn. J. Eliot.

Eliot, J. Report on the meteorology of India. 3° vol.
— Report on the Madras Cyclone of 1877.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Monatsberichte der K. Preuss. Akad. 1879. Sept. Oct.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1879. 19–23.
Öfversigt af Finska vetenskaps soc. förhandl. XXI.
Observations météorolog. de la soc. de Finlande. 1877.
Jahresbericht d. akad. naturw. Vereins in Graz. V.
Proceedings of the London math. soc. 151. 152.
Bulletin de la soc. math. de France. VII. 6.
Journal of the Linnean soc. Zool. 72–79. Bot. 93–102 List of members.
Litterarische Berichte aus Ungarn. Bd. I und II.
Bibliotheca Hungarica historiae natur. 8. Budapest. 1878.
Koloman. Chemische Analyse Ungar. Fahlerze.
Herman, Otto. Ungarns Spinnenfauna. Bd. III.
Mémoires de la soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève. XXVI. 2.
Berichte des naturw.-med. Vereins in Innsbruck. IX.
Annalen d. k. k. Sternwarte in Wien. III. 28.
Sitzungsberichte d. math. phys. Klasse d. Akad. in München. 1879. 3.
Zeitschrift der Oesterr. Gesellschaft für Meteorologie. XV. 1.

C. Von Redactionen.

Berichte der Deutschen chem. Gesellschaft. 1879. 19.

D. Anschaffungen.

Connaissance des temps p. 1881.

3) Herr R. Billwiller hält folgenden Vortrag „über die Kälteperiode im verflossenen December und die barometrischen Maxima": Die Kälteperiode des gegenwärtigen Winters wird nicht nur nach der rein klimatischen Seite hin in den Annalen unserer Witterungsbeobachtungen eine denkwürdige bleiben; es knüpft sich an dieselbe auch vom Standpunkt der theoretischen Meteorologie aus eine nicht geringe Bedeutung. Der Meteorologe ist leider nicht in der beneidenswerthen Lage des Physikers, der die zu untersuchenden Phänomene meist nach Belieben hervorrufen und die Bedingungen ihres Ein-

tretens modifiziren kann. Es ist ihm nicht wie diesem vergönnt, beliebige Fragen an die Natur zu stellen, d. h. Versuche anzustellen, sondern er muss sich darauf beschränken, Beobachtungen über die Phänomene zu sammeln, wie sie die Natur eben jeweils bietet. — Die Perioden der barometrischen Maxima, welche gegenüber der grossen Flucht der meisten meteorologischen Erscheinungen eine grosse Stabilität zeigen, sind nun vorzüglich geeignet, einen Einblick in gewisse meteorologische Vorgänge, namentlich in Betreff eines Theils der atmosphärischen Circulation, zu gewähren. Doch mögen vorerst einige klimatische Daten folgen. — Der Dezember 1879 war im centraleuropäischen Binnenland jedenfalls einer der kältesten Monate, seit überhaupt zuverlässige Temperaturbeobachtungen vorliegen. Für Basel besitzen wir eine sehr lange Reihe von Thermometeraufzeichnungen und da ergibt sich, dass nur der Dezember 1788, so weit man aus der Zuverlässigkeit des vom damaligen Beobachter Prof. d'Annone angewandten Instruments schliessen darf, ein annähernd gleich tiefes Mittel, nämlich — 9.0 C. gegenüber — 9.2 C. im Dezember 1879 zeigt. Damals jedoch, sowie im Januar 1830, dessen Mittel für Basel — 8.0 C. beträgt, kamen Einzeltemperaturen vor, die ein noch etwas tieferes absolutes Minimum (— 27.0) ergeben, als der Dezember 1879, wo am 10. Morgens das Thermometer bei — 24.0 C. den tiefsten Stand erreichte. In Genf ergibt sich für Januar 1830 dasselbe Mittel, — 6.1, wie für Dezember 1879. Hier macht sich bereits der Einfluss der wärmeren Luft über dem Mittelmeer geltend. Noch deutlicher tritt diess in Lugano hervor, wo das Monatsmittel nur auf — 2.2° herabsteigt. Relativ sehr hohe Mittel gegenüber den meisten Thalstationen ergeben die Stationen Gersau, Vitznau, Altorf, nämlich — 3.9°, — 4.3° und — 4.7°. Man kann wohl mit einiger Sicherheit annehmen, dass hier einerseits die verhältnissmässig hohe Temperatur des Wassers im Vierwaldstättersee durch Wärmeleitung, anderseits der Umstand begünstigend einwirkt, dass in dem gut geschlossenen Becken des Sees die Ausstrahlung beträchtlich geringer ist als auf den freiliegenden Stationen. — Auf die Erklärung der Kälteperiode übergehend, hebt der Vortragende hervor, dass solche

Frostperioden, sofern sie auch nur einigermassen anhaltend sind, regelmässig bei hohem Luftdruck auftreten. Die synoptischen Karten zeigen, dass namentlich im Winter die Zonen hohen Barometerstands oft sehr lange stabil über einem bestimmten, vorwiegend innerhalb der Kontinente gelegenen Gebiete lagern, über welchem in den untersten Luftschichten die Temperatur rasch sinkt und anhaltend niedrig bleibt. Während solcher Perioden tritt dann fast immer die eigenthümliche und vielbesprochene Erscheinung ein, dass in höhern Regionen, auf Berggipfeln oder Abhängen, eine weit mildere Temperatur herrscht, welche zahlreiche Pflanzen zum Blühen bringt. Während also dann in den meist von Nebel und Duft erfüllten Thalsohlen eine abnorm niedrige Temperatur gefunden wird, zeigt sich oben eine anormale Wärme. Diese Thatsache ist eine schon lang und allgemein bekannte und sie erklärt auch sehr einfach, warum die Temperaturabnahme mit der Höhe im Winter durchschnittlich geringer ist als im Sommer, denn die zeitweise Umkehr der Wärmevertheilung in vertikaler Richtung im Winter muss natürlich die mittlere Differenz für diese Jahreszeit herabsetzen. Die Ursache der Erscheinung hat man einerseits in der Wirkung der Insolation, anderseits auch in der Annahme gesucht, es gehöre die obere warme Luft einer verdrängten oder eintretenden südlichen Strömung an, welche vom Nordwind (Polarstrom) gleichsam auf den Rücken genommen wird. — Allein wenn man sich die atmosphärische Circulation vergegenwärtigt, wie sie sich nach den Beobachtungen über dem Gebiete eines barometrischen Maximums oder einer sog. Anticyclone nothwendig gestalten muss, so kommt man auf ein anderes Moment, welches die Sache weit besser und allgemeiner erklärt und das überdiess bei der neuen Föhntheorie bereits die erfolgreichste Anwendung gefunden hat. — Man weiss aus den Beobachtungen über die Bewegung der höchsten Wolken, der leichten Federwolken (cirri), dass die Luft in den obern Regionen stets nach der Zone höchsten Luftdrucks zuströmt; anderseits geht aus den synoptischen Wetterkarten, welche die Windrichtungen an der Erdoberfläche zeigen, hervor, dass die Luft unten aus der Zone hohen Luftdrucks in einer den

obern Strömungen entgegengesetzten Richtung nach allen Seiten auswärts abfliesst. Es muss also demzufolge, wenigstens im centralen Theil der Anticyclone, eine absteigende Luftbewegung bestehen. Sobald aber eine Luftmasse herabsteigt, so muss sie sich erwärmen, indem sie allmälig unter höhern Druck kommt. Diese Erwärmung geht um so rascher vor sich, als die herabströmende Luft sehr arm an Feuchtigkeit ist, durch deren Verdampfung ein Theil der Wärme wieder verloren geht. Die Luft wird nicht nur relativ sehr warm, sondern auch sehr trocken unten anlangen. An der Erdoberfläche selbst aber wird eine bedeutende Erkaltung der untersten Luftschichten durch die intensive Ausstrahlung des Bodens während der langen Winternächte stattfinden, die gerade durch die klare, trockene und ruhige Luft der höhern Schichten ausserordentlich begünstigt wird. Die Folge davon wird sein, dass in einer gewissen Entfernung von der Erdoberfläche die Temperatur nach oben ausserordentlich rasch zunehmen wird, dort nämlich, wo der durch das Absteigen erwärmte Luftstrom mit der erkalteten untern Schicht in Berührung kommt. Wir haben also, von einem gewissen Niveau ausgehend, sowohl nach oben als nach unten eine Temperaturabnahme, nur wird diejenige nach unten eine viel raschere sein. Der frühere Beobachter in Trogen, Herr Prof. Wanner, hat öfters in Fällen, wo die dortige meteorologische Station auf der Grenze der kalten und warmen Luftschichten lag, in Folge des gegenseitigen Verdrängens der kalten untern Nebelschicht und der warmen absteigenden Luft, welche allgemein als Föhn bezeichnet wird, Temperaturdifferenzen von über 12° innerhalb einer Stunde und ebenso enorme Schwankungen der relativen Feuchtigkeit beobachtet. Die absteigende warme Luftströmung geht ohne Zweifel schon in einem gewissen Abstand von der Erdoberfläche allmälig in eine horizontale Strömung über, in welche nur die oberen Theile der Bodenerhöhungen eintauchen. Diese Annahme stimmt sehr gut mit den Resultaten einer jüngst von Hann unternommenen sehr sorgfältigen Untersuchung „über die tägliche Periode der Windintensität“ überein, wornach in der Nähe der Erdoberfläche ein deutlich ausgesprochenes Maximum der Windstärke

mit dem Maximum der Temperatur zusammenfällt, während in den obern Regionen sich keine tägliche Schwankung in den mittleren Windstärken zeigt. Es deutet diess nämlich nach Köppen darauf hin, dass die Bewegung der untersten Luftschichten, welche durch die Unebenheiten der Erdoberfläche zum Theil gehemmt wird, durch Massenaustausch mit jener Schicht von mittlerer Höhe, welche erfahrungsmässig die activste ist und die allgemeine atmosphärische Circulation hauptsächlich vermittelt, in der wärmern Tageszeit beschleunigt wird. Zur Zeit der Frostperioden, wo die Auflockerung der untersten Luftschichten durch die nur kurze Zeit anhaltende Insolation entweder gar nicht oder nur oberflächlich zu Stande kommt, vermag sich der Massenaustausch auch nicht bis ganz an die Erdoberfläche zu erstrecken und die warme obere Strömung fliesst also über der kalten stagnirenden untersten Schicht ab, um durch Ausstrahlung ebenfalls allmälig zu erkalten, was mit der Thatsache in gutem Einklang, dass wir zur Zeit der Frostperioden unten meist absolute Windstille finden, während oben sich eine leichte Luftströmung geltend macht.

Dass die Insolation nicht die wesentliche Ursache der milden Temperatur der obern Luftschichten sein kann, geht aus folgenden Thatsachen und Erwägungen hervor:

1) Die Thermometerstände der obern Stationen geben auch für 7 Uhr Vorm., also für einen Zeitpunkt, der sich unmittelbar an eine 16—18 Stunden anhaltende Periode der Wärmeausstrahlung schliesst, fast dieselben Temperaturunterschiede mit den untern Stationen wie die Mittagsbeobachtungen.

2) Es ist unmöglich anzunehmen, dass die Erwärmung des inselartig zerstreuten, meist schneebedeckten Bodens von relativ geringer Ausdehnung, der noch in die warme Luftschicht hineinragt, die Luftmassen so nachhaltig zu erwärmen vermag, wie man diess aus den Thermometerablesungen schliessen müsste. Dass die Thermometer aber keine zu hohen, d. h. der wirklichen Lufttemperatur nicht entsprechenden Stände zeigen, geht aus den mittelst der Barometerbeobachtungen berechneten Höhenunterschieden hervor, welche man

in jenem Falle zu gross finden müsste, während sie sich eher zu klein zeigen.

3) Die Temperaturerhöhung zeigt sich auch an solchen Höhenstationen, wo von einer Insolation desshalb keine Rede sein kann, weil die Sonne um die Zeit des Wintersolstitiums den ganzen Tag unter dem Horizont bleibt. Diess war z. B. während der Kälteperiode im letzten Dezember auf den Stationen Elm und Grimsel der Fall, und doch zeigen dieselben in der Periode vom 16. — 18. eine um ca. 8° höhere Mitteltemperatur, als die tiefgelegenen Stationen Glarus und Thun.*)

4) Die ganze Erscheinung der Anomalie in der vertikalen Vertheilung der Temperatur beschränkt sich auf die Zeit, wo das betreffende Gebiet im centralen Theil des barometrischen Maximums liegt. Am Rande desselben hört die absteigende Luftbewegung auf und in noch grösserer Entfernung, in der Zone niedrigen Luftdrucks, finden wir wieder meist eine aufsteigende Luftbewegung. In den äussern Randgebieten der Anticyclone zeigt sich aber auch bei ruhiger Luft und ungehinderter Insolation keine Erwärmung der obern Luftschichten, sondern die normale stetige Temperaturabnahme nach oben. Es ist also augenscheinlich, dass diese absteigende Luftbewegung im centralen Theil der Anticyclone es wesentlich ist, welche die Erwärmung bedingt.

Die grosse Stabilität der Zonen hohen Luftdrucks, die sich wohl zeitweise etwas seitlich verschieben, aber als solche Wochen und Monate lang fortbestehen, erklärt sich daraus, dass die Erscheinung eben die Bedingungen ihrer Fortdauer in sich selbst trägt. Die starke, ungewöhnliche Erkältung der untersten Luftschichten am Erdboden ruft ein stets erneuertes Herabströmen von Luft aus höhern Regionen hervor, die dann ihrerseits wieder erkaltet und seitlich abfliesst. Die herabsteigende Luft wirkt nicht nur durch ihr Gewicht, sondern auch noch dynamisch auf das Barometer und so erhält sich der hohe Luftdruck. — Im Sommer fällt die Wirkung der

*) In obigem Referat finden sich einige Argumente, die wir in der Sitzung selber noch nicht hervorgehoben haben.

Erkaltung der untersten Luftschichten und somit auch die Aspiration aus den obern Regionen weg, wesshalb zu dieser Jahreszeit die Zonen hohen Luftdrucks sowohl weniger stark entwickelt, als auch weniger stabil sind. — Die Mitteltemperatur für den 16.—28. December, d. h. für die Zeit, während welcher unser Alpenland im centralen Theil einer Zone hohen Luftdrucks lag, ergibt für einige unserer Thal- und Bergstationen die nachstehenden Resultate:

	Höhe m.	Temp.		Höhe m.	Temp.
Altstätten	478	— 12.0	Vitznau	445	— 4.9
Trogen	892	— 5.4	Rigi	1790	+ 0.7
Gäbris	1253	+ 2.7	Gotthard	2100	— 3.0
Neuchatel	488	— 8.1	Genf	408	— 7.2
Chaumont	1128	— 4.3	St. Bernhard	2478	— 4.9

Man sieht aus diesen Daten, denen leicht noch andere zur Seite gestellt werden könnten, dass die Anomalie in der verticalen Temperaturvertheilung zur genannten Zeit sich auf das ganze Land erstreckte, und es wird sich ohne Zweifel herausstellen, dass sie über dem ganzen Gebiete des barometrischen Maximums allgemein herrschend war.

An diesen Vortrag knüpft sich eine lebhafte Discussion an, in welcher die Frage besprochen wird, inwiefern die in den Bergen höhere Temperatur nicht doch bloss durch die Sonnenstrahlung, welche für die tieferen Regionen durch den Nebel geschwächt oder ganz abgehalten wird, erklärbar sei. Nach den Beobachtungen des Vortragenden gibt es eine Reihe von Erscheinungen, welche die letztere Erklärungsweise als ungenügend herausstellen. Weitere Beobachtungen, besonders auf hohen Berggipfeln, werden erst in genauen Zahlen entscheiden lassen, wie viel von der auf den Bergen geringeren Kälte der einen und wie viel der andern Ursache zuzuschreiben ist.

Im Anschluss hieran gibt Professor Heim die Resultate der Temperaturmessungen an, welche Prof. F. A. Forel aus Morges in Begleitung von zwei zürcherischen Collegen auf dem Zürichsee Sonntag den 25. und Montag den 26. Januar angestellt hat. Dieselben ergeben, dass das Wasser unmittel-

bar unter der Eisfläche + 0.2° C. hat. Bei 10 Meter Tiefe zeigte das genial eingerichtete Tiefenthermometer von Negretti und Zambra + 2.6°, bei 20 Meter + 2.9°, bei 100 Meter + 3.9° und von 110 bis zur grössten Seetiefe von 142 Meter + 4.0°. Diese Zahlen entsprechen genau der Theorie, denn bei + 4° hat das Wasser seine grösste Dichtigkeit, und es kann somit eine Eiskruste sich erst bilden, nachdem die ganze Wassermasse auf 4° abgekühlt war. Das Eis selbst hatte in seiner obersten Schicht — 3.6°, 10 Centimeter tief unter der Oberfläche noch — 0.6° und bei 13 Centimeter an der untern Grenze der Eisplatte 0°. Das Eis war damals viel wärmer als die Luft, welche 1½ Meter über dem Eise auf — 10.3° wies. Durch die ungleiche Temperatur und Dichte der Luftschichten über dem Eise entstanden sehr schöne Luftspiegelungen. Man sah besonders durch's Fernglas die weit entfernten Schlittschuhläufer wie bis über die Knöchel in einer spiegelnden Wasserfläche watend, in welcher ihr umgekehrtes Bild erschien, während die Füsse unter der spiegelnden Luftschicht liegend, verdeckt blieben. Seit die Sonne auf die Eisfläche scheint, sind die Luftspiegelungen fast nicht mehr zu sehen, denn die Luft über dem Eise ist nun zu wenig kalt.

4) Herr Dr. C. Keller macht einige Vorweisungen über den thierischen Polymorphismus. Das Gesetz der Arbeitstheilung in der organischen Natur ist für die Zellen und Organe eine hinreichend gewürdigte Thatsache. Die Röhrenquallen oder Siphonophoren, die schwimmend im offenen Meere leben, bilden aus vielen verwachsenen Einzelthieren bestehende Kolonieen. An einer solchen vollständig erhaltenen Kolonie, an Physophora hydrostatica, zeigt der Vortragende, dass eine weitgehende Arbeitstheilung auch unter den einzelnen Kolonien bildenden Individuen Platz greift und dieselben äusserlich so weit verändert, dass sie zu blossen Organen herabsinken. An der vorgeführten Art sind die auf einem gemeinsamen Stamme sitzenden Thiere theils Schwimmglocken, welche der Bewegung dienen, theils Taster, Fresspolypen und Nesselknöpfe. Besondere traubige Individuen bringen die Keimprodukte hervor. Die verschiedenen Lebensfunktionen sind also auf verschiedene Thiere derselben Kolonie vertheilt. An der Spitze der ganzen

Kolonie befindet sich ein Luftsack, welcher ähnlich wie die Schwimmblase der Fische als hydrostatischer Apparat wirkt. Im Anschluss hieran weist der Vortragende eine neu entdeckte Spongie (Meerschwamm), Rhizaxinella clavigera, vor. Dieselbe wurde in einer Tiefe von 150 Meter auf sandigem Grunde zwischen Capri und Ischia aufgefunden und zeigt in Folge von Arbeitstheilung der verschiedenen Körperregionen eine ähnliche Gliederung, wie sie von andern Pflanzenthiergruppen bekannt wurde, was als neuer Beweis für die Polypennatur der Schwämme verwerthet wird.

C. Sitzung vom 9. Februar 1880.

1) In Verhinderung des Herrn Bibliothekars werden folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vorgelegt:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. Kölliker.

Siebold und Kölliker. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXXIII. 4.

Von Herrn Prof. R. Wolf.

Exposition universelle. 1. 2. 8. 11. 13. 15. 16. 17. 18. 26. 29. 30. 34. 37. 38. 49—54. Groupe VI. 66. 75. Catalogue und Administrativ-Bericht.

Von der Schweiz. Geolog. Commission.

Materiali per la carta geologica della Svizzera. Vol. XVIII. 4. Berna 1880.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the R. geograph. society. Vol. II. 2.
Transactions of the R. soc. of Edinburgh. XXVIII. 2.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology. V. 15. 16.
Memoirs of the R. astronom. soc. Vol. 44.
Atti della R. accademia dei Lincei. IV. 1.

C. Von Redactionen.

Technische Blätter. XI. 4.

D. Anschaffungen.

Liebigs Annalen. Bd. 201. 1.

2) Herr Prof. Dr. V. Meyer hielt vor sehr zahlreich versammelter Zuhörerschaft den zweiten „Uebersichtsvortrag“: „Ueber die Fortschritte der theoretischen Chemie, insbesondere der Valenzlehre, während der letzten zehn Jahre.“ Er besprach zuerst diejenigen Versuche, welche gemacht worden sind, um direkt eine Erklärung der Valenz der Atome zu gewinnen, sodann die Arbeiten, welche angestellt worden sind, um die angewendeten experimentellen Methoden auf ihre Verlässlichkeit zu prüfen, und drittens berichtete der Vortragende über die Versuche, welche die Frage entscheiden sollten, ob die Valenz eines Elementarstoffes immer eine constante oder unter Umständen eine wechselnde Grösse sei.

Dem Vortrag schliesst sich eine Discusion zwischen dem Vortragenden und den Herren Prof. Lunge und Fr. Weber über die Veränderlichkeit der Valenz an.

D. Sitzung vom 23. Februar 1880.

1) In Verhinderung des Herrn Bibliothekars werden folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vorgelegt:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Plantamour in Genf.

Plantamour, M. P. Des mouvemens périodiques du sol. 8. Genève 1879.

Von Hrn. Prof. Al. Gautier v. Genf.

Notice sur le dernier rapport de la soc. R. astronomique. 8. Genève 1879.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Atti della R. accademia dei Lincei. Vol. IV. 2.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1879. 10. 24. 1880. 1.
Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft f. Meteorologie. XV. 2.

Atti della società Toscana di scienze nat. Gennaio 1880.
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandsch-Indic. XXXVIII.
Archives Néerland. des sciences nat. XIV. 3–5.
Mémoires de l'acad. des sciences, etc. de Dijon. II. 14—16 und III. ser. IV. V.
Verhandlungen der physic. medic. Gesellschaft in Würzburg. XIV. 1. 2.
Neues Lausitz. Magazin. Bd. LV. 2.
Sitzungsberichte d. phys. med. Soc. zu Erlangen. XI.
Monatsbericht der K. Preuss. Akademie d. Wissenschaften. 1879. Nov.
Actes de la société Linnéenne de Bordeaux. XXXIII. 3—5.
Schriften d. naturwissenschaftl. Vereins f. Schleswig-Holstein. III. 2.
Stettiner entomologische Zeitung. XLI. 1—3.
Bulletin of the Museum of comparative Zoolog. VI. 1. 2.
Journal of the R. microscop. soc. Vol. II. 2—6. III. 1.
Bulletin de la soc. Belge de microscopie. V. 12. 13. 7—9. 10. 11.
Bericht der Wetterauischen Gesellschaft für Naturkunde. 1873—79.
Schriften d. naturforsch. Gesellschaft in Danzig. N. F. IV. 3.
Mittheilungen der thurgauischen naturforsch. Gesellschaft, 1—3.

C. Von Redactionen.

Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. 1880. 1. 2.

D. Anschaffungen.

Wettstein, Dr. H. Die Strömungen und ihre Bedeutung. 8. Zürich. 1880.
Transactions of the Cambridge philos. soc. XII. 3.
Transactions of the Entomolog. soc. 1879. 3. 4.
Meteorolog. Beobachtungen, Schweizerische. Jahrg. XVI. 3.
Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen und d. Thiere. Bd. XII. 3. 4.

2) Herr Prof. Dr. W. Weith hält einen Vortrag über die chemische Beschaffenheit der Fluss- und Seewasser und deren

Beziehungen zur Fauna. Er zeigt zunächst die von ihm angewendete ausserordentlich genaue und zuverlässige Methode zur Bestimmung des Gehaltes der Wasser an Kohlensäure, welche in gebundener Form als gelöster Kalk, Magnesit und Dolomit in denselben enthalten ist. Der Vortragende ist durch seine sehr zahlreichen Untersuchungen unter Anderm zu folgenden Resultaten gelangt: Je mehr Kohlensäure im Wasser enthalten ist, desto mehr Kalk, der fast nirgends fehlt, löst sich auf. Der Kalkgehalt ist die Folge des Kohlensäuregehaltes. Wenn man in einen Kasten mit reinem Wasser, an dessen Boden gepulverter Kalkstein sich befindet, Fische bringt, nimmt der Kalkgehalt des Wassers zu, indem die von den Fischen ausgeschiedene Kohlensäure solchen auflöst, während ohne Fische der Kalkgehalt sich nicht vermehrt. Unter sonst gleichen Umständen (gleiche Gesteine im Sammelgebiet, gleiche Lage, gleiche mechanische Reinheit etc.) sind die an Thieren (Fischen und andern Wasserthieren) reicheren Wasser auch die kalkreichern. In Seen, wie Hallwyler- und Sempachersee, wo das Pflanzenleben die Oberhand gewonnen hat, scheidet sich Seekreide ab. Währenddem die Flüsse eine mit der Jahreszeit, den Niederschlägen etc. sehr schwankende chemische Zusammensetzung haben, ist hingegen das Seewasser das ganze Jahr constant. In den Seen findet eben eine Compensation der Unregelmässigkeiten der Flusswasser statt, und es hat sich ein Gleichgewicht zwischen den Thieren, welche den Kalkgehalt vermehren, und den Pflanzen, die ihn durch Ausscheidung vermindern, mit dem gelösten von den Flüssen und Bächen durchschnittlich gebrachten Kalkgehalt herausgebildet. Die Seen haben nicht nur an ein und derselben Stelle das ganze Jahr fast genau gleichen Kalkgehalt, sondern er ist auch abgesehen von unmittelbarer Nähe der Flussmündungen an allen Stellen eines Sees gleich gross. Sehr kalkarm ist der Lago maggiore, bedeutend kalkreicher sind die Wasser des Vierwaldstätter- und des Genfersees, noch etwas reicher das Wasser des Zürichsees. Die Ausflüsse der Seen sind in ihrem Kalkgehalt selbstverständlich viel constanter, als die übrigen Flüsse. Reuss und Tessin haben durchschnittlich vor ihrer Mündung in die Seen geringeren Kalkgehalt als Rhone und

Rhein. Der Vortragende gedenkt, seine Untersuchungen noch weiter fortzusetzen.

An der darauf folgenden Discussion betheiligen sich die Herren Baltzer, Hermann, Abeljanz, Keller, Schoch.

3) Herr Professor Hermann demonstrirte hierauf ein neues, höchst empfindliches Spiegel-Galvanometer, welches in Zürich gearbeitet ist. Der Dämpfer ist in seinen Dimensionen möglichst reduzirt, ohne seiner Wirkung Abbruch zu thun, um mit den Windungen dem Magneten möglichst nahe kommen zu können. Dies wurde dadurch erreicht, dass der Dämpfer auch an den Seiten durch dicke Kupferwände geschlossen und die Richtung des Magnetrings durch einen Kupfercylinder nahezu ausgefüllt ist, so dass der Magnet in einer engen, ganz geschlossenen ringförmigen Kammer schwingt. Hiedurch erreicht man bei viel kleinerem Durchmesser und kleinerer Axendimension dasselbe Decrement wie bei der älteren Wiedemann'schen Form, zu welcher Christiani vor Kurzem zurückgekehrt ist. Das Gewinde bildet eine einzige Spule, welche den Dämpfer enthält, und hat die aus theoretischer Betrachtung sich ergebenden günstigsten Dimensionsverhältnisse. Magnetring, Stäbchen, Spiegel und Fassung sind ungemein leicht gearbeitet, und wiegen zusammen nur 0,9 Gramm. Die äussere Einrichtung des Apparats ist in Folge des Verzichts auf Rollenverschiebung eine wesentlich andere geworden als früher.

E. Sitzung vom 8. März 1880.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Vom Eidgenöss. Baubureau.

Rapport trimestriel sur les travaux de la ligne du S. Gotthard. Nr. 29.

Rapport mensuel sur la ligne du S. Gotthard. Nr. 86.

Vom Herrn Verfasser.

Heim, A. Die Erdbeben und deren Beobachtung. 8. Zürich. 1879.

Von Hrn. O. Struve.

Tabula quantitatum Besseliaranum pro 1880—84.

Vom Hrn. Verfasser.

Billwiller, Rob. Die Einführung der Witterungsprognosen, Zürich. Bericht 1879.

Von Hrn. Prof. Wolf.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. XXIV. 4.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Annalen d. physical. Centralobservat. 1878. 2 Thle.
Mittheilungen d. Gesellschaft zur Beförderung d. Ackerbaues etc. in Brünn. Jhrg. 59.
Zeitschrift der Oesterreich. Gesellschaft f. Meteorologie. 1880. März.
Mittheilungen d. Schweiz. entomolog. Gesellsch. V. 9.
Proceedings of the R. geogr. soc. Vol. II. 3.
Annales de la soc. geol. du Nord. T. VI.
Bulletin de l'acad. des sciences de S. Pétersbourg. XXV. 5.
Compte rendu de la soc. entomolog. de Belgique. 69—72.

C. Von Redactionen.

Chemiker Zeitung 1879. Nr. 51.

D. Durch Anschaffung.

Jahrbuch ü. d. Fortschritte d. Mathematik. IX. 3.

2) Die Gesellschaft erhält die Anzeige vom Tode der Herren Prof. A. Menge in Danzig und Prof. Prestel in Emden.

3) Es wird beschlossen mit der „Société géologique du Nord“ in Lille in Tauschverkehr zu treten.

4) Herr Stadtingenieur Bürkli hält folgenden Vortrag über den jetzigen Stand der Frage der Städtereinigung. Er berichtet eingehend über die Anschauungen, zu welchen Pettenkofer in München, Nägeli in München, ferner die englischen Hygieiniker, besonders John Simon, gelangt sind. Den unbegreiflichen Behauptungen Nägeli's entgegen hält der Vor-

tragende mit den anderen Autoritäten dafür, dass allgemeine Reinlichkeit den Gesundheitszustand hebe. Er bespricht sodann die Neuerungen und Verbesserungen, welche in der Kanalisation von verschiedenen Systemen angestrebt werden, ferner die Gesetze, welche von den Staaten zur Reinhaltung der öffentlichen Gewässer erlassen worden sind oder angestrebt werden, und die Erfahrungen, welche in England und in den Umgebungen von Paris mit der Berieselung bisher gemacht worden sind.

In der Discussion wird hervorgehoben, wie wenig die Behauptungen Nägeli's mit den medicinischen Erfahrungen übereinstimmen, welche man mit der Malaria in warmen Ländern und mit dem Typhus in Zürich gemacht hat, an welch letzterem Orte der Typhus Schritt für Schritt mit der Ersetzung der alten Senkgruben und Ehgräben durch geschlossenen Kanal und Kübel aus den Quartieren und einzelnen Häusergruppen verschwunden ist, wo er früher ständig war. Manche behaupten, die ansteckenden Krankheitspilze kommen durch die Atmung in den menschlichen Körper, andere durch die Luft. Beide Lager, die Wassertheoretiker wie die Lufttheoretiker, führen schlagende Beispiele als Beweise auf. Das Richtige besteht wohl darin, dass beide Pforten dem Gift Eingang lassen können.

5) Herr Assistent Karl Schröter macht Vorweisungen über die grösste Palmfrucht, die Seychellen-Nuss, deren Stein bis $^1/_2$ Meter im grössten Durchmesser werden kann. Er begleitet dieselben mit folgenden Mittheilungen: Auf dem Archipel der Malediven, auf den übrigen Inseln des indischen Ozeans bis nach China und Japan war schon von Alters her den Eingeborenen ein merkwürdiges Gebilde bekannt, das einer riesigen doppelten Cocosnuss ähnlich sieht. Mutterpflanze und Heimat dieser Nuss waren unbekannt; man fand sie nur am Gestade, von den Meereswogen ausgeworfen. Zahllose Märchen über den Ursprung und die fabelhaften Heilkräfte derselben waren im Schwange und drangen zum Theil auch in europäische medicinische und Kräuterbücher des sechszehnten bis achtzehnten Jahrhunderts. Sie figurirt dabei unter verschiedenen Namen: bei Garcias d'Orta, einem portugiesischen

Arzte des sechszehnten Jahrhunderts, hiess sie Coccus de Maldivia, bei den französischen Autoren Coco de mer, de Salomon, des Maledivs. Rumph erzählt in seinem „Herbarium Amboinense“ von ihr, sie wachse auf einem Palmbaum in Mitten des Meeres, behütet vom Vogel Greiff, der auf dem Gipfel des Baumes sein Nest baue, aber Niemand wage dem Baume zu nahen, denn die Wogen strömen von allen Seiten dorthin zusammen und führen den Unglücklichen, der in die Strömung geräth, unfehlbar in die Klauen des Vogel Greiff. — Ein so fabelhaftes Naturprodukt musste selbstverständlich auch mit entsprechenden Heilkräften begabt sein. Das steinharte Samen-Eiweiss, das man durch ein Loch der Schale herausfeilte, wurde, gemischt mit pulverisirten Corallen und Hirschhorn aus porphyrenen Schalen als unfehlbares Mittel gegen alle Gifte getrunken, galt auch als vorzügliches Präservativ gegen Kolik, Paralysie, Apoplexie u. s. w. — Auch die Schale besass wunderbare Kräfte: aus ihr dargestellte Gefässe benahmen den darin aufbewahrten Rauch- und Kau-Ingredienzien (Tabak, Betelblätter, Arecanüsse, Kalk) eventuelle schädliche Eigenschaften; das aus ihr getrunkene Wasser bewahrte vor allen Krankheiten etc. – Diesen Wunderwirkungen entsprach natürlich ein enorm hoher Preis der Nuss. Auf den Malediven mussten bei Todesstrafe sämmtliche gefundene Nüsse dem Könige abgeliefert werden, der sie als königliche Gabe verschenkte oder um enorme Preise verkaufte; Kaiser Rudolf II. soll umsonst 4000 Gulden für eine einzige Nuss geboten haben. — Als aber im Jahre 1749 der Franzose de la Bourdonnais die Inselgruppe der Seychellen (nordöstlich von Madagaskar) entdeckte und constatirte, dass die Maledivennuss einem dort wachsenden Palmbaume entstamme, verschwand der ganze Nimbus des Geheimnissvollen mit einem Schlag und ein industriöser Schiffskapitän, der ein Jahr darauf eine ganze Schiffsladung voll auf indischen Inseln um hohen Preis losschlagen wollte, machte schon sehr schlechte Geschäfte. — Interessant ist und bleibt aber die Lodoicea Seychellarum (so lautet der von La Billardière aufgestellte botanische Name) immerhin durch ihr so auffallend eng begrenztes Vorkommen und die gewaltige Grösse seiner Frucht. Nur 3 kleine Felseneilande

des Archipels der Seychellen (Isle Praslin, Curieuse und Isle Ronde) tragen den bis 100′ hohen, in einer gewaltigen Krone bis 30′ langer Blätter gipfelnden Palmbaum, der für die Eingeborenen seiner Heimat von grossem Werth ist. Alles an ihm ist benutzbar (wie es ja auch für eine grosse Zahl anderer Vertreter der „Fürsten des Pflanzenreichs", der Palmen gilt). — Der Stamm liefert Röhren zu Wasserleitung, Palissaden, Bauholz; die Blätter werden im Knospenzustande als Palmkohl gegessen, der sie bedeckende Flaum gibt ein Polstermaterial, die junge Spreite, in Streifen geschnitten, die an der Sonne getrocknet sich einrollen, liefert das Rohmaterial zu vorzüglichen Hüten (die Panamahüte werden in ähnlicher Weise aus den jungen Blättern der Carludovica palmata, einer centralamerikanischen palmenähnlichen Pflanze, gefertigt) und aus den ausgewachsenen Blättern endlich baut der genügsame Eingeborne seine Hütte. Die Frucht, eine Steinfrucht mit fasriger Mittelschicht der Fruchtschale (wie die Cocosnuss) und tief zweilappigem Steinkern wird unreif als Coco tendre gegessen, aus dem steinharten, äusserst dauerhaften Endocarp (Innenschicht der Fruchtschale) werden Trink- und andere Gefässe verfertigt, die als „vaisselles de l'isle de Praslin" auf den Seychellen sehr gesucht sind. — Leider scheint der Baum auf den Aussterbeetat gesetzt zu sein; es geht diess zum Theil aus seinem absoluten Unvermögen, sich spontan weiter zu verbreiten, hervor. Keine der vielen auf den Inseln des indischen Oceans angeschwemmten Nüsse hat jemals gekeimt. — Auch Kulturversuche auf anderen Inseln (so z. B. Bourbon) ergaben schlechte Resultate; auf den Seychellen wird ihm sehr stark zugesetzt und die Bemühungen der englischen Regierung zu seiner Erhaltung werden sein endliches Verschwinden wohl nur aufschieben aber kaum abwenden können.

[A. Weilenmann].

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269. (Forts.) G. Maurice an Horner, Genf 1831 VIII 19. Permettez-moi de vous adresser ci-joint un exemplaire d'un Discours sur l'histoire de la mesure du tems, que j'ai été appelé à prononcer dans une solennité académique de notre ville, et qui du reste est inséré en majeure partie dans la Bibliothèque universelle de Genève. Vous n'y trouverez sûrement pas grand'chose que vous ne sachiez; mon but a été seulement de condenser en quelques pages ce qui écrit ailleurs en plusieurs volumes. — J'ai encore à vous remercier de l'envoi de votre dernier mémoire sur l'influence de l'heure du jour sur la mesure de la hauteur par le baromètre; Gautier qui est de retour depuis quelque tems nous donne un petit mémoire contenant le résultat de ses observations au Righi, qui sert de supplément au votre et qui contribue à éclaircir un sujet sur lequel vous avez jeté déjà beaucoup de jour.

Wirz*) an Horner, Zürich 1831 XII 7. Ich ergreife recht gerne den Anlass Dir zu weiterm allfälligem Gebrauche meine Privat-Ansichten über die Beihülfe mitzutheilen, welche das technische Institut vom Staate hoffen darf. Gerne hätte ich freylich vor allen Dingen die Frage beantwortet gesehen, durch welche Maassnahmen eine Privat-Anstalt zu einer Staatsanstalt werde? Wir können jedoch diese Frage bey Seite lassen, sie kommt uns wohl schon wieder einmahl vor, und für einmahl bloss annehmen, eine Privatanstalt wird zu einer öffentlichen, wenn der Staat ihre Oekonomie, und in Folge dessen die gesammte Administration förmlich übernimmt. Nun fragt es sich natürlich bey dem technischen Institut, will der Staat jetzt das Ganze übernehmen, oder bloss einen Theil der Kosten? An ersterem zweifle ich für einmahl, also denke ich, wird er einen Theil der Auslage tragen. Dieser Theil kann nun entweder zu einem besondern Zwecke

*) August Heinrich Wirz, französischer Pfarrer und Actuar des technischen Instituts.

bestimmt werden, oder nicht. Wird er zu einem besondern Zwecke bestimmt, so kommt es darauf an, diesen Zweck gehörig auszumitteln, und hier kann wohl ohne Anmaassung gesagt werden, dass die bisherigen Erfahrungen, welche die Vorsteherschaft gemacht hat, sollten zu Rathe gezogen werden. Die Vorsteher haben es sich auch förmlich ausgebethen, und wie ich glaube mit Recht, dass nichts beschlossen werde, ohne dass sie davon einige Kenntniss haben, weil diess nur zum Nutzen der Anstalt ausschlagen kann. — Ich fange also damit an, Dich gar inständig zu bitten nicht weiter zu gehen, ehe mit der Vorsteherschaft als solcher eingetreten worden ist, damit alle unnöthige Uebereilung und aller Anschein von kleinen Nebenabsichten vermieden bleibt und Du selbst Deiner Stellung als Mitvorsteher des Institutes gemäss handelst. Kann und soll das aber nicht seyn, so werden dafür auch rechte Gründe obwalten und somit sage ich Dir, was nach meiner Meinung dem Institut gut ist und Noth thut. — Es ist dem Institute gewiss gut, eine Staatsanstalt zu werden, und mit Freuden werde ich Mitglieder des Erziehungsrathes in seine Verwaltung eintreten sehen. Aber die freyere Form sollte beybehalten werden, die Du kennst und daran billigst. Nur sollte eine Hauptänderung darin stattfinden, dass der Curs auf drey Jahre ausgestreckt und einen solchen Stundenplan erhielte, nach welchem ein Jüngling dann förmlich ein Studirender am technischen Institut würde und alle Stunden seines Curses mitnehmen könnte, ohne Collision und Ueberladung; dann erst kann eine completere Vor- und Durchbildung erfolgen, wenn seltener als jetzt, jeder nur hier und dort sich seinen Lappen aus dem Stundenverzeichniss abreisst, und irgend ein paar Fächer anhört ohne die andern auch zu besuchen, die ihm, wenn auch vielleicht nicht speciell nöthig, doch gewiss höchst nützlich seyn müssen, und die ihm nun die Vorsteherschaft als solche dadurch empfielt, dass sie ihm die Möglichkeit verschafft sie nebeneinander zu hören. — Auch bey dieser vervollkommneten Einrichtung würde der Unterricht in technischen und anderweitigen oder sonst ausbildenden Unterricht zerfallen; wir können diess nicht anders wünschen; die technische Abtheilung ist offen-

bar die Hauptsache: Hier muss der Staat beystehen, diesen Unterricht begründen; mit dem andern kann die Anstalt selbst schon eher fertig werden, weil die Honorare der Schüler reichlicher sind. Dieser Unterricht erfordert drey Professoren: Einen für die Mathematik mit 24 Stunden; einen für Chemie, Physik, Mineralogie und Technologie mit 20 Stunden; einen für geometrisches Zeichnen, Planzeichnen und praktische Geometrie mit 24 Stunden. Diese drey Professoren wären in der Besoldung gleich hoch zu stellen, denn der Chemiker hat wohl 4 Stunden zur Bereitung der Experimente anzuwenden; jedem wären allerdings 1000 fl. zu wünschen. Die Creation dieser drey Stellen ist vor allen Dingen vorzuschlagen, sie sind das Minimum dessen was ein technisches Institut bedarf, und ich ersuche Dich inständig bey dem h. Erziehungsrath diesen Punkt auszuwirken. — Allein neben dem Zuschuss des Staates zur sichern Durchführung des technischen Unterrichts haben wir noch eine jährliche Summe zur Disposition durchaus nöthig: Miethe, Sammlungen etc., erfordern noch viel und sollten nicht beschränkt werden müssen. Doch wenn die Berechtigung bleibt einen Batzen Collegien-Geld zu fordern, was durchaus billig ist, so würde sich's vielleicht ohne einen zweyten Zuschuss machen lassen.

Xaver Bronner an Horner, Aarau 1832 II 27. Unsere Arbeiten haben sich bey der neuen Ordnung wegen der vielen Sitzungen des Verfassungsrathes und jetzt des grossen Rathes verdoppelt, das Personal und die Besoldung vermindert . . . . Meine Stelle als Bibliothekar ward erst diese Woche als erledigt ausgeschrieben, und es steht dahin, ob ich sie wieder erhalten werde; denn es scheint, es fehle nicht an intriganten Mitbewerbern. — Wenn ich sehe, wie alle unsere Institute in die Gewalt von Leuten gerathen sind, die keine wissenschaftliche Bildung haben — — — wenn ich bedenke, wie leidenschaftlich man über unsere Kantonsschule herfallen, und Schlechteres dem aufkeimenden Guten substituiren möchte; wenn man schon jetzt sieht, wie eigennützige Führer parteyisch ihre Anhänger, die nur Oberflächler sind, geschickten Lehrern, die man zu verdrängen Lust hat, zu Nachfolgern geben wollen, so kann man sich nicht erwehren an einen Ob-

scurantismus facti zu denken, das heisst zu sorgen, die neuen Staatseinrichtungen möchten, wegen Unsicherheit der Stellung aller Beamten, die einer gelehrten Bildung bedürfen, wegen drohender Eingriffe der Ignoranz in die Stiftungen für wissenschaftlichen Unterricht, wegen Mangels alles lebhaften Gefühles und Eifers für die Nothwendigkeit höherer Bildungsanstalten und belebender Institute bey den Inhabern der höchsten Gewalt, ein Rückschreiten zur Barbarey herbeyführen und den Musentempel zerfallen lassen. Doch — ich sehe vielleicht zu schwarz!

Scherer an Horner, Schloss Ober-Castell 1832 V 5. Ende dieses Monats hoffe ich im Stande zu sein mit dem neuen Passagen-Instrument beobachten zu können, und wenn Ihre Geschäfte Ihnen diesen Sommer ein paar kleine Ausflüge in der Schweiz gestatten sollten, so würde ich die Einladung wagen, Sie möchten einen derselben nach dem Ihnen so nahen Bodensee richten, um mich auf einige Tage in Ober-Castell zu besuchen. — Ein so freundschaftlicher Besuch würde mir eine grosse Freude machen und den Genuss verschaffen die Bekanntschaft des neuen Ankömmlings mit Ihnen zu machen und manche astronomische Gegenstände bey diesem Anlasse zu besprechen. Ausser diesem dürften vielleicht unsere zwei neu errichteten Dampfschiffe, so wie die schöne Aussicht des uns nahen Belvédère in Hohenrain auch einiges Interesse für Sie haben. Wenn Sie mir irgend Hoffnung machen können meine Einladung anzunehmen, so können Sie selbst die Epoche nach Ihrer besten Convenienz auswählen und bestimmen, denn bis im September gedenke ich hier ruhig zu verbleiben. In 12 Stunden Zeit ist der Weg zurückgelegt, und bin ich prévenirt, so fahre ich Ihnen bis Müllheim oder Pfyn mit eigenem Gefährt entgegen um Sie desto früher zu umarmen und zu besitzen. — Der interessante Durchgang des Mercurs vor der Sonnen-Scheibe hat bey uns hinter dicken Wolken und bei stürmischem Wind stattgehabt. — Was macht unser liebe Freund von Zach? Ich höre gar nichts mehr von ihm.

Osw. Heer an Horner, Matt 1832 VIII 26. Ihr Barometer ist nun auf mehreren hohen Bergen gewesen und ich bin Ihnen ungemein verbunden, dass Sie mir ein so treffliches

Instrument anvertraut haben. Es quälte mich zwar stets eine gewisse Angst, wenn ich ihn mit mir nahm, allein zu meiner grossen Freude ist es gut erhalten geblieben, sowie die Thermometer. Nachdem ich einige weniger bedeutende Alpen besucht, bestieg ich den hintern Glärnisch; eine Menge von Hörnern bilden denselben, welche ungefähr von gleicher Höhe sind; dasjenige, welches ich bestieg, erhebt sich 8935′ über Meer. Den 14. August war ich auf dem von furchtbaren Gletschern umgebenen Hausstock, dessen Spitze 9850′ über Meer liegt, und den 15. August auf dem von gräulichen Felsen umgebenen und sehr schwer zu erkletternden Karpf, 8663′ über Meer. Acht Tage hielt ich mich dann in einem elenden Alphüttchen mit drey Rinder und Schaafhirten auf der Fruttmatt, einem 6317′ s. m. zwischen dem Karpf und Hausstock gelegenen Thälchen auf. Gar manches habe ich auf diesen Excursionen gefunden, gar manche Beobachtungen gemacht. Da ich aber bald wieder nach dem lieben Zürich zurückkehre, werde ich Ihnen über diess alles mündlich zu erzählen die Ehre haben. Ich will hier nur bemerken, dass ich am 2. Aug. in der Höhe von ca. 7000′ s. m. ein wunderbares, von Ost nach West hinziehendes Getöse hörte. Ich hielt es für einen Firnknall, mein Führer für einen Schuss. In Matt hatte man es auch gehört, die Einen glaubten es sei im Haus, die Andern am Himmel. In Elm erzählte man mir, dass man einen Stern in einen Wald habe hinabfallen sehen. Diess war wohl ein Meteor!?

Buchwalder an Horner, Au signal du Hörnli 1832 IX 28. J'ai reçu ces jours derniers la lettre que vous avez bien voulu m'adresser avec les résultats des observations barométriques du Sentis. Je vous en remercie beaucoup. — Je suis bien impatient de comparer ces résultats avec celui que donnent les observations trigonométriques, mais pour cela il faut que je connaisse la différence de hauteur de votre baromètre avec le plancher de l'observatoire de Zürich. Feu le colonel Henri m'a communiqué son nivellement trigonométrique depuis Strasbourg jusqu'au Hörnli; mais pour connaître la hauteur absolue, il faudra également connaître les dernières données obtenues pour la hauteur de Strasbourg.

Le Chef-d'Escadron Delcros doit autant que je me rappelle avoir fait insérer ce résultat dans la bibl. univ.; mais j'ignore quelle année. Dans tous les cas je m'adresserai à Mr. Delcros lui-même que je connais particulièrement pour avoir ces données. — J'ai déterminé et calculé la différence de hauteur de l'observatoire de Zürich au dessous de l'Ütliberg et du Lægerberg. — J'ai observé d'ici l'angle de dépression de l'Ütliberg et il est grandement à regretter que l'on n'ait pas pu faire des observations simultanément à ces deux points; si cela se pourrait se faire encore, je resterais encore le temps nécessaire pour ces opérations et pour m'assurer si l'on est à lÜtliberg il suffit de faire le signal convenu et j'observerai encore ce signal. Il serait fort intéressant de connaître la vraie réfraction pour terminer plus exactement la hauteur de différents pics des hautes alpes dont j'ai pris les angles d'élévation. — Je suis toujours ici à m'ennuyer en attendant un temps favorable pour terminer mes observations. C'est aujourdhui la 25me fois que je viens à ce signal, et la brume extraordinaire et permanente ne m'a pas permis jusqu'actuellement de finir. Depuis 10 jours il ne me faudrait un temps clair que pendant trois heures seulement pour amener à fin toutes les observations nécessaires et il n'y a pas moyen de les avoir. Mon parti est pris je ne quitte pas avant d'avoir achevé. — Ma santé est toujours la même. Même maigreur aussi et pas plus de force. Ajoutez à cela que mon estomac est souvent dérangé et que mon sommeil est peu tranquille. J'ai même perdu une partie de l'appétit. Je vous avoue que je suis bien impatient d'avoir terminé ici pour pouvoir m'en retourner chez moi.

Kämtz an Horner, Faulhorn 1832 IX 29. So beschränkt ich auch heute mit meiner Zeit bin, da ich, ohne Rock im Freien sitzend, seit dem Morgen photometrisire, so will ich doch noch einige Zeilen mit dem Boten zurücksenden, welcher den Brief überbracht hat. Was die Zeit meiner Abreise betrifft, so bin ich bis jetzt nicht im Stande darüber etwas zu sagen. Bleibt das Wetter gut, so bleibe ich vielleicht bis zum 5. oder 10. Oktober hier, dann will ich noch einige Tage im Oberlande herumlaufen. Meinem ersten Plan zufolge wollte ich über Bern mit der Post zurückkehren; aber die

liebe Meteorologie nöthigt mich zu einem andern Wege: Fast alle Morgen sehe ich über Vierwaldstätter, Zuger und wahrscheinlich Zürcher-See grosse Nebel, während Brienzer und Thuner-See rein sind. Ich will desshalb nochmals diese Seen besuchen um ihre Temperatur zu bestimmen. Desshalb will ich über den Brünig gehen und vielleicht noch einen Abstecher auf den Rigi machen. Ueber Aegeri würde ich dann nach Zürich zurückkommen, doch dürfte dieses schwerlich vor dem 15. Oktober geschehen. — Einer der trockensten in den Alpen je beobachteten Momente dürfte folgender sein, den ich aus einer grossen Anzahl ähnlicher heraushebe: Barom. 246; Psychr. + 4°,4 und — 1°,7; Druck der Dampfatmosphäre 0''',38; relative Feuchtigkeit 13 d. h. circa 30° Saussure. Ob dieses übrigens der trockenste Moment sei, wage ich nicht zu behaupten, da ich seit 5 Tagen nicht zum Abschreiben meiner Beobachtungen gekommen bin. Im Allgemeinen dürften meine Beobachtungen zu den interessantesten Resultaten führen, und deshalb will ich so lange hier bleiben als es möglich ist. — Mit der Bitte mich Ihrer Frau Gemahlin zu empfehlen verbinde ich meinen Dank für den angebotenen Kaffe. Lieber wäre es mir freilich, wenn ich einmal etwas anderes essen könnte als mein tägliches Gericht: Schwarze spartanische Suppe, Schaaffleisch und Eier. Doch bin ich dabei lustig und guter Dinge, ja die Tochter des Wirthes aus Grindelwald, welche gestern hier war, meinte sogar, ich wäre auf dem Faulhorn stärker geworden.

Berchtold an Horner, Sitten 1832 XI 5. Die Gefühle, welche meinem Herzen die Erinnerung der Leuthseligkeit, mit welcher Sie mich in Zürich behandelten; die Mühe, die Sie zur Förderung meiner wissenschaftlichen Versuche sich überall gegeben und erbiethen; die Achtung, durch welche Sie mich zu ermuntern streben, sind zu lebhaft, als dass ich sie Ihnen bescheinen könnte, aber gewiss unauslöschlich eingedrückt. Uebrigens war Ihre Ermunterung neues Leben für mein sterbendes Herz, weil ich nur dann mich über pöbelhafte Bekrüttlung wegsetze, wenn ich des Beifalls der Kenner mich getrösten kann. Haben Sie mich also aufgerichtet, so führen Sie mich auch vorwärts und zeigen mir auch die Kehrseite,

d. h. meine Fehler. Erlauben Sie auch zu fragen, mit welcher Schärfe der Messungen ich mich begnügen solle, weil es darauf ankommt, Vieles schlechter oder Weniges besser zu machen? — Was die Rechnung des Endes der Sonnenfinsterniss betrifft, so habe ich doch im Protokol angemerkt, dass sie wenig zuverlässiges habe; da hingegen die Immersion des Aquarii, verglichen mit dem Oldenhorn des Hrn. Trechsels, das ich zwar nur oberflächlich verglichen habe, sehr nahe eintrift. Das Instrument, dessen Kenntniss Sie verlangen, wurde mir von Hrn. Kern in Aarau angeschaft, auch von ihm, wie ich glaube, nach einem ihm von mir eingesandten Ideal verfertigt. Der Horizontalkreis hat 11, der Verticalkreis 9 Zoll im Durchmesser, das Objectiv 41 mm. Diameter. Seine wesentliche Eigenheit, worauf ich auch Hrn. Kämtz von Halle aufmerksam zu machen Gelegenheit hatte, ist, dass man dadurch mittelst einer Wendung des Rohrs auf die Gegenseite die Fehler $\pm$ ausgleicht, die vom Abgang des wahren Horizontes, der abweichenden Lichtesexcentricität etc. herrühren. Durch eine 3—5 malige Drehung des Instrumentes fehlt man selten über 4—5″; allein da geht es langsam, und desswegen kömmt man, indem man viele Gegenstände aufnehmen will, nicht immer zur nemlichen Genauigkeit. Allein die Fehler, die von der falschen Beleuchtung der Signale herrühren, sind meines Erfahrens, viel häufiger und grösser. — Für den Antrag, diese Versuche den Denkschriften einzuverleiben, bin ich sehr empfindsam; allein ich glaube, dass sie zuvor zu einiger Vollständigkeit müssen gebracht werden, bevor sie das Publikum interessiren können. Es liegen mehrere Hundert Messungen in meinen Heften, von denen ich mit jedem Tag einige ins reine bringe, obschon ich durch Augenschmerzen sehr zurückgehalten bin.

L. F. Wartmann an Horner, Genève 1832 XI 15. La Société helvétique des Sciences naturelles, réunie à Genève en Juillet dernier, m'a fourni l'heureuse occasion de faire la connaissance personelle de plusieurs savans dont la Suisse s'honore, et parmi lesquels l'habile Professeur d'Astronomie de Zurich tient le premier rang. — Qu'il me soit permis, Monsieur, en venant aujourd'hui me rappeler à votre bon

souvenir, de vous exprimer en même temps combien je suis heureux d'avoir eu l'honneur de faire votre connaissance, et de rencontrer dans le savant pour lequel je professais depuis long-temps une haute estime, un ami intime de mon excellent ami Monsieur le Baron de Zach. — Dans la longue conversation scientifique que nous avons eue ensemble soit sur le bateau à vapeur, soit dans le charmant parc de Monsieur le Professeur Marcet, conversation dans laquelle j'ai eu tant de plaisir à vous entendre, est où le nom de notre aimable et savant Doyen s'est mêlé si souvent, nous étions loin de nous douter que nous n'avions plus à le posséder qu'un seul mois Victime du fléau dévastateur qui a frappé tant d'hommes illustres à la fois, Monsieur le Baron de Zach a succombé à Paris le 2 Septembre à deux heures après midi, à une attaque de cholera qui n'a duré que 20 heures. Une lettre que son médecin, Monsieur le Docteur Civiale, m'a fait l'honneur de m'écrire à la date du 21 Septembre, m'apprend que le Patriarche des astronomes modernes s'est endormi du sommeil du juste, sans angoisse, et sans proférer aucune plainte. Son corps a été enbaumé; mais je ne sais ce qu'il est devenu. Je présume que la ville de Pesth en Hongrie, qui fût son berceau, réclamera la cendre de ce célèbre polygraphe, de ce savant studieux au coeur excellent, et qu'elle lui élevera un monument digne de sa gloire, pour perpétuer son souvenir jusqu'à la postérité la plus reculée. Je ne sais point non plus ce que sa belle et riche bibliothèque disséminée à Francfort, à Paris et ailleurs va devenir, ni en quelles mains elle tombera. J'ignore aussi si quelqu'un a été chargé de recueillir les nombreux et importans manuscrits qu'il laisse. Peut-être Monsieur le Baron de Lindenau aura-t-il ce soin; s'il vous est possible de me donner quelques renseignements là-dessus je vous serai très-reconnaissant. — Pourquoi faut-il que l'année 1832 qui sera remarquable dans les fastes de l'astronomie par le retour au périhélie de deux comètes, par l'apparition inattendue d'une troisième, par le passage de Mercure sur le disque du Soleil, par la disparition et la réapparition de l'anneau de Saturne, par l'importante découverte d'un Satellite à Mercure, par les changemens physiques survenus à la surface de la pla-

nète Vénus, etc., soit aussi celle qui devait voir terminer la glorieuse carrière du premier ministre d'Uranie?! — J'avais l'honneur de posséder dans cet estimable savant un correspondant très-assidu, un protecteur, une source de science inépuisable, et plus que cela un véritable ami. Aussi sa perte est-elle pour moi déchirante, et le vide qu'elle me fait éprouver va-t-il toujours en augmentant! Je dois le dire, je me croirais bien malheureux s'il ne me restait des amis sincères dans l'intimité des quels je puisse trouver quelque consolation. L'accueil bienveillant que vous m'avez fait lorsque j'ai eu l'honneur de vous être présenté par mon excellent maître Monsieur le Professeur Gautier, me donne l'assurance que vous mèlerez de sympathiques regrets aux miens, et que vous aurez, comme moi, une larme d'amitié à donner à la mémoire du grand astronome qui fût notre commun ami. — Vous savez que la petite comète de Biela vient de se montrer pour la quatrième fois depuis qu'elle est connue. On l'a observée en Angleterre, à Rome, à Nîmes, à Marseille, à Mannheim, aux Planchettes (Canton de Neuchatel), etc. Les positions observées, que j'ai pu recueillir, montrent que cet astre est d'environ 2° en arrière des positions calculées par Monsieur Santini Professeur d'Astronomie à Padoue, et qu'il est de près de 2° en avant de celles calculées par Monsieur Henderson astronome écossais, avantageusement connu. Peut-être la marche avancée de la comète, comparée aux positions que donne l'éphéméride de Monsieur Henderson, est-elle une confirmation de l'existence d'un gaz éthéré résistant? — A Genève, le ciel ayant été constamment couvert depuis plusieurs semaines pendant une partie des nuits, ce n'est que le 6 de ce mois que j'ai pu entrevoir la comète à $2^{3}/_{4}^{h}$ du matin; encore ne l'ai-je vue qu'à la faveur des intervalles que laissaient entre eux de grands nuages qu'un vent du nord violent promenait sur l'horizon. Elle était difficile à distinguer, sa nébulosité peu étendue et à peu près circulaire ne présentait ni queue ni noyau, mais elle laissait apercevoir vers le centre un point plus lumineux; elle se trouvait dans le voisinage des étoiles 6' et 48 du Lion, et quoique ces étoiles ne soient que de 6me grandeur, elles avaient un éclat supérieur à celui de la comète. Depuis lors je ne l'ai plus revue, le ciel ayant été toujours

couvert. Nous n'avons pu déterminer la position géocentrique de cette pâle fugitive, l'équatorial de notre observatoire étant hors d'usage pour le présent, faute de l'objectif (le même auquel vous avez reconnu de grands défauts) qui a été renvoyé à Paris pour le réparer, et que nous attendons encore — J'ai construit trois cartes célestes qui indiquent la trajectoire des deux comètes périodiques, dans leur retour de cette année; ces cartes sont accompagnées d'un petit Mémoire explicatif, que j'ai eu l'honneur de lire à la Société helvétique des sciences naturelles.

H. Wydler an Horner, Genf 1832 XII 6. Nach alle dem, was Sie mir über den gegenwärtigen Zustand unseres Schulwesens mittheilen, und nach reiflicher Prüfung dessen, was ich in den verschiedenartigen Fächern der Naturwissenschaften zu leisten im Stande wäre, bin ich genöthigt dem Wunsche zu entsagen in Zürich eine Anstellung zu suchen, und dem Vaterlande meine Dienste und mein Wissen anzubieten. Hätte es dem löbl. Schulrathe gefallen die Fächer der Naturkunde gehörig zu vertheilen, wie es auf Universitäten und auch wohl an Gymnasien geschieht, so wäre ich sicherlich von meiner Meldung nicht abgestanden. So halte ich es für unnütz aufs Gerathewohl hin nach Zürich zu gehen. Ich habe keineswegs etwas dagegen einzuwenden, dass Fremde angestellt werden; es ist diess ein Mittel unter den Zürchern neue Ansichten und Ideen in Umlauf zu bringen. Wenn aber auf einmal alle Inländer bey Seite gesetzt werden, so ist dieses Verfahren wohl unrecht und gewiss nicht geeignet, die in unsern Zeiten so nöthige Vaterlandsliebe zu erhalten, geschweige denn sie zu fördern. — Ich muss auch bezweifeln, ob für den Unterricht in der Naturkunde selbst dann etwas Gründliches und Erspriessliches herauskommen sollte, wenn Zürich so glücklich wäre einen berühmten Mann des Auslandes zu besitzen. Man täusche sich nur nicht; der menschliche Geist hat seine Grenzen, und wie viel Universalgenie's gibt es? Gewiss nicht allzuviel! — Das Studium der Naturwissenschaften verlangt stetiges Fortschreiten, und wie soll sich ein Lehrer in allen Fächern auf gleicher Höhe erhalten? Sollten auch dazu seine Talente noch ausreichen, so gehört auch noch Geld dazu, und die Stellen in Zürich sind dann

kaum hinreichend die nöthigen Hülfsmittel dem Lehrer zu reichen. Wenn ich auch recht wohl weiss, dass die neusten Ansichten der Wissenschaft es nicht sind, die gerade in den Vortrag an den höhern oder niedern Schulen gehören, da sie nur allzusehr oft der Bestätigung bedürfen, so wird doch diese fortschreitende Kenntniss von dem Lehrer verlangt.

Poggendorf an Horner, Berlin 1832 XII 8. In dankbarer Erinnerung der freundschaftlichen Aufnahme, welche Sie mir und meiner Frau in diesem Sommer zu Theil werden liessen, und in der Hoffnung, dass es mir noch einmal vergönnt seyn werde Ihnen diese hier in Berlin erwiedern zu können, bin ich so frei, mich mit einer kleinen Bitte an Sie zu wenden, durch deren Erfüllung Sie mir und Andern einen grossen Dienst gewähren würden. — Unstreitig wird es Ihnen bekannt seyn, dass man der Rückkehr der Herren Hoffmann und Escher aus Italien mit Bestimmtheit zu diesem Winter entgegensieht, und vielleicht erwartet man Letztern in Zürich mit eben der Geduld, wie es mit Ersterm von Seite seiner Freunde und Angehörigen hier der Fall ist. Seit der ersten Hälfte des Septembers, wo Prof. Hoffmann aus Florenz an seinen Vater und mich geschrieben hat, fehlen aber alle directen Nachrichten von ihm, wiewohl er in diesen Briefen bestimmt von seiner Rückkehr spricht und alle Briefschaften für ihn an Hrn. Conrad Bürkli in Zürich zu adressiren bittet. Da es nun möglich wäre, dass die Reisenden sich des ungeachtet schon in Zürich befänden, oder man wenigstens in der Escher'schen Familie etwas von dem Ort ihres Aufenthaltes oder der Zeit ihrer Rückkehr wüsste, so würden Sie mich und den bejahrten Vater des Prof. Hoffmann dankbarlichst verpflichten, wenn Sie mir in einem Paar flüchtiger Zeilen, wo möglich recht bald, benachrichtigen, was man von den Reisenden in Zürich weiss. — Mit innigem Vergnügen erinnern meine Frau und ich uns der herrlichen Genüsse, welche wir nach der Trennung von Ihnen auf dem ganzen Laufe unserer Reise gehabt haben. Haben wir bei der Kürze der uns gestatteten Zeit auch nicht alle Schönheiten Ihres romantischen Vaterlandes beschauen können, so hatten wir doch den Genuss einige der hauptsächlichsten im schönsten Lichte zu sehen. Der Rigi, die Wanderung im Oberlande dicht neben der hohen

Schneekette, das Thal von Interlaken, der Thuner-See u. s. w. haben uns, wie Alle, die diese erhabene Natur zum ersten Male sehen, unbeschreiblich entzückt, und der Eindruck derselben ist nicht im geringsten durch die Schauspiele geschwächt, welche sich uns späterhin am Genfer-See, in Wallis, auf dem Simplon, im Thal von Domo d'Ossola, am Lago maggiore, Lago di Como und in der Via mala in Graubündten dargeboten haben. Leider war unser Aufenthalt überall nur so kurz, dass wir manchen schönen Punkt nur aus der Ferne begrüssen konnten.

Krusenstern an Horner, St. Petersburg 1832 XII 31. Ich habe im Sommer 2½ Monate auf dem Lande zugebracht; dieser Aufenthalt hat mir sehr wohl gethan und mir auch viel Vergnügen gewährt. Ich habe mein Gut (Ass) wieder in meine eigene Hand genommen, und es hat jetzt ein doppeltes Interesse für mich. Ich bin, was Sie mir vielleicht nicht glauben werden, ein sehr guter Landwirth; die Verwaltung meines Gutes, das nicht ganz klein ist, macht mir viel Vergnügen und gern kehrte ich ganz in die Einsamkeit zurück. Sowohl mein Alter als meine Gesundheit machen es mir zur Pflicht mich ganz zurückzuziehen; allein ich kann mich dazu nicht entschliessen, weil ich mir schmeichle zu glauben, dass es dem Kaiser nicht lieb seyn würde, und da ich mein Amt eben so liebe wie ich dem Kaiser aufs innigste zugethan bin, so will ich schon mein Leben in seinem Dienste beschliessen, und nur dann und wann einige Monate in Ass zubringen um meine Wirthschaft zu übersehen. — Meine Sternwarte ist jetzo ganz fertig; die Instrumente habe ich gestern aus München bekommen. Im nächsten Sommer soll sie ganz ausgerüstet seyn. — Der General Fäsy ist ein sehr ausgezeichneter Offizier, welcher sich in der Polnischen Campagne die Achtung der ganzen Armee erworben hat. — Ich betrachtete den alten Zach, ob ich ihn gleich nicht persönlich kannte, als einen alten Bekannten; sein Tod ist mir nahe gegangen, wiewohl bei seinem hohen Alter und der schmerzhaften Krankheit an welcher er litt, sein Ende fast wünschenswerth war. (Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Allgemeinen häufig hervorgehoben wird, wie sehr die Beschaffenheit des Wassers von Einfluss auf das Gedeihen der Fische sei [1]. So betont z. B. C. Vogt [2], dass die Qualität des angewandten Wassers einen sehr fühlbaren Einfluss auch auf die Entwicklung der Fischeier ausübe. Ich unternahm desshalb, aufgemuntert durch den eidgen. Commissär für die internationale Fischereiausstellung in Berlin, Herrn Nationalrath Dr. Sulzer, die Bestimmung einiger der wichtigsten chemischen Bestandtheile der bedeutendsten schweizerischen Gewässer, während von anderer Seite gleichzeitig Untersuchungen über deren Fauna angestellt wurden. Obgleich meine Versuche, der Kürze der zugemessenen Zeit und der Ungunst des Winters wegen noch durchaus nicht abgeschlossen sind, erlaube ich mir dennoch die bisher erhaltenen Resultate zur Kenntniss zu bringen.

In erster Linie richtete ich mein Hauptaugenmerk auf den im Wasser vorkommenden kohlensauren Kalk [3], und zwar einerseits, weil er bekanntlich Hauptbestandtheil des im Wasser Gelösten ist (so enthält 1 Liter Zürichseewasser

---

[1] Vgl. u. A. Brehm Bd. 5. S. 458.

[2] Histoire naturelle des poissons d'eau douce par L. Agassiz (Embryologie des Salmones par C. Vogt). Neuchâtel 1842. S. 16.

[3] Statt des Ausdrucks „kohlensaurer Kalk“ sollte richtiger die Bezeichnung „Carbonate“ gebraucht werden; meine Bestimmungen beziehen sich, streng genommen, nur auf diese, resp. die chemisch gebundene Kohlensäure. Aber da die neben dem kohlensauren Kalke vorkommende kohlensaure Magnesia in ihrer Quantität, wenigstens bezüglich der schweizerischen Gewässer, sehr zurücktritt, sie zudem für die folgenden Betrachtungen als dem kohlensauren Kalke gleichwerthig gesetzt werden kann, sei mir hier und in der Folge der Gebrauch des geläufigeren Ausdrucks „kohlensaurer Kalk“ oder „Kalk“ schlechtweg gestattet.

0,139 Grm. festen Rückstand und darin 0,120 Grm. Carbonate), andrerseits weil er in Bezug auf das Leben der Wasserthiere von Wichtigkeit zu sein scheint.

Für die Bedeutung des Kalkes als Nahrungsmittel — Aufbau des Knochengerüstes — haben allerdings jene Bestimmungen nur untergeordnetes Interesse, denn so viel Kalk, als zur Bildung des Skelets erforderlich ist, finden Fische auch in sehr kalkarmen Gewässern, dagegen werden in einem fast kalkfreien Wasser, wie z. B. in den Gotthardseen, mit nur 0,00030 p. Ct. Kalkgehalt, Fische dauernd kaum leben können.

Aber die Kalkbestimmungen sind desshalb wichtig, weil der Kalkgehalt eines Gewässers einen Maasstab abgibt für die in demselben gelöste Kohlensäure[1]), deren direkte Bestimmung weit umständlicher, zeitraubender und sogar weniger genau ist. Je mehr Kohlensäure ein Gewässer enthält, um so mehr Kalk wird es in Lösung halten, um so reicher an doppelt kohlensaurem Kalk wird es sein; denn an dem zu lösenden Kalk wird es nur in seltenen Ausnahmefällen fehlen. So fand ich in dem Bodenschlamm des kalkärmsten Schweizersees, des Lago maggiore, sehr merkliche Mengen von kohlensaurem Kalk; hier fehlt also nur das Lösungsmittel, um das Wasser zu einem kalkreicheren zu machen — es gebricht an Kohlensäure. Nun ist aber zweifellos der Kohlensäuregehalt eines Gewässers von grösstem Einfluss auf dessen Flora und Fauna. Durch zahlreiche Versuche[2]) ist nachgewiesen, dass Wasserpflanzen den im Wasser gelösten doppelt kohlensauren Kalk zersetzen;

---

[1]) Siehe Anmerkung 1 auf Seite 29.

[2]) Siehe u. A. R. Ludwig u. G. Theobald, Jahresb. d. Chemie. 1852. 919. — R. Ludwig ebendaselbst, 1851. S. 864. — Schamroth das., 1851. S. 865.

sie entziehen ihm die Hälfte seiner Kohlensäure und scheiden dadurch gewöhnlichen kohlensauren Kalk unlöslich ab. Es wird dieser Wirkung der Pflanzen grossentheils die Abscheidung jener Kalkmassen zugeschrieben, welche heute mächtige Gebirge bilden. Die dem doppelt kohlensauren Kalk entzogene Kohlensäure wird von der Wasserpflanze wie von der Luftpflanze verwandt — der Kohlenstoff zum Bau ihrer Organe zurückbehalten und eine entsprechende Menge von Sauerstoff an das Wasser abgegeben. Jaquelin[1]) zeigte, dass die Sauerstoffproduktion der Gewässer abhängig ist einerseits von der Quantität aufgelöster doppelt kohlensaurer Salze, andrerseits von der Menge von Vegetabilien und Monaden, die in demselben leben. Auch ich fand in einigen, allerdings nicht zahlreichen, Versuchen, dass die kalkreicheren Bachwasser auch die sauerstoffreicheren waren. Die auf Kosten der Kohlensäure des Bicarbonats entwickelten Pflanzen dienen den Fischen direkt, wie z. B. den Karpfen[2]), oder indirekt durch Vermittlung anderer Wasserthiere zur Nahrung; den von der Pflanze aus dem doppelt kohlensauren Kalk ausgeschiedenen Sauerstoff verbrauchen die Wasserthiere zur Athmung. Dass der auf diese Weise in das Wasser gelangte Sauerstoff, neben dem aus der Atmosphäre aufgenommenen, eine nicht unwichtige Rolle spielt, kann kaum bezweifelt werden. Die Menge des von den Fischen zur Athmung verbrauchten Sauerstoffs ist weit beträchtlicher als man früher[3]) annahm. Nach Baumert[4]) consumirt 1 Grm. Schleie pro Stunde 0,01 Cubiccentimeter

---

[1]) Comptes rend. 53. S. 672 und Jahresber. Chemie. 1861. S. 1116.
[2]) Brehm, Thierleben. Bd. 5. S. 647.
[3]) Vgl. H. R. Schinz, Naturgesch. der Fische. 1836. S. 20.
[4]) Ann. Ch. u. Ph. 88. 1. Jahresber. Chemie 1853. S. 593.

Sauerstoff; 1 Grm. Goldfisch in der gleichen Zeit 0,02 bis 0,035 Cubiccentimeter. Quinquaud dagegen [1]) fand, dass Fische auf gleiches Gewicht und gleiche Zeit bezogen durchschnittlich den achten Theil derjenigen Sauerstoffmenge verbrauchen, welche der Mensch nothwendig hat. Boussingnault[2]) berechnete, dass des geringen Luftdrucks wegen das Wasser der Alpseen in einer Höhe von 6000 Fuss und darüber nur eine so geringe Sauerstoffmenge aus der Luft aufnehmen könne, dass das Leben der Fische in denselben unmöglich sei. Da nun andrerseits die Thatsache feststeht, dass in der angegebenen Höhe Seen existiren, die sogar sehr fischreich sind (Engadin), so muss eine Sauerstoffquelle in dem Gewässer selbst vorhanden sein; hier ist jedenfalls die Sauerstoff producirende Thätigkeit der Wasserpflanzen von grossem Einfluss. In der That weisen die Engadiner Seen, z. B. der Silser See, streckenweise eine sehr reiche Wasserflora auf.[3]) Um ihre Eier abzusetzen, suchen viele laichende Fische die Nachbarschaft der Pflanzen; wahrscheinlich mit aus dem Grunde, weil dort das Wasser sauerstoffreicher ist; denn auch das sich entwickelnde Ei absorbirt Sauerstoff[4]) und scheidet Kohlensäure aus. In Wasserproben, die im Februar 1880 unter der Eisdecke des Zürichsees genommen worden waren, fand ich mehr gelösten Sauerstoff, als in dem gleichen Wasser, nachdem es durch Schütteln mit Luftsauerstoff vollkommen gesättigt war. Ob auch unter solchen Umständen der Sauerstoffreichthum des Wassers nicht der Thätigkeit der Wasser-

---

[1]) Bull. soc. chim. [2] 20. 159. Jahresber. Chemie. 1873. S. 871.
[2]) Graham-Otto's ausführl. Lehrb. d. Chemie. 1878. S. 182.
[3]) Mittheilung des Herrn Dr. Asper.
[4]) Brehm, Thierleben. Bd. 5. S. 461.

pflanzen zuzuschreiben ist, muss durch weitere Untersuchungen festgestellt werden.

Die Wasserthiere ziehen in letzter Instanz ihre Nahrung aus den Wasserpflanzen und nehmen zugleich von letzteren producirten Sauerstoff auf, dafür erzeugen sie ein entsprechendes Quantum Kohlensäure, welche ihrerseits eine bestimmte Menge einfach kohlensauren Kalkes aus den Bodenbestandtheilen in Lösung überführen wird. Die letzterwähnte Annahme, obgleich eigentlich a priori selbstverständlich, habe ich experimentell bestätigen können.

In zwei gleich grosse, sorgfältigst gereinigte Bassins wurde gleichviel Zürichseewasser und eine gleiche Menge von ausgewaschenem kohlensaurem Kalk gebracht. — Das eine Bassin wurde sodann mit 3 circa einpfündigen Karpfen beschickt, welche vorher, um sie von etwa anhaftendem kalkreicheren Wasser zu befreien, für einige Stunden in gleiches Wasser eingesetzt worden waren. Die Thiere wurden während der Versuchszeit mit Brod gefüttert und gleichviel Brod in das fischlose Bassin gebracht. Nach 48 Stunden hatte der Gehalt an gelöstem doppelt kohlensaurem Kalk desjenigen Wassers, in welchem die Karpfen lebten, um 15 Procent (von 0,120 Grm. auf 0,138 Grm. pro Liter), nach 3 Tagen um 21,5 Procent (er war auf 0,145 Grm. pro Liter gestiegen) zugenommen, während die gelöste Kalkmenge in dem Wasser, das sich im zweiten Bassin befand, ganz genau die gleiche geblieben war.

Derselbe Kreislauf des Kohlenstoffs, von Pflanze zu Thier, von Thier zu Pflanze, der in der Atmosphäre vor sich geht, hat auch im Wasser statt, nur dass im letzteren Falle der kohlensaure Kalk mit in denselben hineingezogen wird. In einem ruhigen oder sehr langsam fliessenden Gewässer wird sich mit der Zeit ein Gleichgewichtszustand

herstellen zwischen Pflanzenleben und Thierleben [1]), zwischen sich abscheidendem und sich lösendem kohlensaurem Kalk und der circulirende Kalkgehalt eines stehenden Gewässers wird, unter sonst gleichen Bedingungen, ein Symptom sein für den Pflanzen- und Thierreichthum desselben in dem gleichen Sinne, in welchem der Nationalökonomie das in einem Lande circulirende Geld ein Sympton für den Reichthum desselben ist.

Das Deficit an Kohlenstoff, das durch die fortwährende Entnahme von Thieren in den Gewässern entstehen muss, wird ausgeglichen durch die Kohlensäure, die denselben die Quellen grösstentheils in Form von doppelt kohlensaurem Kalke wieder zuführen. Die Menge derselben ist so gross, dass ihr gegenüber in den grösseren Schweizerseen die von den Wasserthieren producirte Kohlensäure sehr zurücktritt.

Eine weitere Bedeutung hat der kohlensaure Kalk der Gewässer desshalb, weil durch ihn die im Wasser vorhandene Kohlensäure länger zurückgehalten wird, als diess in reinem kalkfreiem Wasser der Fall ist. Es kommt diese Eigenschaft namentlich den relativ kleinen Kalkmengen zu, die sich in den natürlichen Gewässern vorfinden. Nach Bineau [2]) absorbirt Wasser, das $^1/_{10000}$ oder weniger Calciumcarbonat enthält, Kohlensäure und zwar soviel als zur Bildung von doppelt kohlensaurem Salze erforderlich ist. Diese Kohlensäure gibt es selbst im luftleeren Raume nur sehr langsam ab.

Nach meinen Versuchen verliert doppelt kohlensauren Kalk enthaltendes Wasser selbst nach monatelangem Stehen

---

[1]) Vgl. auch: H. Goll: le saumon commun, Bull. soc. vaud. d. scienc. nat. 1878. S. 496.

[2]) Jahresber. Chem. 1857. S. 85.

nur einen Theil seiner Kohlensäure und damit seines Kalkes. Zürichseewasser hatte sich nach vierwöchentlichem Stehen in seinem Kalkgehalte gar nicht, in seinem Kohlensäuregehalt kaum merklich geändert; kalkreicheres Wasser (0,365 Grm. pro Liter) schied in derselben Zeit allerdings Kalk ab, enthielt indessen immerhin noch viermal soviel Carbonat, als es bei Verlust seiner ganzen Kohlensäure enthalten haben würde. Reines destillirtes Wasser, das mit Kohlensäure gesättigt worden war, hatte nach 24 Stunden ruhigen Stehens bei 12° allerdings noch die Hälfte seines Volums an Gas zurückbehalten; aber nach weitern drei Tagen war in demselben durch Barytwasser keine Kohlensäure mehr nachzuweisen, ebensowenig in reinem Wasser, das 24 Stunden gestanden hatte, und in solchem, durch welches 24 Stunden lang ein Luftstrom geleitet worden war. Uebrigens ergibt sich unter Zugrundelegung des Kohlensäuregehaltes der Luft (0,04 Procent) und des Henry-Dalton'schen Gesetzes, dass 1 Liter reines Wasser bei gewöhnlicher Temperatur und gewöhnlichem Druck höchstens 0,0008 Grm. Kohlensäure aus der Luft aufnehmen kann. Man darf gewiss mit Bineau[1]) annehmen, dass der kohlensaure Kalk derjenige Bestandtheil des Wassers ist, der wesentlich die Absorption der Kohlensäure bedingt, diese fester gebunden hält und ihre Ueberführung an die Pflanzen vermittelt[1]).

In Vorstehendem habe ich mir erlaubt, die hauptsächlichsten Erwägungen zu entwickeln, die mich veranlasst haben, zunächst eine grosse Anzahl von Bestimmungen des Kalkgehaltes schweizerischer Gewässer auszuführen. Es ist

---

[1]) Siehe Anmerkung 2.

wohl überflüssig hervorzuheben, dass entfernt nicht daran gedacht werden kann, ausschliesslich aus dem Kalkgehalt eines Gewässers Schlüsse auf dessen Fischreichthum zu ziehen oder gar den Satz der Alten «omnis calx ex vivo» in Bezug auf das Leben im Wasser umzukehren. Es ist mir sehr wohl bekannt, wie viele und wichtige Faktoren hier mitspielen; wie sehr der Fischgehalt der Gewässer abhängig ist von physikalischen, von klimatischen Verhältnissen; welch' grossen Einfluss Raubfischerei, Industrieabfallstoffe, schädliche Thiere u. s. w. ausüben. Ein sehr kalkreicher Wildbach wird kaum Fische beherbergen, Gewässer, in welche schädliche Substanzen gelangen, werden bei grösstem Kalkgehalt fischarm sein gegenüber weit kalkärmeren, auf die derartige nachtheilige Einflüsse nicht ausgeübt werden; beim Fehlen der übrigen Nährstoffe, z. B. des assimilirbaren Stickstoffs, verliert auch der grösste Kohlensäuregehalt seine Bedeutung für das Leben im Wasser; dort, wo das Licht reicher an chemisch wirksamen Strahlen ist, in niederen Breiten in grösseren Höhen, wird die Wichtigkeit des Kalkes als Mittel zur Fixirung der Kohlensäure sehr zurücktreten, weil alsdann die Kohlensäure durch die Pflanzen rascher und leichter zersetzt wird. — Aber so viel glaube ich annehmen zu dürfen, dass unter sonst genau gleichen Verhältnissen von verschiedenen Gewässern dasjenige das reichste an Fischen sein wird, welches die grösste Menge an doppelt kohlensaurem Kalk enthält.

Was die bei meinen Versuchen angewandte Methode anbetrifft, so ist dieselbe sehr einfach auszuführen. Die Menge des kohlensauren Kalkes, resp. der Carbonate, wird durch Hundertstel Normalsalzsäure bestimmt (in 1 Liter

0,36 Grm. H Cl enthaltend) — als Indicator für die Endreaktion dient Alizarin. In einer Silberschale werden 100 Cubiccentimeter des zu untersuchenden Wassers mit einem Tropfen einer gesättigten alkoholischen Alizarinlösung versetzt (die Flüssigkeit nimmt dann eine schön violette Färbung an), hierauf wird zum Sieden erhitzt und aus einer Gay-Lussac'schen Bürette so lange $^1/_{100}$ Normalsalzsäure einfliessen gelassen, bis eben die Flüssigkeit farblos resp. hellgelb geworden. In diesem Moment ist das Carbonat vollständig zersetzt; seine Menge berechnet sich aus der Quantität der verbrauchten Säure. 1 Cubiccentimeter der Normalsäure zeigt die Anwesenheit von 0,0005 Grm. kohlensaurem Kalk oder von 0,00022 Grm. chemisch gebundener (in Form von neutralem Carbonat vorhandener) Kohlensäure (CO_2) an. Da es auch bei geringer Uebung leicht ist, den Farbenumschlag sofort zu erkennen, und man einen Fehler von höchstens 0,1 Cubiccentimeter (entsprechend 0,000022 Grm. chem. geb. CO_2) begehen kann, so gehört diese Methode zu den genauesten und zuverlässigsten der analytischen Chemie. Eine besondere Sorgfalt ist selbstverständlich auf die Bereitung der Hundertstel Normalsalzsäure zu verwenden. Die von mir benutzten Titrirflüssigkeiten wurden stets durch gewichtsanalytische Bestimmung des Chlorgehaltes controlirt. Uebrigens ändern bei gutem Verschluss solche Lösungen selbst nach monatelangem Stehen ihren Titre durchaus nicht — so lösten z. B. 100 Cubiccentimeter einer zwei Monate alten Normalsäure siedend statt der berechneten 0,050 Grm.: — 0,0499 und 0,050 Grm. isländischen Doppelspath. In der Folge wird in der Regel das direkte Resultat der Analyse angegeben (Anzahl der Cubiccentimeter Hundertstel Normalsalzsäure, welche 100 Cubiccentimeter des betreffenden Wassers zur Neutralisation erfordern),

dann die Menge chemisch, in Form neutralen Carbonats, gebundener Kohlensäure berechnet auf 1 Liter Wasser. (Dieser Quantität ganz gleich ist die der sog. halbgebundenen Kohlensäure.) Weiter ist angeführt die Menge von Carbonat (kohlensaurer Kalk), die der gefundenen Säure entspricht; diese Zahlen werden fast sämmtlich, wenn auch wenig, zu hoch sein, da eben die Kohlensäure der natürlichen Gewässer nicht ausschliesslich an Kalk, sondern auch an andere Basen (Magnesia) gebunden ist und das Aequivalent der kohlensauren Magnesia kleiner ist als das des kohlensauren Kalks. Es sind somit die auf den Carbonatgehalt bezüglichen Zahlen nur als angenäherte Werthe zu betrachten, während die Mengenangaben der gebundenen Kohlensäure vollkommen chemisch genau sind. [1])

Den oben entwickelten Satz, dass unter sonst gleichen Bedingungen der Kalkgehalt eines Gewässers einen Maassstab abgäbe für dessen Fischgehalt, habe ich zunächst mit den Erfahrungen, mit der Wirklichkeit verglichen, und ich möchte gleich vorausschicken, dass im Allgemeinen Theorie und Praxis in befriedigendem Einklang stehen; nur in einem Falle, bezüglich des sehr kalkarmen Lago maggiore, stimmten meine Voraussetzungen nicht in dem Maasse wie ich es erwartete mit dem Thatbestand überein. Allerdings befindet sich dieser See unter besonders günstigen klimatischen Bedingungen; schädigende Einflüsse der Industrie fehlen gänzlich, und es ergibt sich immerhin aus den Zusammenstellungen Pavesi's[2]), dass derjenige See, welcher

[1]) Siehe Anmerkung 3.

[2]) P. Pavesi. I pesci e la pesca nel Cantone Ticino. Lugano 1871—72—73. S. 11, 14 u. 141.

am ehesten mit dem Langensee verglichen werden kann, der Luganersee, bei grösserem Kalkgehalt (s. nachfolgend) auch fischreicher ist: Auf gleiche Wasserfläche berechnet, liefert der Lago di Lugano einen um circa 20 Procent grösseren Fischertrag als der Lago maggiore.

Während es einerseits leicht ist, den Kalkgehalt eines Gewässers sehr genau zu bestimmen, hält allerdings andrerseits die Feststellung, ja nur die Abschätzung des Fischgehaltes äusserst schwer. Brehm [1]) erklärt sogar, dass uns zur Abschätzung der Fische jeglicher Anhalt mangle. Die Schwierigkeiten dürften namentlich bei grösseren Gewässern besonders hervortreten; die consultirten Gewährsmänner, die Fischer, sind nicht gewöhnt, die Begriffe des absoluten und des relativen Fischgehaltes auseinander zu halten, die zu vergleichenden Fischmengen auf gleiche Wassermengen zurückzuführen. Daher habe ich, um meine Voraussetzungen mit den Angaben der Fischer zu vergleichen, immer Gewässer von geringer Ausdehnung gewählt, deren Fischgehalt sich leichter übersehen lässt. Das Hochplateau von San Bernardino (Canton Tessin) wird von einem starken Bach, der Moësa, durchflossen; obgleich derselbe den physikalischen Verhältnissen nach recht gut Fische beherbergen könnte, ist er vollkommen fischlos. Ein paar hundert Schritte von jenem Bache entfernt befindet sich ein kleiner See von dunkler Farbe, Laghetto genannt, der eine reichliche Vegetation von Wasserpflanzen aufweist und seines Fischreichthums wegen bekannt ist. Hundert Cubiccentimeter des Wassers der Moësa erforderten nur 6,4 Cubiccentimeter Normalsäure zur Neutralisation (entsprechend 0,032 Grm. kohlensaurem Kalk oder 0,0140 Grm. chemisch

[1]) Thierleben Bd. 5. S. 457.

gebundener Kohlensäure pro Liter); 100 Cubiccentimeter des erwähnten Seewassers dagegen hatten 20 Cubiccentimeter der Säure nöthig (= 0,100 Grm. kohlensaurer Kalk oder 0,044 Grm. chemisch gebundene Kohlensäure). Zwei Zuflüsse der Rhone, der Trient und die Salanfe, befinden sich offenbar in ganz gleichen Verhältnissen; sie sind einen Kilometer von einander entfernt; nach übereinstimmenden Mittheilungen der Anwohner ist die Salanfe weit reicher an Fischen als der Trient. Die Analyse (October 1879) ergab, dass in einem Liter Trientwasser 0,045 Grm. kohlensaurer Kalk (= 0,020 chem. geb. Kohlensäure), in der gleichen Menge Salanfewasser dagegen 0,072 Grm. kohlensaurer Kalk (= 0,0332 chem. geb. Kohlensäure) enthalten waren.

Gelegentlich eines Aufenthaltes in Churwalden (im August 1879) habe ich sämmtliche Gewässer des Thales analysirt; die fischreichsten erwiesen sich auch als die kalkreichsten; so enthielt der Fischweiher von Churwalden 0,197, dessen Zufluss sogar 0,211, der See auf der Lenzerhaide 0,151 Grm. kohlensauren Kalk [1]), während alle andern zum Theil fischarme, zum Theil fischlose Gewässer weit weniger kalkhaltig waren.

Das Wasser, über welches die zürcherische Fischzuchtanstalt, in Meilen am Zürichsee, verfügt, zeichnet sich durch seinen grossen Kalkgehalt aus. Es wurden am 18. Nov. 1870 Wasserproben vom Einlauf, aus dem mittleren Fischweiher und vom Abfluss entnommen. Die Analyse ergab:

	Verbr. Normals. pro 100 cc.	Chem. geb. Kohlens. pro Liter.	Kohlens. Kalk pro Liter.
Einlauf	49,6	0,1091	0,248 Grm.
Fischweiher	50,6	0,1113	0,253 »
Ablauf	51,4	0,1130	0,257 »

[1]) Bezüglich 0,08668; 0,09284 u. 0,06644 Grm. chem. gebundene Kohlensäure.

Die Thatsache, dass das Wasser beim Durchgang durch die stark bevölkerte Fischzuchtanstalt an Kalk zunimmt, steht im vollkommenen Einklange mit der eben angeführten Beobachtung, nach welcher die von Fischen ausgeathmete Kohlensäure kohlensauren Kalk in Lösung bringt.

Von einem Freunde der Fischerei, Herrn Forstmeister Meister, erhielt ich Wasserproben aus dem Sihlthal (5. Dec. 1879). Das Wasser des Krebsbach, der als sehr forellenreich und sehr geeignet zur Fischzucht bezeichnet wurde, war stark kalkhaltig (kohlensaurer Kalk: 0,2130 resp. 0,0937 chemisch gebundene Kohlensäure pro Liter); die Sihl selbst, ärmer an Fischen, enthielt auch weniger Kalk (0,1780 Grm. $Ca\,CO_3$ resp. 0,07832 chemisch gebundene CO_2). Durch die Güte desselben Herren wurden mir Wasserproben aus der fischreichen Glatt und der Fischzuchtanstalt Glattfelden zu Theil (9. Dec. 1879). Beide Gewässer erwiesen sich als zu den kalkreichen gehörig; das erstere enthielt pro Liter 0,2225 Grm. kohlensauren Kalk (1,0979 chem. geb. CO_2), das letztere sogar 0,2580 Grm. (0,1135 Grm. chem. geb. CO_2). — Als eines der fischreichsten Flüsschen bezeichnete mir Herr Meister die Surb (Wehnthal, Nebenfluss der Aare) und in keinem Gewässer des Kantons Zürich habe ich einen grössern Kalkgehalt gefunden als gerade in diesem (0,3095 Grm. pro Liter resp. 0,1362 Grm. chem. gebundene Kohlensäure).

Uebrigens scheinen auch die Praktiker auf rein empirischem Wege zu der Ueberzeugung gelangt zu sein, dass ein kalkreiches Wasser dem Gedeihen der Fische günstig sei. So finde ich unter Anderm unter den Antworten auf den Fragebogen des deutschen Fischereivereins ad 5): «Der Fluss ist für Fische günstig, da derselbe reines Quell-

wasser, sog. hartes Wasser führt»[1]). Hartes Wasser aber ist kalkreiches Wasser.

Soviel glaube ich durch Vorstehendes nachgewiesen zu haben, dass jedenfalls der Kalkgehalt der Gewässer mit zu den Faktoren gehört, die auf das Gedeihen der Fische Einfluss haben; wie weit sich dieser Einfluss erstreckt, muss durch zahlreichere Beobachtungen noch festgestellt werden. Wenn solche bisher nicht in dem wünschbaren Umfange ausgeführt worden sind, so ist der Grund mit in der Umständlichkeit der chemischen Methoden zu suchen.

Das eben geschilderte Verfahren wird auch unter den Händen des Nichtchemikers brauchbare Resultate liefern — es kann dasselbe zudem noch, allerdings auf Kosten der schliesslich nicht gerade nothwendigen Genauigkeit, bedeutend vereinfacht werden. Es wäre sehr wünschenswerth, wenn der nächste Fragebogen des um die Ergründung der Geheimnisse des Fischlebens so hochverdienten deutschen Fischereivereins auch Auskunft über den Kalkgehalt der Gewässer verlangen würde.

In Bezug auf die Untersuchung des Wassers der schweizerischen Seen drängte sich in erster Linie die Frage auf, ob die Zusammensetzung eines Seewassers an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten die gleiche sei. Von dem Wasser der Flüsse weiss man, dass es nach Jahreszeit u. s. w. in seinem Gehalt an gelösten Stoffen schwankend ist; über das Wasser der Seen dagegen liegen

[1]) Die thurg. Fischfauna von E. Kollbrunner. Frauenfeld 1879

in dieser Beziehung, meines Wissens, keinerlei Angaben vor. Die Lösung der Frage war von Wichtigkeit, denn bei wechselnder Zusammensetzung der Gewässer kann nur durch häufig wiederholte, über lange Zeiträume sich erstreckende Untersuchungen ein richtiges Bild von der chemischen Beschaffenheit des betreffenden Wassers gewonnen werden. Die nachstehend beschriebenen Versuche zeigen, dass das Wasser der Schweizerseen eine constante Zusammensetzung besitzt. Des Vergleichs halber habe ich gleichzeitig die gut gefassten Homburger Mineralquellen der Untersuchung unterworfen und es hat sich herausgestellt, dass die Zusammensetzung unsrer Seewässer nicht mehr und nicht weniger variirt als die jener Mineralwässer, welche allgemein als constant zusammengesetzt angesehen werden. In einigen Fällen konnte ich meine Resultate mit früher gewonnenen vergleichen und ich hatte die Freude constatiren zu können, dass das Zürichseewasser im Jahre 1857 genau den gleichen Carbonatgehalt zeigte wie im Jahre 1880, dass die Menge chemisch gebundener Kohlensäure im Wasser des Genfersees seit mehr als einem Vierteljahrhundert sich nicht verändert hatte. Als normales Seewasser wurde dasjenige Wasser genommen, das der Abfluss des Sees führt, da dasselbe jedenfalls eine möglichst vollkommene Mischung der verschiedenen Wasserschichten darstellt; dass aber auch letztere keinen wesentlichen Unterschied in der Zusammensetzung zeigen, ergibt sich wohl am besten aus der Thatsache, dass Wasserproben von der Oberfläche und aus der Tiefe entnommen mit absolut den gleichen Resultaten untersucht wurden wie die Wässer jener Abflüsse. Als Beleg führe ich von vielen gleichwerthigen folgende Daten an:

Zürichsee.

Datum der Wasserentnahme. 1879.	Ort.		100 Cc. Wasser erfordern Cc. 1/100 Normal-Salzsäure
1) Juli 16.	Enge		24,1.
2) Aug. 2.	Rapperswyl		24,0.
3) Sept. 19.	Zürich, Limmat		23,2.
4) Nov. 2.	Bei Herrliberg 70′ Tiefe		23,4.
5) Nov. 2.	Bei Herrliberg 130′ Tiefe		23,5.
6) Nov. 4.	Zürich		23,5.
7) Dec. 12.	»		24,8.
8) Dec. 13.	»	Tonhalle	24,9.
9) Dec. 27.	»	Limmat	24,0.
1880.			
10) Jan. 22.	»	»	24,0.
11) Jan. 24.	»	»	24,1.
12) Jan. 30.	»	»	24,6.
13) Febr. 5.	»	»	24,6.
14) Febr. 8.	»	»	24,8.
15) Febr. 20.	»	»	24,2.
16) März 2.	»	»	24,1.
17) März 12.	»	»	24,0.

Die Differenzen zwischen den einzelnen Bestimmungen sind sehr klein; sie betragen im Maximum nicht mehr, auf chemisch gebundene Kohlensäure berechnet, als 3 Milligramm auf 1000 Gramm Seewasser. Ueberdiess fallen die beiden Perioden höheren Kalkgehaltes (7 u. 8, sowie 12, 13, 14) fast genau mit den beiden Perioden zusammen, während welchen der See eine Eisdecke trug, und ich glaube, dass die kleine Steigerung seines Kalkgehaltes jedenfalls zum grossen Theil auf Rechnung der Eisbildung zu setzen ist. Es erwies sich nämlich, nach angestellten Versuchen,

das Eis des Zürichsees als fast absolut chemisch rein [1]: Kalk konnte darin selbst nach stärkster Concentrirung nicht nachgewiesen werden, ebensowenig selbst Spuren von Kohlensäure; 500 Grm. sorgfältig abgewaschenes Eis hinterliessen beim Eindampfen nur 0,0013 Grm. Rückstand. Unter solchen Umständen ist es natürlich, dass das nicht gefrorene Wasser entsprechend reicher an festen Bestandtheilen sein muss.

Im Jahre 1857 war der untere Zürichsee zum letzten Male zugefroren; Fr. Moldenhauer [2]) führte damals, Ende Januar, eine Analyse des Seewassers aus, welche pro Liter 0,05412 Grm. chemisch gebundene Kohlensäure ergab; aus der obigen Bestimmung 12 berechnet sich genau die gleiche Zahl 0,05412.

Genfersee.

Datum. 1879.	Ort.	100 Cc. Wasser erfordern Normalsäure
Oct. 12.	Mitte Montreux-Bouveret	17,3.
» 20.	Montreux (Hafen)	17,3.
» 20.	Schloss Chillon 200′ vom Land	17,2.
» 13.	Genf (Hafen)	17,3.
» 13.	» (Rhonewasser)	17,3.
1880.	Villeneuve 200′ vom Land	17,3.
März 1.	Montreux	17,4.

Im Hafen von Villeneuve ist, wie ich mich überzeugte, das Wasser reicher an Carbonaten (22,5 Cc. 1/10 Normal-Salzsäure pro 100 Cc. = 0,0495 Grm. chem. gebundene

[1]) Bei dieser Gelegenheit erwähne ich, dass Eis von dem Sihlfluss durchaus nicht den gleichen Grad von Reinheit zeigte; ich fand in einer Ende December 1879 genommenen Probe pro Kilogramm 0,015 Grm. grösstentheils mechanisch suspendirten kohlensauren Kalk.

[2]) Jahresb. üb. d. Fortschr. d. Chemie. 1857. S. 724.

Kohlensäure pro Liter); aber es lässt sich diese Erscheinung zurückführen auf den nahen Einfluss der Tinière, eines starken Baches, der sehr reich an kohlensauren Salzen ist (100 Cc. seines Wassers erforderten 30,0 Cc. $^{1}/_{100}$ Normal-Säure = 0,066 Grm. chem. geb. Kohlensäure = 0,150 Grm. kohlensauren Kalk pro Liter).

Deville[1]) hat im Jahre 1847 das Rhonewasser in Genf analysirt; aus den Resultaten seiner Analyse berechnet sich ein Gehalt an chemisch gebundener Kohlensäure von 0,0370 Gramm pro Liter; meine Bestimmungen ergaben 0,0380 Grm. — eine minime Differenz, die vollkommen innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler sich befindet.

Lago maggiore.

Datum. 1879.	Ort.	100 Cc. Wasser brauchen Normalsäure
Aug. 9.	Locarno (von dem Hafen) . . .	7,0.
» 9.	Locarno, Punta	7,0.
» 12.	Arona, Scala	7,1.
» 12.	Arona, Angera	7,0.
» 12.	Bei Magadino (Einfluss des Tessin)	7,1.
» 12.	Bei Sesto Calende (Ausfl. d. Tessin)	7,1.
» 12.	Tessinwasser in Sesto Calende . .	7,1.
Dec. 21.	Locarno — Vira	7,9.

Das Wasser des Lago maggiore zeichnet sich durch seinen sehr geringen Gehalt an Carbonaten aus; berechnet man obige Zahlen auf kohlensauren Kalk, so ergibt sich, dass 1 Liter nicht mehr als 0,0355 davon enthält; es ist diess fast genau die gleiche Menge, welche chemisch reines kohlensäurefreies Wasser aufzulösen vermag[2]).

[1]) Jahresb. üb. d. Fortsch. d. Chemie. 1847 u. 1848. S. 996.

[2]) Siehe Anmerkung No. 4.

Vierwaldstättersee.

Datum. 1879.	Ort.	100 Cc. Wasser brauchen Normalsäure
Aug. 6.	Weggis	17,3.
» 6.	Bei den Nasen	17,4.
» 6.	Vitznau	17,3.
» 6.	Urnersee bei Brunnen	17,3.
» 6.	Flüelen	17,2.
Nov. 2.	Luzern (beim Hôtel National)	16,9.
» 2.	» Reuss	17,0.
1880.		
Febr. 18.	» (beim Hôtel National)	17,6.

Auch beim Vierwaldstättersee lässt sich, wie beim Genfersee, der Einfluss des einströmenden Wassers constatiren; so enthielt Seewasser, zwischen der Tellsplatte und Flüelen geschöpft und zwar aus der «Reussströmung» der Schiffer, weit weniger Carbonat, als obigen Zahlen entspricht (100 Cc. sättigten nur 15 Cc. $^1/_{100}$ Normal-Salzsäure = 0,033 chem. geb. Kohlensäure pro Liter; die Reuss bei ihrer Mündung in Flüelen führt Wasser, welches pro 100 Cc. nur 8,4 Cc. Normalsäure erfordert, entsprechend 0,0185 Grm. chem. geb. Kohlensäure pro Liter).

Es sei noch erwähnt, dass alle von mir untersuchten Schweizerseen dieselbe Constanz in Bezug auf ihren Carbonatgehalt zeigten. Die Zusammensetzung des Bodenseewassers, ob es bei Constanz (16. Nov. 1879 23,0 Cc. Säure pro 100 Cc. Wasser), bei Lindau (15. Dec. 1879 23,9 Cc. pro 100) oder bei Romanshorn (5. Jan. 1880 23,2 Cc. pro 100) geschöpft worden war, war die gleiche. Das Wasser des Walensees, des Zugersees, des Thunersees verhielt sich, von verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten bezogen, immer in der gleichen Weise.

Was aber von dem festen Hauptbestandtheil des Wassers — den Carbonaten — gilt, darf gewiss unbedenklich auf die übrigen im Wasser gelösten Stoffe übertragen und der Satz aufgestellt werden: «die Zusammensetzung des Wassers der grösseren Schweizerseen ist eine constante; sie ist im Grossen und Ganzen unabhängig von Zeit und Ort. — Diese Thatsache dürfte auch für das Fischleben einige Bedeutung haben; denn die Fauna wird sich offenbar in einem ganz anderen Sinne entwickeln, wenn sich die Thiere in einem jahraus, jahrein chemisch sich möglichst gleichbleibenden Medium befinden, als wenn sie auf ein solches angewiesen sind, das, wie das Wasser der Flüsse, empfindlichen Schwankungen unterworfen ist.

Die constante Zusammensetzung des Wassers unserer Seen ist übrigens sehr leicht begreiflich; es wirken verschiedene Ursachen mit, um sie herzustellen; einerseits wird die Wechselwirkung zwischen den Processen des pflanzlichen und thierischen Lebens möglichst einen Gleichgewichtszustand herbeizuführen suchen, andrerseits aber spielt besonders die geringe Beweglichkeit des Wassers der Schweizerseen hier eine hervorragende Rolle. Es ist bekannt, dass das Wasser in unseren Seen sich nur sehr langsam bewegt, so braucht z. B. das Wasser der Linth, um von deren Einmündung in den Zürichsee bis nach Zürich zu gelangen, nach den Berechnungen des Herrn Kantonsingenieur Wethli[1]) durchschnittlich über ein Jahr, es wird somit, wenn auch Flusswasser von, je nach der Jahreszeit, verschiedener

[1]) Privatmittheilung. — Der Ablauf des gesammten Wasserquantums des Zürichsees würde bei der beobachteten durchschnittlichen Ausflussmenge von 88^{cm} pro Secunde circa 515 Tage in Anspruch nehmen.

Zusammensetzung in das Seebecken einströmt, genügend Zeit und Gelegenheit zur Herstellung einer immer gleichartigen Mischung gegeben sein.

Nachstehende Tabelle gibt eine Uebersicht über den Carbonatgehalt des Wassers der wichtigsten Schweizerseen (**a** bedeutet die Anzahl Cubiccentimeter Hundertstel Normalsalzsäure, welche 100 Cc. des betreffenden Wassers zur Neutralisation erforderten; **b** die daraus berechnete Menge chemisch gebundener Kohlensäure pro Liter; **c** den [approximativen] Gehalt an kohlensaurem Kalk pro Liter).

	a	b	c
Lago maggiore	7,1	0,01562	0,0355
Brienzersee	13,6	0,02992	0,0680
Genfersee	17,3	0,03806	0,0865
Vierwaldstättersee	17,3	0,03806	0,0865
Thunersee	18,0	0,03960	0,0900
Walensee	19,0	0,04180	0,0950
Luganersee	21,4	0,04708	0,1070
Bodensee	23,7	0,05214	0,1185
Zürichsee	24,0	0,05280	0,1200
Zugersee	24,5	0,05390	0,1225
Neuenburgersee	26,2	0,05764	0,1310
Bielersee	33,3	0,07326	0,1665
Murtensee	44,8	0,09856	0,2240
Aegerisee	24,0	0,05280	0,1200
Caumasee (bei Flims)	22,1	0,04860	0,1105
Arosasee (oberer)	22,3	0,04906	0,1115
Heidesee (Lenzerheide)	29,4	0,06468	0,1470
Laghetto bei San Bernardino	20,0	0,04400	0,1000
Lago oscuro (St. Gotthard)	0,6	—	—
See beim Hospiz »	0,1	—	—
Silsersee (Engadin)	6,9	0,01518	0,0345
Silvaplanersee »	8,7	0,01914	0,0435

Ein Blick auf die Tabelle zeigt, dass das Wasser des Genfersees genau den gleichen Kohlensäuregehalt besitzt wie das des Vierwaldstättersees; ein Vergleich der beiderseitigen Faunen dürfte insofern Interesse bieten, als hier ein wahrscheinlich Verschiedenheiten bedingender Faktor, der Carbonatgehalt des Wassers, ausgeschlossen ist, und die Bedeutung der übrigen Faktoren, Klima u. s. w., in um so grösserer Reinheit hervortreten würde.

Weiter sieht man, dass sich Zürichsee, Zugersee, Bodensee, Aegerisee in Bezug auf die Zusammensetzung sehr nahe stehen, nach den Versicherungen von Fischereikundigen sollen die genannten Seen auch in Bezug auf Qualität und Quantität der Fauna nahe verwandt sein. Der kalkreiche Murtenersee soll sich durch seinen Fischreichthum besonders auszeichnen.

Wie oben bereits erwähnt ist das Wasser der Flüsse, im Gegensatze zu dem Wasser unserer Seen, in Bezug auf die Menge der darin gelösten Stoffe wechselnd zusammengesetzt. Diese Thatsache ist seit langer Zeit bekannt. So fand Peligot [1]), dass die Gesammtmenge der festen Bestandtheile des von der gleichen Lokalität stammenden Seinewassers von 0,150 bis 0,363 Grm. pro Liter variirt. Poggiale [2]) constatirte, dass das Wasser desselben Flusses Schwankungen in seinem Gehalt an gelösten Stoffen zeigt, die sich zwischen den Grenzen von 0,190 bis 0,277 Grm. pro Liter bewegen; im Sommer erwies sich das Seinewasser reicher an festen Bestandtheilen als im Winter. J. A. Wanklyn [3]) hat das

[1]) Jahresb. Chemie. 1855. S. 831.
[2]) Ebendaselbst. S. 832.
[3]) Jahresb. 1875. S. 1286 u. Chemical News 32, 207.

Wasser des Nil während eines Jahres periodischen Untersuchungen unterworfen und ebenfalls auffallende Schwankungen im Gehalt an festen Bestandtheilen nachgewiesen; im Maximum (Mai) fand er 0,314, im Minimum (December) 0,129 Grm. fester Stoffe in einem Liter Nilwasser. Auch das Wasser der Schweizerflüsse fand ich, je nach der Jahreszeit, in seinem Gehalte an kohlensaurem Kalk (chemisch gebundener Kohlensäure) schwankend; allerdings nach den bisherigen Versuchen im umgekehrten Sinne wie das Wasser der eben citirten Flüsse; es stellte sich heraus, dass der Kalkgehalt im Winter grösser ist als im Sommer. Als Beispiele führe ich nur an:

	Datum.	Cc. Normalsäure pro 100 Cc. Wasser.	Gramm chem. geb. Kohlensäure pro Liter.
	1879.		
Vereinigter Rhein bei Reichenau	Aug. 14.	12,1	0,02662
„ „ „ „	Aug. 30.	12,2	0,02684
„ „ „ „	Nov. 14.	19,6	0,04312
	1879.		
Rhein bei Chur	Aug. 16.	12,4	0,02728
	1880.		
„ „ „	Jan. 2.	21,6	0,04752
	1879.		
Sihl (Enge, oberh. Papierfabrik)	Juli 15.	28,0	0,0616
„ „ „ „	Nov. 1	33,5	0,0737
„ „ „ „	Dec. 10.	47,6	0,1047
	1879.		
Rhone bei Massonger	Oct. 8.	13,6	0,02992
	1880.		
„ „ „	Febr. 9.	20,6	0,04532

Die Schwankungen des Flusswassers im Gehalt an gelösten Stoffen werden auf verschiedene Ursachen zurückgeführt; für die Schweizerflüsse kommt wohl in erster Linie das durch den Frost bedingte Versiegen der aus den

höheren Gebirgsregionen stammenden Zuflüsse in Betracht. Das Wasser der letzteren ist in der Regel sehr kalkarm, oder gar, wie das Gletscherwasser, so gut wie völlig kalkfrei — es wird dasselbe somit im Sommer verdünnend auf das, tieferen Regionen entsprungene, kalkreichere Quellwasser wirken müssen.

Ueberdiess liefern die Analysen von Wasserproben, die an verschiedenen Stellen des Laufes eines Flusses entnommen sind, verschiedene Resultate; dass Zuflüsse sehr modificirend auf die Menge der gelösten Bestandtheile wirken, versteht sich von selbst; zudem wird durch etwaigen Verlust an Kohlensäure sich auch die Menge des gelösten Kalkes vermindern müssen.

Ein Verschwinden der Kohlensäure aus dem Wasser wird eintreten bei einer im Vergleich zur Fauna sehr stark entwickelten Flora — vielleicht zum Theil auch durch Verdunstung, obgleich die Bedeutung des letzteren Vorganges, nach den Beobachtungen von R. Ludwig [1]) und unter Berücksichtigung der relativ kleinen, in unseren Flusswässern vorhandenen Kalkcarbonatmengen, nicht sehr hoch angeschlagen werden darf. Nach zahlreichen eigenen Versuchen, die ich mit dem Wasser vegetationsloser Bäche des Churwaldener Thales anstellte und über die an einem anderen Orte berichtet werden soll, änderte sich der Kalk- und Kohlensäuregehalt derselben auch nach längerem und raschem Laufe nicht in irgend nachweisbarer Weise. In einem, allerdings nicht normalen, Falle habe ich einen sehr kleinen, jedenfalls durch Kohlensäureverdunstung bewirkten Kalkverlust eines Flusswassers zu constatiren. Es war diess gelegentlich der Untersuchung des Wassers der Salanfe,

---

[1]) Jahresber. v. d. Fortschr. d. Chemie. 1851. S. 864.

vor und nachdem sie den Sturz der Pissevache gemacht hatte.

Datum. 1879.		Cc. 1/100 Normalsäure pro 100 Cc. Wasser.
Oct. 2.	Salanfewasser oberhalb der Pissevache	14,8
» 2.	» unterhalb » »	14,2

Es entsprechen diese Zahlen einem Verlust an kohlensaurem Kalke von 0,0030 Grm. pro Liter, offenbar eine Folge der gewaltsamen Verstäubung.

Nach dem Vorstehenden gewinnen chemische Untersuchungen von Flusswässern nur dann grösseres Interesse, wenn sie sich beziehen auf zahlreiche Proben, welche zu verschiedenen Zeiten und von verschiedenen Orten genommen werden; solche Untersuchungen aber erfordern einen sehr bedeutenden Zeitaufwand. Wenn ich in nachstehender Tabelle eine Anzahl von Carbonatbestimmungen einiger schweizerischer Flusswässer mittheile, so geschieht diess, weil manche der Daten unter sich vergleichbar sind und zudem späteren Untersuchungen als vielleicht nicht uninteressante Vergleichsmomente dienen können. Unter **a** ist aufgeführt der Fluss, unter **b** der Ort, unter **c** das Datum der Entnahme des Wassers; die Zahlen unter **d** geben die Anzahl von Cubiccentimetern Hundertstel Normalsäure an, welche 100 Cubiccentimeter des betreffenden Wassers zur Neutralisation bedürfen, diejenigen unter **e** die daraus sich berechnende Menge an chemisch gebundener Kohlensäure, ausgedrückt in Grammen pro Liter Wasser; endlich die Zahlen unter **f** stellen den (approximativen) Gehalt an kohlensaurem Kalk (Ca CO_3) dar, ausgedrückt in der gleichen Weise.

a	b	c	d	e	f
Rhein . . .	oberhalb Chur	Aug. 30.	12,4	0,0278	0,0620
		1880.			
„ . . .	„	Jan. 2.	21,6	0,04752	0,1080
		1879.			
„ . . .	Reichenau . .	Aug 14.	12,1	0,02662	0,0605
„ . . .	„ . .	Nov. 14.	19,6	0,04312	0,0980
Vorderrhein	„ . .	Nov. 14.	18,4	0,04048	0,0920
Hinterrhein	„ . .	Nov. 14.	21,8	0,04796	0,1090
Plessur . .	Chur	Aug. 30.	22,5	0,04950	0,1125
Rabiusa . .	Churwalden .	Sept. 8.	20,2	0,04444	0,1010
„ . .	Passugg . .	Sept. 12.	27,0	0,05940	0,1350
		1880.			
Albula . .	Bergün . . .	Jan. 4.	17,2	0,03784	0,0860
		1879.			
Tessin . .	Magadino . .	Aug. 10.	8,2	0,01804	0,0410
Maggia . .	Mündung . .	Aug. 9.	3,8	0,00836	0,0190
„ . .	„ . .	Dec. 25.	4,0	0,00880	0,0200
Verzaska .	„ . .	Aug. 10.	0,9	0,00198	0,0045
Moësa . . .	St. Bernhardin	Aug. 12.	6,4	0,01408	0,0320
Reuss . . .	Flüelen . . .	Aug. 7.	8,4	0,01848	0,0420
„ . . .	Lucendro . .	Aug. 8.	0,6	0,00132	0,0030
Rhône . .	St. Maurice .	Oct. 9.	13,5	0,02970	0,0675
„ . .	Massonger . .	Oct. 8.	13,6	0,02992	0,0680
„ . .	Bouveret . .	Oct. 12.	14,5	0,03190	0,0725
La Tinière .	Villeneuve . .	Oct. 20.	30,0	0,06600	0,1500
Avençon . .	Bex	Oct. 13.	23,2	0,05104	0,1160
Salanfe . .	Vernayaz . .	Oct. 17.	14,2	0,03124	0,0710
Trient . .	„ . .	Oct. 17.	9,1	0,02002	0,0455
Linth . . .	Wesen . . .	Sept. 17.	18,8	0,04136	0,0940
Sihl . . .	Adlisweil . .	Nov. 4.	33,5	0,07370	0,1675
„ . . .	Sihlwald . .	Dec. 5.	35,6	0,07832	0,1780
„ . . .	Enge	Dec. 10.	47,6	0,10472	0,2380
Glatt . . .	Glattfelden .	Dec. 9.	44,5	0,09790	0,2225
Surb . . .	Schöfflisdorf .	Dec. 29.	61,9	0,13618	0,3095

Vorläufig möchte ich es unterlassen, aus den vorliegenden Zahlen weitere Schlüsse zu ziehen; sie besitzen einen nur relativen Werth, weil eben die Flüsse, vor ihrem Einlauf in die Seen, je nach der Jahreszeit, in ihren

gelösten festen Bestandtheilen schwanken. Aber darauf erlaube ich mir hinzuweisen, dass jene Flüsse auch periodisch von Fischen besucht werden. Nach Tschudi[1]) halten sich Forellen während des Winters in Massen in der Rhone und in ihren Seitenbächen auf und ziehen im März nach dem Genfersee zurück, in welchem sie den Sommer zubringen. Brehm[2]) fügt bei, dass man die Ursache dieser Aenderung der Lebensweise noch nicht habe erforschen können.

Dieses gleichzeitige Wechseln der Flüsse im Gehalt an chemischen Bestandtheilen[3]) wie im Gehalt an Fischen regt unwillkürlich zum Ziehen einer Parallele an.

Anmerkungen.

1) Allerdings darf nicht angenommen werden, dass der Kalkgehalt der Gewässer ihrem Kohlensäuregehalt genau direkt proportional sei, obgleich nach Bineau (l. c.) bei relativ kleinen Kalkmengen, und nur solche kommen ja hier in Betracht, nahezu Proportionalität eintritt. Bei dieser Gelegenheit will ich nicht unerwähnt lassen, dass die Menge der sogenannten ganz freien Kohlensäure, die sich in dem Wasser der schweizerischen Seen vorfindet, sehr gering ist im Vergleich zu derjenigen, die mit kohlensaurem Kalk zu Bicarbonat verbunden ist. So enthält das Zürichseewasser nach den Analysen von Wislicenus und Meister (1866 und 1867) im Liter 0,91—1,85 Cubikcentimeter freier Kohlensäure, entsprechend (im Mittel) 0,0025 Grm., während die Totalmenge der Kohlensäure nach den gleichen Untersuchungen im Mittel 0,1094 Grm. beträgt. Aus diesen Zahlen ergiebt sich, dass die Quantität der sogenannten freien Kohlensäure (0,0025 Grm. pro Liter) weniger als den zwanzigsten Theil beträgt von der Menge der halbgebundenen, als Bicarbonat vorhandenen, von den Pflanzen assimilirbaren Kohlensäure (0,0532 Grm. pro Liter). Die Resultate meiner Versuche führen fast genau zur gleichen Menge an halbgebundener Kohlensäure im Zürichseewasser (0,0528 Grm. pro Liter). Ein ähnliches Mengenverhältniss

---

[1]) S. Brehm, Thierleben. 5. Bd. S. 698.

[2]) Ibid.

[3]) Vgl. S. 24.

beider Formen der Kohlensäure weisen auch manche Flusswasser auf. C. Merz fand z. B. im Wasser des Mains bei Offenbach auf 0,06095 Grm. halbgebundene nur 0,00125 freie Kohlensäure (Jahresber. Chemie 1866 S. 987). Bei der kleinen Menge freier Kohlensäure, die sich im See- oder Flusswasser vorfindet, kommt für die Ernährung der Wasserpflanzen und damit indirekt der Wasserthiere so gut wie ausschliesslich die mit dem kohlensauren Kalk verbundene (sogen. halbgebundene) Kohlensäure in Betracht. Ganz analog scheint es sich, nach neueren Untersuchungen von Jacobsen und Tornöe, auch bezüglich der im Meerwasser vorhandenen Kohlensäure zu verhalten. (Jacobsen, Ueber die Luft des Meerwassers. Ann. der Chemie. Bd. 167 S. 33. Tornöe, Ber. der deutsch. chem. Ges. Bd. 12 [1879] S. 1473 u. 2018). Nach meinen Versuchen erforderten am 25. März 1880 100 Cc. Mittelmeerwasser, aus dem Golfe von Ajaccio, ca. 25 Cc. $^1/_{100}$ Normalsalzsäure zur Neutralisation, entsprechend 0,055 Gr. chemisch gebundener Kohlensäure pro Liter.

2) Vielleicht sind vorstehende Auseinandersetzungen einer praktischen Anwendung fähig. Fischbehälter, Teiche u. s. w., die, unter sonst günstigen Verhältnissen, in kalkarmem Gebiet angelegt, von kalkarmem Wasser gespeist werden, könnten durch Einführung von Kalksteinen in ihrem Ertrag eine Steigerung erfahren. Die vorhandene oder durch Wasserthiere erzeugte Kohlensäure wird dann länger zurückgehalten, den Wasserpflanzen zugänglicher gemacht. Die Bedingungen für die Entwicklung einer reicheren Wasserflora werden sich günstiger gestalten und mit letzterer den Fischen direkte oder indirekte Nahrung geschaffen.

3) Bei einem Eisengehalt des zu untersuchenden Wassers ist die geschilderte Methode etwas zu modificiren. Alizarin erzeugt nämlich mit dem Eisen eine dunkelviolette Verbindung, welche von der verdünnten Säure nicht mehr farblos gelöst wird. Man verfährt alsdann zweckmässig umgekehrt wie oben angegeben, d. h. man lässt in 100 Cubikcentimeter der mit Alizarin versetzten, siedenden $^1/_{100}$ Normalsäure so lange von dem zu untersuchenden Wasser aus einer Bürette einlaufen bis eben Neutralität eintritt. Letztere wird durch das Erscheinen einer violetten Färbung in der vorher farblosen Flüssigkeit leicht und sicher erkannt. Die erhaltenen Resultate sind zuverlässig; sie stimmen unter einander sehr gut überein.

4) Die Löslichkeit des kohlensauren Kalkes in reinem kohlensäurefreiem Wasser wird sehr verschieden angegeben. Abgesehen

von älteren Bestimmungen führe ich nur an, dass Fresenius (Ann. Ch. u. Ph. 1846 Bd. 59 S. 122) im Liter 0,0943 Grm., A. W. Hofmann 0,034, Weltzien und Cruse (Jahresber. Chem. 1865 S. 171) 0,036 Grm. fanden. Manche der früheren Bestimmungen sind offenbar deshalb zu hoch ausgefallen, weil man kohlensauren Kalk und Wasser längere Zeit mit Glas in Berührung liess und hiedurch zweifellos Bestandtheile des Glases mit in Lösung gingen. Eine neue von mir ausgeführte Löslichkeitsbestimmung ergab Zahlen, die in völligem Einklang mit den von Hofmann und Weltzien gefundenen stehen. Reiner isländischer Doppelspath wurde in Salzsäure gelöst, die Lösung mit Ammoncarbonat gefüllt und der Niederschlag sorgfältigst ausgewaschen. Dann kochte man denselben in einer Silberschale 2 bis 3 Stunden lang mit ganz reinem frisch destillirtem Wasser und liess 24 Stunden lang über Natronkalk stehen. 100 Cubikcentimeter der filtrirten Lösung brauchten a) 7,2 Cubikcentimeter, b) 7,2 Cubikcentimeter $^1/_{100}$ Normalsalzsäure, entsprechend 0,0360 Grm. kohlensauren Kalk pro Liter.

Universitätslaboratorium Zürich, 16. März 1880.

Nachträge.

Zu Seite 137. Für solche Fische, welche ihre Nahrung vorzugsweise oder doch zum Theil nicht aus dem Wasser, sondern z. B. aus der Luft beziehen, wird natürlich der Gehalt des Wassers an direkten und indirekten Nährstoffen und somit auch an doppelt kohlensaurem Kalk von geringerer Bedeutung sein. Es gilt diess besonders für die Bachforelle, welche bekanntlich eine besondere Vorliebe für Insekten hat — dieselben sogar im Fluge erhascht. Daher ist es auch ganz erklärlich, dass während einerseits kalkreiche Gewässer sich durch ihren Reichthum an Forellen auszeichnen (siehe S. 142), andrerseits auch relativ kalkarme Flüsse und Bäche wegen ihres Gehaltes an Forellen berühmt sind. So wurden mir die beiden corsischen Flüsse Gravona und Prunelli, welche in den Golf von Ajaccio münden, als besonders forellenreich bezeichnet; die Analyse (29. März 1880) ergab:

	100 Cc. brauchen 1/100 Norm. Säure	1 Liter enthält chem. gebundene Kohlensäure
Gravona (unterste Brücke)	3,6	0,00792
Prunelli (Mühle Ottavi)	3,7	0,00814

Beide Flüsse durchströmen ausschliesslich granitisches Gebiet; ihr Gehalt an Carbonat entspricht fast genau dem der Maggia (S. 155). — Der obere Weilbach im Taunus, bekannt wegen seiner zahlreichen Forellen, ist ebenfalls sehr arm an gelösten Stoffen. Eine ihm am 17. April 1880 entnommene Wasserprobe (100 cc.) erforderte nur 2,5 cc. 1/100 Norm. Säure zur Neutralisation, entsprechend 0,0055 grm. chem. gebund. Kohlensäure pro Liter. Es ist bemerkenswerth, dass in den eben erwähnten Gewässern nur Forellen in grösserer Zahl vorkommen, während, glaubwürdigen Angaben nach, andere Fische entweder ganz fehlen oder nur sehr vereinzelt sich zeigen. Ueberdiess hebt bereits v. Siebold[1]) hervor, «dass in den kleinen nahrungsarmen Gebirgsbächen die Bachforelle kaum das Gewicht von 1—1½ Pfund erreicht, während sie in Seen und Teichen sogar ein Gewicht von 15—20 Pfund annehmen kann».

Zu Seite 145. Zürichsee. (Fortsetzung).

	Datum der Wasserentnahme 1880	Ort	100 Cc. Wasser erfordern Cc. 1/100 Norm. Säure
18)	April 22.	Limmat	24,1
19)	» 26.	»	24,1
20)	Mai 3.	»	24,2
21)	» 11.	»	24,3
22)	» 19.	»	24,3
23)	» 29.	»	24,6
24)	Juni 10.	»	24,7

[1]) Die Süsswasserfische von Mitteleuropa Leipzig 1863, S. 322.

Zu Seite 152.

	Datum. 1880.	Cc. Normalsäure pro 100 Cc. Wasser.	Gramm chem. geb. Kohlensäure pro Liter.
Vereinigter Rhein bei Reichenau	April 12.	26,0	0,0572

Zu Seite 158. Anmerkung 1). Genauere Bestimmungen der Alkalinität des Meerwassers ergaben für Proben: aus dem Golf von Ajaccio, 6. April (I.); 15. Mai (II.); nahe der Insel Sainte-Marguerite bei Cannes Mai 1880 (III.) auf je 100 cc. eine Quantität von

I.	II.	III.
25,5	25,6	25,5

Cubiccentimetern $^1/_{100}$ Normal Salzsäure, entsprechend 0,0561 grm. chemisch gebundener Kohlensäure pro Liter. Das Meerwasser reagirt entschieden alkalisch, färbt Alizarinlösung intensiv violett; die Endreaktion bei der Titration von Meerwasser ist indessen nicht so scharf wie bei derjenigen des sog. Süsswassers, ihr Erkennen fordert daher mehr Uebung. — Tornoë*) hat, gelegentlich der norwegischen Nordpolexpedition, in einem Liter Meerwasser 0,0514 bis 0,0554 grm. neutral (chemisch) gebundener Kohlensäure gefunden, Zahlen, die in Berücksichtigung des überhaupt grösseren Salzgehaltes des Mittelmeeres, sehr gut mit den von mir gefundenen übereinstimmen; während diess bezüglich früherer, unter einander sehr abweichender Angaben nicht der Fall ist. So fand Vierthaler im Wasser des adriatischen Meeres 0,315 grm. kohlensauren Kalk, entsprechend — unter Vernachlässigung anderer Carbonate — mindestens 0,138 grm. chemisch (neutral) gebundener Kohlensäure pro Liter. Ich zweifle sehr, ob letztere Zahl nicht zu hoch ist. —

*) Ber. der d. chem. Ges. 1879. S. 2018.

Die Beziehung zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle.

Von

H. F. Weber in Zürich.

(Dieser Auszug einer grösseren Abhandlung wurde von Hrn. Helmholtz der k. Academie der Wissenschaften zu Berlin am 27. Mai vorgelegt.)

---

1. Forbes[1]) hat im Jahre 1831 zuerst bemerkt, dass die Reihenfolge nach welcher sich die Metalle bezüglich der Höhe ihres electrischen Leitungsvermögens ordnen lassen nahezu vollständig mit der Reihenfolge übereinstimmt in welcher die Metalle in Betreff der Güte ihres Wärmeleitungsvermögens auf einander folgen.

Mehr als zwanzig Jahre später haben die HH. Wiedemann und Franz[2]) in einer umfangreichen Arbeit die relativen Wärmeleitungsvermögen von neun Metallen mit möglichster Sorgfalt gemessen und die gefundenen Werthe mit den für dieselben Metalle von anderen Physikern ermittelten relativen Werthen des electrischen Leitungsvermögens verglichen. Sie fanden dass der Quotient aus dem relativ gemessenen electrischen Leitungsvermögen in das relativ gemessene Wärmeleitungsvermögen für alle die untersuchten Metalle fast genau der gleiche ist, dass also die von Forbes bemerkte Beziehung in der That zutrifft.

Auch Hr. F. E. Neumann[3]) kam bei seinen absoluten Messungen des Wärmeleitungsvermögens, die er in den

---

[1]) Philosoph. Magazine, Vol. IV. (1834) p. 15.

[2]) Pogg. Annalen, Bd. 89, (1853) p. 530.

[3]) Annales de Chimie et de Physique, T. 66, III. Sér. (1863) p. 185.

Jahren 1860 bis 1863 für die Metalle Kupfer, Messing, Zink, Neusilber und Eisen ausführte, zu dem Schluss, dass der Quotient aus dem electrischen Leitungsvermögen in das Wärmeleitungsvermögen nahezu constant ist; die Werthe dieses Quotienten betrugen für die genannten Metalle 17.6, 19.8, 17.1, 19.9 und 18.9. Die vorhandenen kleinen Schwankungen dieses Quotienten glaubte Hr. Neumann auf Rechnung des Umstandes setzen zu müssen, dass die Temperaturen, aus welchen die Wärmeleitungsvermögen berechnet wurden, nicht für alle untersuchten Metalle genau die gleichen waren.

In einer viel strengeren, einwurfsfreieren Weise als die bisher angeführten Untersuchungen die Beziehung zwischen dem thermischen und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle untersucht hatten, prüfte Hr. R. Lenz[1]) im Jahre 1869 die Gültigkeit dieser Beziehung von neuem. Seine Untersuchungen bezogen sich auf die Metalle Kupfer, Messing, Neusilber und Eisen und führten ihn zu dem Resultat, dass der Quotient aus dem electrischen Leitungsvermögen in das Wärmeleitungsvermögen für die verschiedensten Metalle vollkommen derselbe ist.

Seitdem wurde die Proportionalität der Leitungsvermögen der Metalle für Wärme und Electricität allgemein angenommen.

Dieses Resultat der besprochenen Experimentaluntersuchungen befindet sich indess mit unseren bisherigen Vorstellungen über den Process der Wärmeleitung in ponderablen Substanzen in vollkommenem Widerspruch. Nach diesen Vorstellungen steht die Wärmemenge, die im Inneren einer Substanz auf dem Wege der Wärmeleitung von

---

[1]) Bull. de l'Académie de St. Petersbourg, T. XV, p. 54—59 (1870).

Schicht zu Schicht übertragen wird, in dem engsten Zusammenhange mit der specifischen Wärme der Volumeneinheit. Für die Gase ist dieser Zusammenhang sowohl von theoretischer als auch von experimenteller Seite schon seit einigen Jahren festgestellt, und für die tropfbaren Flüssigkeiten habe ich ihn in einer kürzlich publicirten ausführlichen Experimentaluntersuchung klar zu legen gesucht. Wäre für die metallischen Wärmeleiter keine solche Abhängigkeit des Wärmeleitungsvermögens von der specifischen Wärme der Volumeneinheit vorhanden, so würde der Process der Wärmeleitung in Metallen mit einer von Schicht zu Schicht erfolgenden Uebertragung der lebendigen Kraft der ponderablen Massentheile nichts zu thun haben und es wäre die Wärmeleitung in Metallen ein vorläufig völlig räthselhafter Vorgang.

Eine nähere Durchsicht der Versuche, auf welche sich die obige Annahme stützt, drängte mir aber die Ueberzeugung auf, dass die behauptete Constanz des Quotienten aus dem electrischen Leitungsvermögen in das Wärmeleitungsvermögen der Metalle auf höchst unsicherem Boden ruht. Diese Behauptung stützt sich theils auf Versuchsresultate, die mit Hülfe der von Fourier in die Theorie der Wärmeleitung eingeführten, aber nur sehr näherungsweise zutreffenden Prämissen aus den Beobachtungen abgeleitet worden sind und welche daher unmöglich völlig exact sein können — dahin gehören die Untersuchungen der HH. Wiedemann und Franz und die Messungen des Hrn. F. E. Neumann —, theils beruht diese Behauptung auf Versuchsergebnissen, die zwar aus exacten Voraussetzungen abgeleitet wurden, die sich aber nur auf einige wenige Metalle beziehen, welche fast genau dieselbe specifische Wärme der Volumeneinheit haben, so dass aus

ihnen gar nichts über die etwa bestehende Abhängigkeit des Wärmeleitungsvermögens von der specifischen Wärme der Volumeneinheit gefolgert werden kann — dahin gehören die Untersuchungen, welche Hr. R. Lenz ausgeführt hat.

Ich habe es desswegen für nöthig erachtet, neue messende Versuche zur Aufklärung der Beziehung zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem electrischen Leitungsvermögen der Metalle anzustellen. Um möglichst fehlerfreie Aufschlüsse in dieser Richtung zu erhalten, habe ich die beiden Leitungsvermögen in absolutem Maasse bestimmt und die Theorie der zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit benutzten Methode in voller Strenge und auf Grund von Prämissen entwickelt, die mit der Erfahrung in vollkommenem Einklang stehen; endlich habe ich die beiden Leitungsvermögen an genau demselben Metallstück gemessen, so dass sich die gefundenen Leitungsvermögen eines Metalles für Wärme und Electricität auf vollkommen identische Substanz beziehen. Letzteres war zur Erlangung sicherer Resultate unumgänglich nothwendig, da ja bekanntlich sowohl das Wärmeleitungsvermögen, als auch das electrische Leitungsvermögen desselben Metalles von Varietät zu Varietät in der allererheblichsten Weise variirt.

2. Zur Messung der absoluten Wärmeleitungsfähigkeit habe ich für die meisten der untersuchten Metalle die Abkühlung eines **Ringes** in einem Raume von constanter Temperatur benutzt. Zur Berechnung dieser Abkühlung habe ich an Stelle der von Fourier in die Theorie der Wärmeleitung eingeführten, aber der Erfahrung widerstreitenden Prämissen — nach welchen die specifische Wärme der Volumeneinheit, das innere und das äussere Wärmeleitungsvermögen Constante sind — die allgemeinere und mit der Erfahrung in vollkommenem Einklange

stehende Voraussetzung eingeführt, dass diese drei den Process der Wärmeleitung bestimmende Elemente lineare Functionen der Temperatur sind. Die auf Grund dieser Voraussetzung entwickelte Theorie der Wärmeleitung im Ring schliesst demnach das schon von Fourier behandelte Problem der Wärmeleitung im Ring als speciellen Fall ein.

Der metallene Ring dessen Wärmeleitungsfähigkeit gemessen werden sollte, wurde in einen Raum mit der constanten Temperatur u_a gebracht und in einem seiner (überall gleichen) Querschnitte dauernd so lange auf die hohe Temperatur U erwärmt, bis die Temperaturvertheilung im ganzen Ringe eine stationäre geworden war. Hierauf wurde die Heizung unterbrochen und die nun erfolgende Abkühlung wurde messend verfolgt. Aus dem beobachteten zeitlichen Verlaufe der Abkühlung lassen sich die Werthe des inneren und äusseren Wärmeleitungsvermögens der Ringsubstanz und deren Veränderlichkeit mit steigender Temperatur bestimmen.

Der Halbmesser der Ringmittellinie sei r; p sei der Umfang und q sei die Fläche des überall gleichen Ringquerschnittes. Von diesen drei Grössen darf angenommen werden, dass sie unveränderlich mit der Temperatur sind, da die thermischen Ausdehnungscoefficienten der Metalle sehr kleine Grössen sind gegenüber den Temperaturcoefficienten der specifischen Wärme, des inneren und des äusseren Wärmeleitungsvermögens. Es werde angenommen: für die Temperatur u sei die specifische Wärme der Volumeneinheit

$$c = c_0 + c_1 \;.\; u$$

und das innere Wärmeleitungsvermögen

$$k = k_0 - k_1 \;.\; u$$

Dieses sind Annahmen, die für alle bis jetzt von mir untersuchten festen Metalle zutreffen. Bezüglich des äusseren

Wärmeleitungsvermögens soll die Voraussetzung gemacht werden, dass das Oberflächenelement dS, welches zur Zeit t die Temperatur u besitzt während des Zeitelementes dt an eine kühlere Umgebung von der constanten Temperatur u_a die Wärmemenge

$$\{ h_0 \, (u - u_a) + h_1 \, (u - u_a)^2 \} \, dS \, . \, dt$$

abgiebt. Dieses für den Vorgang der äusseren Wärmeleitung zu Grunde gelegte Elementargesetz wurde in jeder ausgeführten Versuchsreihe auf seine Richtigkeit geprüft und wurde stets als in vollkommenstem Einklang mit der Erfahrung stehend befunden.

Auf Grund dieser verallgemeinerten Fourier'schen Prämissen lässt sich zunächst die partielle Differentialgleichung angeben, welcher die Temperatur in jedem Volumenelemente des Ringes und in jedem Zeitmomente genügen muss. Der Einfachheit der Rechnung halber möge angenommen werden: die Querschnittsdimensionen des Ringes seien so gewählt, dass die Temperaturen aller Massenpuncte je eines Querschnittes in jedem Zeitelemente gleich seien, dass also die Bewegung der Wärme im Ring nur eine lineare, in Richtung der Mittellinie der Ringquerschnitte erfolgende sei. Durch Rechnung lässt sich mit voller Strenge ermitteln, wie gross die Querschnittsdimensionen des Ringes gewählt werden dürfen, damit die grösste in einem Ringquerschnitt vorkommende Temperaturdifferenz einen festgesetzten kleinen Betrag nicht überschreiten soll. Ich habe die Querschnittsdimensionen der untersuchten Metallringe stets so gewählt, dass die grösste in einem Querschnitt vorkommende Temperaturdifferenz kleiner ausfiel, als der 500. Theil der mittleren Temperatur dieses Querschnittes [1]. Nehmen wir

---

[1]) Bisher war unter den Experimentatoren auf dem Gebiete der

die Mittellinie der aufeinanderfolgenden Ringquerschnitte als die Abscissenaxe der x an, so hat die Temperatur u in jedem Ringelement und in jedem Zeitmoment t die partielle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$c_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{c_1}{2} \frac{\partial (u^2)}{\partial t} - k_0 \frac{\partial^2 (u)}{\partial x^2} + \frac{k_1}{2} \frac{\partial^2 (u^2)}{\partial x^2} + \frac{h_0 p}{q} (u - u_a) + \\ + \frac{h_1 p}{q} (u - u_a)^2 = 0$$

oder, falls $u - u_a$ mit v bezeichnet und

$$\left. \begin{array}{l} c_0 + c_1 \,.\, u_a = c_a \\ k_0 - k_1 \,.\, u_a = k_a \end{array} \right\} \text{gesetzt wird,}$$

der folgenden partiellen Differentialgleichung Genüge zu leisten:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_a} \frac{\partial (v^2)}{\partial t} - \frac{k_a}{c_a} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{k_1}{c_a} \frac{\partial^2 (v^2)}{\partial x^2} + \frac{h_0 p}{c_a q} \,.\, v + \frac{h_1 p}{c_a q} \,.\, v^2 = 0 \quad (1)$$

Der durch den Nullpunct der Abscissenaxe gehende Ringquerschnitt möge derjenige sein, welcher bis zu dem Ein-

Wärmeleitung allgemein die Ansicht verbreitet, dass die Querschnitte von Stäben, deren Wärmeleitungsfähigkeit nach den bisher üblichen Methoden bestimmt werden sollte, ausserordentlich klein sein müssten, kleine Bruchtheile eines Quadratcentimeters betragen müssten, damit die Wärmebewegung als eine lineare betrachtet werden dürfe. Diese Auffassung beruht auf einem Irrthum. Aus den Principien der Theorie der Wärmeleitung lässt sich folgern, dass z. B. ein einseitig erwärmter Kupferstab einen Querschnitt von circa 10 cm. Höhe und circa 10 cm. Breite haben darf, ohne dass die grösste, in je einem Querschnitt vorkommende Temperaturdifferenz den 1000. Theil der mittleren Temperatur dieses Querschnittes übersteigt. Für eine andere Substanz mit kleinerem Leitungsvermögen müsste man zur Erreichung derselben näherungsweisen Gleichheit der Temperatur in allen Puncten eines Stabquerschnittes die angegebenen Querschnittsdimensionen im Verhältniss der kleineren Leitungsfähigkeit der Substanz zu der des Kupfers verkleinern.

tritt des stationären Temperaturzustandes auf die Temperatur U erwärmt wurde. Die eine Bedingung, welcher die Lösung der Differentialgleichung (1) zu genügen hat, ist dann die folgende:

$$\left.\begin{array}{l}\text{in jedem Zeitmomente ist}\\ \qquad v_{x=+x} = v_{x=-x}\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Eine weitere Bedingung, welche die Lösung v der obigen Differentialgleichung zu erfüllen hat, fliesst aus der Ringgestalt:

$$\left.\begin{array}{l}\text{in jedem Zeitmomente muss}\\ \qquad v_{x=x} = v_{x=x+2r\pi} \quad \text{sein}\end{array}\right\} \quad \ldots \quad (3)$$

Die Anfangsbedingung endlich, welcher v zu genügen hat, ist: es muss für $t = 0$ v denjenigen Werth v_0 haben, welcher der stationären Temperaturvertheilung entspricht. Diese stationäre Temperaturvertheilung wäre zunächst anzugeben. Sie ist, wie aus (1) hervorgeht, durch die Differentialgleichung bestimmt:

$$\frac{d^2 v_0}{dx^2} - \frac{1}{2}\frac{k_1}{k_a}\frac{d^2(v_0{}^2)}{dx^2} - \frac{h_0 p}{k_a q} \cdot v_0 - \frac{h_1 p}{k_a q} v_0{}^2 = 0 \, ,$$

deren angenäherte Lösung (in welcher schon die Glieder mit den Quadraten und Producten der sehr kleinen Coefficienten $\frac{h_1}{h_0}$ und $\frac{k_1}{k_a}$ fortgelassen sind) ist:

$$v_0 = Me^{-\lambda x} + Ne^{+\lambda x} + \frac{1}{3} M^2 \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) e^{-2\lambda x} +$$
$$+ \frac{1}{3} N^2 \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) e^{+2\lambda x} - \frac{2h_1}{h_0} . M . N \quad \ldots \quad (4)$$

$$[\lambda^2 = \frac{h_0 \cdot p}{k_a \cdot q} \text{ gesetzt}]$$

Die Constanten M und N sind durch die beiden für $x = 0$ und für $x = r\pi$ gültigen Bedingungsgleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} U - u_a &= M + N + \tfrac{1}{3} M^2 \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) + \tfrac{1}{3}\left(N^2 \frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) - \frac{2h_1}{h_0} . M . N \\ 0 &= -Me^{-\lambda r\pi} + Ne^{+\lambda r\pi} - \tfrac{2}{3} M^2 \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) e^{-2\lambda r\pi} + \\ &\quad + \tfrac{2}{3} N^2 \left(\frac{h_1}{h_0} + \frac{2k_1}{k_a}\right) e^{+2\lambda r\pi} \end{aligned}\right\}$$

von denen die letztere sagt, dass in dem der Heizstelle $x = 0$ diametral gegenüberliegenden Querschnitt $\frac{dv_0}{dx}$ in jedem Momente gleich Null sein muss.

Die allgemeinste Lösung welche die Differentialgleichung (1) erfüllt und zu gleicher Zeit den Bedingungsgleichungen (2) und (3) genügt, lässt sich mit beliebiger Annäherung ermitteln. Wird die Annäherung nur so weit getrieben, dass schon die Glieder mit den Quadraten und Producten der sehr kleinen Coefficienten $\frac{h_1}{h_0}$, $\frac{k_1}{k_a}$ und $\frac{c_1}{c_a}$ vernachlässigt werden, so ist diese allgemeinste Lösung, welche die Gleichungen (1) bis (3) erfüllt, die folgende:

$$\begin{aligned} v = {} & A_0 . e^{-\frac{h_0 p}{c_a q} . t} + A_0^2 \left(\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a}\right) \cdot e^{-\frac{2h_0 p}{c_a . q} . t} \\ & + A_1 \cos\left(\frac{x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a} \cdot \frac{1}{r^2}\right) . t} + \\ & \quad + 2A_0 A_1 \left\{\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a} - \frac{k_a q}{2h_0 p} \frac{1}{r^2}\left(\frac{k_1}{k_a} + \frac{c_1}{c_a}\right)\right\} \cos\left(\frac{x}{r}\right) . e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t} \\ & + A_2 \cos\left(\frac{2x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{4k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t} + \\ & \quad + A_1^2 \frac{\left\{\frac{h_1}{k_a} \cdot \frac{p}{q} - \frac{h_0}{k_a}\frac{c_1}{c_a}\frac{p}{q} - \frac{c_1}{c_a}\frac{1}{r^2}\right\}}{2\left(\frac{h_0}{k_a} \cdot \frac{p}{q} + \frac{2}{r^2}\right)} \cdot e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{2k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t} \end{aligned}$$

$$+ A_1^2 \frac{\left\{\frac{h_1}{k_a} \cdot \frac{p}{q} - \frac{h_0}{k_a}\frac{c_1}{c_a}\frac{p}{q} - \frac{1}{r^2}\left(\frac{c_1}{c_a} - \frac{2k_1}{k_a}\right)\right\}}{2\left(\frac{h_0}{k_a} \cdot \frac{p}{q} - \frac{2}{r^2}\right)} \cdot \cos\left(\frac{2x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{2k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t}$$

$$+ 2A_0A_2\left\{\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a} - \frac{2k_a q}{h_0 p r^2}\left(\frac{c_1}{c_a} + \frac{k_1}{k_a}\right)\right\} \cdot \cos\left(\frac{2x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{4k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t}$$

$$+2A_1A_2\left\{\left(\frac{h_1}{k_a}\frac{p}{q} - \frac{9}{2}\frac{k_1}{k_a}\frac{1}{r^2} - \frac{c_1}{c_a}\frac{h_0 p}{k_a q} - \frac{5}{2}\frac{c_1}{c_a}\frac{1}{r^2}\right)\cos\left(\frac{3x}{r}\right) + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{h_1 p}{k_a q} - \frac{1}{2}\frac{k_1}{k_a}\frac{1}{r^2} - \frac{c_1}{c_a}\frac{h_0 p}{k_a q} - \frac{5}{2}\frac{c_1}{c_a}\frac{1}{r^2}\right)\cos\left(\frac{x}{r}\right)\right\} \cdot e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{5k_a}{c_a r^2}\right) \cdot t}$$

$$+ A_3 \cdot \cos\left(\frac{3x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{9k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t}$$

$$+ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

Werden die Constanten $A_0, A_1, A_2, A_3, \ldots$ so bestimmt, dass die Anfangsbedingung:

$$\text{für } t = 0 \text{ ist } v = v_0$$

erfüllt wird, so befriedigt die angegebene Lösung alle vorgeschriebenen Bedingungen. Auf diese Constantenbestimmung soll hier nicht näher eingegangen werden; es genügt hier die Bemerkung, dass A_n mit wachsender Indexzahl rasch an Grösse abnimmt.

Von diesem allgemeinen Temperaturausdruck bleiben schon nach kurzer Zeit seit Beginn der Abkühlung des Ringes nur die ersten Glieder bestehen; von diesen können alle Terme mit dem Factor $\cos\left(\frac{2x}{r}\right)$ gleich Null gemacht werden, wenn die Abkühlung des Ringes in den Abcissen-

orten $x = \frac{2r\pi}{8}$ und $x = 5 \cdot \frac{2r\pi}{8}$ beobachtet wird. Von den allerersten Zeitmomenten seit Beginn der Abkühlung abgesehen ist also der Ausdruck des Ueberschusses der Ringtemperatur in x über die Temperatur der Umgebung zur Zeit t:

$$v = A_0 \cdot e^{-\frac{h_0 p}{c_a q} \cdot t} + A_0^2 \left(\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a}\right) \cdot e^{-\frac{2h_0 p}{c_a q} \cdot t}$$

$$+ A_1 \cdot \cos\left(\frac{x}{r}\right) \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t} +$$

$$+ 2A_0A_1\left\{\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a} - \frac{k_a \cdot q}{2h_0 p}\frac{1}{r^2}\left(\frac{k_1}{k_a} + \frac{c_1}{c_a}\right)\right\} . \cos\left(\frac{x}{r}\right) . e^{-\left(\frac{2h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) . t}$$

Die halbe Summe der in den Ringquerschnitten $x = \frac{2r\pi}{8}$ und $x = 5 \cdot \frac{2r\pi}{8}$ stattfindenden Temperaturüberschüsse beträgt demnach nach Ablauf einer gewissen Zeit:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \Sigma = A_0 \cdot e^{-\frac{h_0 p}{c_a q} \cdot t}\left\{1 + A_0 \left(\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a}\right) \cdot e^{-\frac{h_0 p}{c_a q} \cdot t}\right\}$$

Durch Beobachtung des zeitlichen Verlaufes dieser halben Summe lässt sich erstens der Werth $\frac{h_0 p}{c_a q}$ und zweitens der Coefficient $\left(\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a}\right)$ bestimmen; daraus sind durch Bestimmung der specifischen Wärme und durch Ausmessung der Grössen p und q die absoluten Werthe von h_0 und h_1 ableitbar.

Als allgemeines Resultat hat sich bei der Ausführung der Beobachtungen ergeben, dass h_0 und

h_1 für alle untersuchten Metalle für gleiche Form und gleiche Dimensionen die gleichen Werthe besitzen.

Die halbe Differenz der in den Ringquerschnitten $x = \frac{2r\pi}{8}$ und $x = 5 \cdot \frac{2r\pi}{8}$ vorkommenden Temperaturüberschüsse beträgt:

$$\frac{v_1 - v_2}{2} = \varDelta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_1 \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t} +$$

$$+ \sqrt{2} A_0 \cdot A_1 \left\{\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a} - \frac{k_a q}{2 h_0 p}\frac{1}{r^2}\left(\frac{k_1}{k_a} + \frac{c_1}{c_a}\right)\right\} \cdot e^{-\left(\frac{2 h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t}$$

Der kleine Werth des zweiten Gliedes dieses Ausdrucks wurde nach vorhergegangener Messung des Coefficienten $\left(\frac{h_1}{h_0} - \frac{c_1}{c_a}\right)$ und nach vorhergegangener approximativer Messung von $\left(\frac{k_1}{k_a} + \frac{c_1}{c_a}\right)$ durch passende Wahl der Grössen, r, p und q verschwindend klein gemacht. So blieb:

$$\varDelta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_1 \cdot e^{-\left(\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}\right) \cdot t}$$

Durch die Ermittlung des zeitlichen Verlaufes dieser halben Temperaturdifferenz liess sich die Summe

$$\frac{h_0 p}{c_a q} + \frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}$$

finden und hieraus liess sich mit Hülfe des oben für $\frac{h_0 p}{c_a q}$ gefundenen Werthes auch die Grösse $\frac{k_a}{c_a}\frac{1}{r^2}$, und daraus k_a bestimmen.

Wurde eine zweite Beobachtungsreihe für die äussere Temperatur $u_a = 0°$ unternommen, so gestattete diese den

Werth von k_0 abzuleiten. Aus der Combination der beiden Beobachtungsreihen liess sich sodann auch die Grösse k_1 ermitteln.

Ich führe in diesem Auszuge nur diejenigen absoluten Werthe des Wärmeleitungsvermögens k an, die ich für die Temperatur 0° erhalten habe. Werden Gramm, Centimeter, Secunde und 1° C. als Einheiten zu Grunde gelegt, so sind die für 0° gefundenen Wärmeleitungsvermögen für:

	k_0
Kupfer [1]	0.8190
Silber [2]	1.0960
Cadmium [3]	0.2213
Zink [4]	0.3056
Messing [5]	0.1500
Zinn [6]	0.1446

3. Für dieselben unveränderten Ringe wurde ferner der absolute Werth des electrischen Leitungsvermögens nach electromagnetischem Maasse mittelst der electromagnetischen Dämpfung bestimmt.

Der Ring, dessen electrisches Leitungsvermögen gemessen werden sollte, wurde auf einen Holzrahmen so aufgesetzt, dass die Ebene seiner Mittellinie vertical und parallel dem magnetischen Meridian stund. In unmittelbarer Nähe des Ringes hing ein kräftiger Magnet; seine Mitte lag auf der Ringaxe und stand von der Mittelebene des Ringes nur um die kleine Länge d ab. Die Länge des Magnets war so klein gewählt, dass die fünften und höheren Potenzen des Quotienten aus dem Ringhalbmesser

[1] Käufliches Kupfer.
[2] Chemisch rein.
[3] Chemisch rein.
[4] Chemisch rein.
[5] Käufliches Messing.
[6] Chemisch rein.

r in die halbe Länge des Magnets als verschwindend klein gegen 1 betrachtet werden konnten, dass also der Magnet durch ein System zweier einfacher magnetischer Massenpuncte im Abstande $2l$ ersetzt werden durfte.

Bedeuten λ_1 und T_1 logarithmisches Decrement und Schwingungsdauer des Magnets für den Fall, dass die dämpfende Wirkung des Metallringes nicht vorhanden ist,

bedeuten λ_2 und T_2 die Werthe, welche logarithmisches Decrement und Schwingungsdauer unter der dämpfenden Einwirkung des Ringes annehmen, stellt M das magnetische Moment, Q das Trägheitsmoment des schwingenden Magnets und S die Grösse

$$S = \frac{2\pi r^2}{\sqrt{r^2 + d^2}^3} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{l^2 (r^2 - 4 d^2)}{(r^2 + d^2)^2} \right\}$$

dar, so ist der gesammte electrische Widerstand des Ringes in absolutem electromagnetischem Maasse:

$$W = \frac{M^2 \cdot S^2 \cdot T_1}{2 Q \left\{ \lambda_2 \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\pi^2 + \lambda_2^2}} - \lambda_1 \right\}}$$

oder

$$= S^2 \cdot \frac{M}{H} \cdot \frac{1}{2T_1 (1 + \Theta)} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\lambda_2 \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\pi^2 + \lambda_2^2}} - \lambda_1}$$

wo H die am Beobachtungsort stattfindende horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft und Θ das Verhältniss aus der Torsionsconstante des den Magneten tragenden Fadens zum Producte $M . H$ bedeutet.

Verstehen wir nun unter der specifischen electrischen Leitungsfähigkeit $\varkappa$ der Ringsubstanz das Leitungsvermögen eines aus dieser Substanz geformten Würfels von der Kantenlänge 1, so erhalten wir für diese Grösse aus dem

soeben angegebenen Werthe des gesammten Widerstandes W den folgenden Ausdruck:

$$\varkappa = \frac{2r\pi}{q \cdot S^2} \cdot \frac{H}{M} \cdot \frac{2T_1(1+\Theta)}{\pi^2 + \lambda_1^2}\left(\cdot \lambda_2 \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_1^2}{\pi^2 + \lambda_2^2}} - \lambda_1 \right)$$

Die Grössen $\frac{M}{H}$, l und Θ wurden zu Anfang und am Ende einer jeden Versuchsreihe nach den von Gauss eingeführten Verfahrungsweisen ermittelt; Schwingungsdauer und logarithmisches Decrement wurden ebenfalls nach den von Gauss gegebenen Vorschriften beobachtet. Eine jede der in den Ausdruck für $\varkappa$ eingehenden Grössen konnte so genau gemessen werden, dass der gesammte für $\varkappa$ resultirende Fehler den Werth $^1/_2$% unmöglich übersteigen konnte.

Nach diesem Verfahren habe ich für die oben genannten sechs Metallringe die specifische electrische Leitungsfähigkeit für zwei verschiedene Temperaturen gemessen und daraus ihre Werthe für die Temperatur 0° und die Coefficienten α ihrer Abnahme für 1° Temperatursteigung nach der üblichen Formel berechnet:

$$\varkappa = \varkappa_0 \left\{ 1 - \alpha \cdot u \right\}$$

Die für 0° gefundenen specifischen electrischen Leitungsvermögen dieser sechs Metalle sind wenn Centimeter und Secunde als Maasseinheiten zu Grunde gelegt werden:

	$\varkappa_0$
Kupfer	40.81×10^{-5}
Silber	65.87×10^{-5}
Cadmium	14.61×10^{-5}
Zink	17.43×10^{-5}
Messing	7.62×10^{-5}
Zinn	10.34×10^{-5}

4. Der Quotient aus dem electrischen Leitungsvermögen bei 0° in das Wärmeleitungsvermögen bei 0° ist demnach:

	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$
für Kupfer	$0.2007 \times 10^{+4}$
für Silber	$0.1664 \times 10^{+4}$
für Cadmium	$0.1515 \times 10^{+4}$
für Zink	$0.1753 \times 10^{+4}$
für Messing	$0.1968 \times 10^{+4}$
für Zinn	$0.1398 \times 10^{+4}$

Dieser Quotient ist also von Metall zu Metall variabel; die von Forbes und Wiedemann und Franz wahrscheinlich gemachte und von F. E. Neumann und R. Lenz behauptete Constanz dieses Quotienten ist nicht vorhanden. Da ich die electrische Leitungsfähigkeit bis auf die Genauigkeit von $^1/_2$ % zu bestimmen vermochte, da die zur Bestimmung des Wärmeleitungsvermögens benutzte Methode kaum einen Fehler von 1 % liefern konnte, da ferner die Messung beider Leitungsvermögen immer an genau demselben Ringe vollzogen wurde, der dabei keinerlei Abänderung, weder in materieller noch in formeller Richtung, unterworfen wurde, halte ich dieses Ergebniss für völlig begründet.

Eine aufmerksame Durchmusterung der erhaltenen Quotienten der beiden Leitungsvermögen lehrt aber, dass dieselben in engster Abhängigkeit von der specifischen Wärme der Volumeneinheit stehen. Dieses tritt sofort aus der folgenden Tabelle hervor, in welcher diese sechs Metalle nach der Grösse der specifischen Wärme der Volumeneinheit c_0 geordnet sind:

	c_0	k_0	$\varkappa_0$	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$
Kupfer	0.827	0.8190	40.81×10^{-5}	$0.2007 \times 10^{+4}$
Messing	0.791	0.1500	7.62×10^{-5}	$0.1968 \times 10^{+4}$
Zink	0.662	0.3056	17.43×10^{-5}	$0.1753 \times 10^{+4}$
Silber	0.573	1.0960	65.87×10^{-5}	$0.1664 \times 10^{+4}$
Cadmium	0.475	0.2213	14.61×10^{-5}	$0.1515 \times 10^{+4}$
Zinn	0.380	0.1446	10.34×10^{-5}	$0.1398 \times 10^{+4}$

Mit abnehmender specifischer Wärme der Volumeneinheit nimmt auch der Quotient $\frac{k_0}{\varkappa_0}$ in der regelmässigsten Weise ab. Eine nähere Vergleichung der Zahlen zeigt, dass die Variationen des Quotienten $\frac{k_0}{\varkappa_0}$ den Variationen der specifischen Wärme der Volumeneinheit proportional sind.

Setzt man

$$\frac{k_0}{\varkappa_0} = a + b \cdot c_0$$

und bestimmt die beiden Grössen a und b aus den Beobachtungen, die an den beiden Metallen mit den extremsten Werthen von c_0, an Kupfer und Zinn, ausgeführt wurden, so erhält man für a den Werth $0.0880 \times 10^{+4}$ und für b den Werth $0.1365 \times 10^{+4}$. Die mit Hülfe dieser Werthe für die übrigen vier Metalle berechneten Quotienten $\frac{k_0}{\varkappa_0}$ sind:

	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$ (berechnet)	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$ (beobachtet)
Messing	$0,1960 \times 10^{+4}$	$0.1968 \times 10^{+4}$
Zink	$0.1784 \times 10^{+4}$	$0.1753 \times 10^{+4}$
Silber	$0.1664 \times 10^{+4}$	$0,1662 \times 10^{+4}$
Cadmium	$0.1528 \times 10^{+4}$	$0.1515 \times 10^{+4}$

Der in diesen Zahlen sich aussprechende, verhältnissmässig hohe Grad von Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werthen des Quotienten $\frac{k_0}{\varkappa_0}$ lässt es wohl als höchst wahrscheinlich erscheinen, dass die Beziehung

$$k_0 = \varkappa_0 \left\{ a + b \cdot c_0 \right\}$$

Ausdruck der Wirklichkeit ist.

5. Nach dem in (2) beschriebenen Verfahren zur Bestimmung der absoluten Wärmeleitungsfähigkeit können nur für verhältnissmässig gute Wärmeleiter ganz sichere Resultate gewonnen werden. Für schlechtere Wärmeleiter, wie Blei, Wismuth u. A. wird der Einfluss der äusseren Wärmeleitung auf den zeitlichen Verlauf der Differenz der Temperaturen je zweier diametral gegenüberliegender Ringstellen ein viel zu grosser, als dass die Grösse des inneren Wärmeleitungsvermögens ganz sicher ermittelt werden könnte, weil jeder kleine, in der Ermittlung des äusseren Wärmeleitungsvermögens begangene Fehler den aus den Beobachtungen berechneten Werth des inneren Wärmeleitungsvermögens ganz erheblich fälscht. Die soeben constatirte Beziehung zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem electrischen Leitungsvermögen liess es aber als wünschenswerth erscheinen, auch die schlechter leitenden Metalle auf das Verhältniss ihrer beiden Leitungsvermögen zu untersuchen.

Ich habe desswegen zur Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens schlechter metallischer Leiter ein anderes Verfahren benutzt, das dem Verfahren nachgebildet ist, mittelst dessen ich im vorigen Jahre das absolute Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten bestimmt habe.

Die nach diesem Verfahren auf das Wärmeleitungsvermögen zu untersuchende Substanz hat die Form eines flachen Kreis-Cylinders. Ursprünglich besitzen alle Massenpuncte des Cylinders die gleiche Temperatur u_0 (etwa die gerade vorhandene Zimmertemperatur); von einem bestimmten Zeitmomente an, der als Moment Null genommen werden soll, wird die Mantelfläche dieses Cylinders und die nächste Umgebung seiner beiden freien Basisflächen auf eine um einige Grade niedrigere Temperatur u_a (auf die Temperatur des Wassers der Wasserleitung) gebracht und dauernd auf dieser Temperatur erhalten.

Aus dem zeitlichen Verlaufe, welchen die Temperatur der Mitte der oberen oder unteren Basisfläche während dieser Abkühlung zeigt, lässt sich die Grösse des inneren Wärmeleitungsvermögens der Cylindersubstanz herausfinden, sobald der Werth ihres äusseren Wärmeleitungsvermögens approximativ bekannt ist.

Der Ausdruck für den zeitlichen Verlauf der Temperatur irgend eines Massenpunctes des sich abkühlenden Cylinders soll zunächst entwickelt werden. Da bei diesem Verfahren die Temperatur des Cylinders nur innerhalb eines Intervalles von einigen Graden schwankt, da die innere Wärmeleitungsfähigkeit aller festen Metalle mit steigender Temperatur nur sehr wenig abnimmt und der Vorgang der äusseren Wärmeleitung auf den zeitlichen Verlauf der Abkühlung in diesem Falle nur einen ganz untergeordneten Einfluss ausübt, darf bei dieser Entwicklung ganz unbedenklich angenommen werden, dass die specifische Wärme der Volumeneinheit und die beiden Wärmeleitungsvermögen mit der Temperatur unveränderlich sind. Wir legen ein cylindrisches Coordinatensystem (r, φ, x) zu Grunde, das seinen Ursprung in der Mitte des Cylinders

hat; $2l$ sei die Höhe des Cylinders, R sei sein Radius. Nach der Anordnung des Versuches ist die Temperatur u in jedem Zeitmoment t von der Richtung der φ unabhängig; es hat also der Ueberschuss v der Cylindertemperatur u in (x, r, φ) über die Temperatur u_a der Hülle und der Mantelfläche in jedem Zeitmomente die partielle Differentialgleichung zu erfüllen:

$$c\frac{\partial v}{\partial t} = k\left\{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Die Lösung dieser Gleichung hat den drei Grenzgleichungen zu genügen:

$$\text{für } r = R \qquad \text{ist } v = 0 \text{ für jedes } t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$\text{für } x = +l \qquad \left.\begin{array}{l}\text{ist } k\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{x=+l} + hv_{x=+l} = 0 \\ \text{für jedes } t\end{array}\right\} \ldots (3)$$

$$\text{für } x = -l \qquad \left.\begin{array}{l}\text{ist} -k\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_{x=-l} + hv_{x=-l} = 0 \\ \text{für jedes } t\end{array}\right\} \ldots (4)$$

und als Anfangsbedingung gilt:

$$v = v_0 = u_0 - u_a \left\{\begin{array}{l}\text{für } t = 0 \\ \text{für alle } r \text{ und alle } x\end{array}\right\} \ldots (5)$$

Als allgemeine Lösung, welche die Differentialgleichung (1) erfüllt und alle Bedingungsgleichungen befriedigt ergiebt sich:

$$v = \left\{ A_1 \cdot \cos(q_1 x) \cdot e^{-\frac{k}{c} q_1^2 . t} + A_2 . \cos(q_2 x) . e^{-\frac{k}{c} q_2^2 . t} + \right.$$

$$\left. + A_3 \cdot \cos(q_3 x) \cdot e^{-\frac{k}{c} q_3^2 . t} + \ldots \right\} \times$$

$$\left\{ B_1 \cdot \overset{0}{J}_{(m_1 r)} \cdot e^{-\frac{k}{c} m_1^2 . t} + B_2 \cdot \overset{0}{J}_{(m_2 r)} \cdot e^{-\frac{k}{c} m_2^2 \cdot t} + \right.$$

$$\left. + B_3 \cdot \overset{0}{J}_{(m_3 r)} \cdot e^{-\frac{k}{c} m_3^2 \cdot t} + \dots \right\}$$

wo $\overset{0}{J}_{(mr)}$ die Bessel'sche Function erster Art mit dem Index 0 und dem Argument mr bedeutet, wo die $q_1, q_2, q_3, \dots$ die auf einander folgenden Wurzeln der transcendenten Gleichung

$$ql \; tg \, (ql) = \frac{h}{k} \cdot l$$

darstellen, wo die $m_1, m_2, m_3, \dots$ die auf einander folgenden Wurzeln der Function $\overset{0}{J}_{mR}$ sind und wo endlich die Constanten A_n und B_n die Bedeutung haben:

$$A_n = \frac{4 \, (u_0 - u_a) \sin \, (q_n l)}{2 \, q_n l + \sin \, (2 \, q_n l)} \qquad B_n = \frac{2}{R} \cdot \frac{1}{\overset{1}{J}_{(m_n R)}}$$

Die Quadrate der Wurzelwerthe q und der Wurzelwerthe m wachsen mit steigender Indexzahl n so rasch, dass alle auf das erste Glied folgenden Glieder des obigen allgemeinen Temperaturausdruckes schon nach wenigen Minuten seit Beginn der Abkühlung völlig bedeutungslos sind. Von dieser Zeit an ist dann:

$$v = A_1 . B_1 . \cos \, (q_1 x) \; \overset{0}{J}_{(m_1 r)} \cdot e^{-\frac{k}{c} (q_1^2 + m_1^2) \cdot t}$$

d. h. da $m_1^2 = \frac{5.76..}{R_2}$ und q_1^2 sehr angenähert gleich $\frac{h}{k} \frac{1}{l}$ ist,

$$v = A_1 . B_1 . \cos\left(\sqrt{\frac{h}{k}\frac{1}{l}}x\right) \cdot J^0_{\left(\frac{2.40...}{R}r\right)} \cdot e^{-\left(\frac{5.76..}{R^2}\frac{k}{c} + \frac{k}{l.c}\right) \cdot t}$$

Wird also von den ersten Minuten der Abkühlung abgesehen, so ist der zeitliche Verlauf des Temperaturüberschusses für die Mitte der oberen oder unteren Basisfläche des abgekühlten Cylinders:

$$v = A_1 B_1 \cos\left(\sqrt{\frac{hl}{k}}\right) \cdot e^{-\left(\frac{5.76..}{R^2}\frac{k}{c} + \frac{h}{l.c}\right) \cdot t}$$

Aus dem gemessenen zeitlichen Verlaufe dieses Temperaturüberschusses lässt sich die Grösse

$$\frac{5.76..}{R_2} \cdot \frac{k}{c} + \frac{h}{l.c}$$

und daraus der Werth k finden, sobald der im Vergleich zu $\frac{5.76..}{R^2} \cdot \frac{k}{c}$ sehr klein gemachte Werth $\frac{h}{l.c}$ angenähert bekannt ist.

Der gefundene Werth von k ist auf die benutzte mittlere Abkühlungstemperatur zu beziehen, welche in den ausgeführten Versuchen zwischen 6° und 8° lag.

Nach diesem Verfahren wurden für Blei, Wood'sches Metall und Wismuth Versuche ausgeführt und folgende Werthe für die Wärmeleitungsfähigkeit dieser Substanzen gewonnen:

	k	
Blei [1])	0.0719	Gramm, Centimeter, Secunde u. 1° C. als Einheiten zu Grunde gelegt und gültig für die mittlere Temperatur +7°.
Wood'sches Metall [2])	0.0319	
Wismuth [3])	0.0108	

[1]) Chemisch rein.

[2]) Chemisch rein.

[3]) Chemisch rein.

Hierauf wurden aus den zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit benutzten kreisförmigen Platten Ringe ausgedreht und an diesen die electrische Leitungsfähigkeit nach der in (3) geschilderten Methode bestimmt. Die gefundenen, auf die Temperatur + 7° reducirten electrischen Leitungsfähigkeiten sind:

	$\varkappa$
Blei	5.350×10^{-5}
Wood'sches Metall	2.313×10^{-5}
Wismuth	0.838×10^{-5}

Daraus ergeben sich die folgenden Quotienten $\frac{k}{\varkappa}$:

	$\frac{k}{\varkappa}$
für Blei	$0.1345 \times 10^{+4}$
für Wood'sches Metall	$0.1379 \times 10^{+4}$
für Wismuth	$0.1288 \times 10^{+4}$

Der nach der Beziehung

$$\frac{k}{\varkappa} = 0.0880 \times 10^{+4} + 0.1365 \times 10^{+4} .c$$

aus der specifischen Wärme der Volumeneinheit berechnete Werth dieses Quotienten ist:

	c	$\frac{k}{\varkappa}$
für Blei	0.340	$0.1344 \times 10^{+4}$
für Wood'sches Metall	0.371	$0.1378 \times 10^{+4}$
für Wismuth	0.293	$0.1280 \times 10^{+4}$

Die für die guten metallischen Leiter gefundene Beziehung zwischen den beiden Leitungsvermögen hat also auch noch für die schlechter leitenden Metalle Gültigkeit.

Als zehnte Substanz, welche die angegebene Beziehung erfüllt, füge ich noch das Quecksilber bei. In meiner

Untersuchung über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten habe ich das absolute Wärmeleitungsvermögen des Quecksilbers in der Nähe von 0° gleich 0.0152 gefunden und in einer früheren Arbeit habe ich den absoluten Werth des electrischen Leitungsvermögens des Quecksilbers bei 0° gleich 1.047×10^{-5} bestimmt. Der aus den Beobachtungen abgeleitete Werth des Quotienten der beiden Leitungsvermögen beträgt hiernach für Quecksilber $0.1452 \times 10^{+4}$. Aus der Beziehung

$$\frac{k_0}{\varkappa_0} = 0.0880 \times 10^{+4} + 0.1365 \times 10^{+4} \cdot c_0$$

berechnet er sich für

$$c_0 = 0.441 \quad \text{zu} \quad 0.1480 \times 10^{+4}$$

Auch Quecksilber fügt sich also mit grosser Annäherung der angegebenen Beziehung zwischen den beiden Leiuntgsvermögen.

Ich stelle jetzt in der folgenden Tabelle alle gefundenen Resultate zusammen und gebe in der letzten Columne den nach der Gleichung $k_0 = \varkappa_0 (a + b \cdot c_0)$ berechneten Werth des Quotienten $\frac{k_0}{\varkappa_0}$, der sich auf diejenigen Werthe von a und b stützt, die aus allen Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet wurden.

	c_0	k_0	$\varkappa_0$	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$	$a + b \cdot c_0$
Kupfer	0.827	0.8190	40.81×10^{-5}	$0.2007 \times 10^{+4}$	$0.2002 \times 10^{+4}$
Messing	0.791	0.1500	7.62×10^{-5}	$0.1968 \times 10^{+4}$	$0.1953 \times 10^{+4}$
Zink	0.662	0.3056	17.43×10^{-5}	$0.1753 \times 10^{+4}$	$0.1777 \times 10^{+4}$
Silber	0.573	1.0960	65.87×10^{-5}	$0.1664 \times 10^{+4}$	$0.1656 \times 10^{+4}$
Cadmium	0.475	0.2213	14.61×10^{-5}	$0.1515 \times 10^{+4}$	$0.1523 \times 10^{+4}$
Quecksilber	0.441	0.0152	1.047×10^{-5}	$0.1452 \times 10^{+4}$	$0.1475 \times 10^{+4}$

	c^0	k_0	$\varkappa_0$	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$	$a + b.c_0$
Zinn	0.380	0.1446	10.34×10^{-5}	$0.1398 \times 10^{+4}$	$0.1394 \times 10^{+4}$
Wood	0.371	0.0319	2.313×10^{-5}	$0.1379 \times 10^{+4}$	$0.1373 \times 10^{+4}$
Blei	0.340	0.0719	5.351×10^{-5}	$0.1345 \times 10^{+4}$	$0.1339 + 10^{+4}$
Wismuth	0.293	0.0108	0.838×10^{-5}	$0.1288 \times 10^{+4}$	$0.1275 \times 10^{+4}$

$$\left.\begin{aligned} a &= 0.0877 \times 10^{+4} \\ b &= 0.1360 \times 10^{+4} \end{aligned}\right\}$$

Das Eisen konnte ich nicht auf die Beziehung zwischen den beiden Leitungsvermögen untersuchen, da die von mir gewählte Methode zur Bestimmung der electrischen Leitungsfähigkeit die Benutzung des Eisens ausschloss.

7. Auch für die *Amalgame* scheint die gefundene Beziehung zwischen den beiden Leitungsvermögen gültig zu sein. Eine daraufhin gerichtete Untersuchung der HH. Tuchschmid und G. Weber, die in nächster Zeit zum Abschluss kommt, wird darüber näheren Aufschluss geben.

Die nichtmetallischen, aber Wärme und Electricität leitenden Substanzen fügen sich jedoch dieser Beziehung *nicht*; für die *Kohle*, für welche gegenwärtig Hr. E. Zeller ausführliche Versuche anstellt, ist z. B. die wirkliche Wärmeleitungsfähigkeit mindestens 10 bis 20 mal grösser als diejenige Wärmeleitungsfähigkeit, welche sich nach der obigen Relation aus dem electrischen Leitungsvermögen und der specifischen Wärme berechnet.

Die gefundene Beziehung zwischen den beiden Leitungsvermögen scheint also an die *metallische Natur* der Substanzen gebunden zu sein.

8. Das Wärmeleitungsvermögen aller bisher von mir untersuchten festen Metalle nimmt mit steigender Tem-

peratur ab und zwar für die verschiedenen Metalle in nicht sehr verschiedenem Grade; für alle untersuchten festen Metalle fand ich diese Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit ganz erheblich kleiner als die Abnahme der electrischen Leitungsfähigkeit. Die in dem oben gegebenen Zusammenhang der beiden Leitungsvermögen vorkommenden Grössen a und b sind demnach Functionen der Temperatur. Weitere und feinere Untersuchungen müssen die Natur dieser Functionen darlegen.

9. Zum Schluss will ich noch hervorheben, dass die von mir gefundenen Resultate in bester Uebereinstimmung mit den Ergebnissen stehen, zu welchen die HH. R. Lenz und F. E. Neumann gelangt sind.

Hr. Lenz untersuchte die vier Metalle Kupfer, Messing, Neusilber und Eisen auf ihre Leitungsfähigkeit für Wärme und Electricität und fand, dass der Quotient aus dem relativ gemessenen electrischen Leitungsvermögen in das relativ gemessene Wärmeleitungsvermögen für diese vier Metalle fast vollkommen derselbe ist. Er glaubte daraus folgern zu dürfen, dass dieses für alle Metalle Statt findet. Diese Schlussfolgerung ist unzulässig, obschon das für die vier genannten Metalle gefundene Resultat vollkommen richtig ist. Diese vier Metalle Kupfer, Messing, Neusilber und Eisen besitzen nämlich fast genau dieselbe specifische Wärme der Volumeneinheit — die entsprechenden Werthe sind 0.83, 0.80, 0.80 und 0.84 — und sie liefern desswegen auch fast genau denselben Quotienten aus dem electrischen Leitungsvermögen in das Wärmeleitungsvermögen.

Hr. F. E. Neumann hat in seinen Untersuchungen über die Wärmeleitung in Metallen nur für die fünf Metalle Kupfer, Messing, Zink, Neusilber und Eisen das ab-

solute Wärmeleitungsvermögen und das relative electrische Leitungsvermögen gemessen. Aus seinen Messungen ergiebt sich der Mittelwerth des Quotienten aus der electrischen Leitungsfähigkeit in das Wärmeleitungsvermögen für die vier, nahezu die gleiche specifische Wärme der Volumeneinheit (0.82) besitzenden Metalle Kupfer, Messing, Neusilber und Eisen gleich 19.05, während sich der Quotient aus den beiden Leitungsvermögen für das Zink, dem die erheblich kleinere specifische Wärme der Volumeneinheit 0.67 zukommt, nur gleich 17.1 herausstellte. Aus diesen 2 Werthengruppen würde sich in der Relation

$$\frac{k}{\varkappa} = a + b \cdot c$$

die Grösse $a = 8.4$, die Grösse $b = 13.0$ und das Verhältniss $\frac{b}{a} = 1.545$ ergeben. Aus der von mir abgeleiteten Beziehung ergiebt sich das letztere Verhältniss gleich 1.550.

Notizen.

Ueber die frühern Versuche die Witterung vorauszubestimmen. Die Vorausbestimmung der Witterung ist schon oft und immer ohne Erfolg versucht worden. Zu den ältesten Methoden ist wol die Weissagung aus Zwiebelschalen und Salz zu rechnen, welche als blosse Spielerei keiner ernsten Widerlegung bedarf. Auch mit den Loostagen verhält es sich ähnlich, da diese Methode aus der Zeit stammt, wo nach dem alten Kalender gerechnet wurde, die Weihnacht also mindestens 10 Tage später eintrat. Die Rose von Jericho wird allmälig so selten, dass sie kaum mehr ernstlich als Wetterprophet benutzt wird. Ernster sieht es mit der Astrologie

oder der auf Monds- und Gestirnsstellung gegründeten Witterungsprophezeiung aus. Es kann nämlich nicht geläugnet werden, dass die Gestirne und von denselben voraus Sonne und Mond auf die Witterung Einfluss ausüben. Während aber die Sonne fast allein als bestimmende Ursache anzusehen ist und der Einfluss des Mondes jedenfalls sehr gering sein muss, ist es fast zu bezweifeln, dass es jemals gelingen werde, die geringe Wirkung der übrigen Gestirne wirklich zu bestimmen. Diejenige des Mondes dagegen ist schon früher bestimmt nachgewiesen worden. Ein Franzose, Flaugergues, hat nach zwanzigjährigen, eigenen Beobachtungen in Viviers gefunden, dass das Barometer am zwölften Tage nach dem Neumond durchschnittlich am niedrigsten, am 22. Tage am höchsten steht und dass diese vom Mondlaufe abhängige besondere Aenderung des Barometerstandes $^{3}/_{4}$ französische Linien betrage. Da bei uns aber die Unregelmässigkeiten im Barometerstand bis auf 16 Linien gehen können, so versteht es sich, dass die eben bemerkte Einwirkung nicht in jedem einzelnen Mondslaufe beobachtet werden kann, sondern eben nur aus einer grossen Anzahl von Mondsumläufen herausberechnet werden konnte. Eisenlohr in Karlsruhe fand aus 10jährigen Beobachtungen den niedrigsten Stand am 12. Tage nach dem Neumonde, den höchsten am 23. und einen Unterschied von $1^{1}/_{6}$ Linien. Es ergibt sich daraus, dass allerdings der Einfluss des Mondes auf den Barometerstand in vieljährigen Beobachtungen sichtbar wird, dass aber die Grösse dieses Einflusses noch nicht ganz genau ermittelt ist. — Da bekanntlich der Barometerstand ein meist brauchbares Mittel abgibt, nach dem die Witterung bemessen werden kann, so lässt es sich also erwarten, dass die Regenfälle am 12. Tage nach dem Neumonde, weil dann ein beziehungsweise niedrigerer Stand vorkömmt, zahlreicher sein werden, als um den 22. oder 23 Schübler in Stuttgart hat nach 28jährigen Beobachtungen, die in München, Augsburg und Stuttgart angestellt worden waren, gefunden, dass am 10. Tage nach dem Neumonde am meisten, am 22. Tage am wenigsten Regenfälle vorgekommen sind, und dass der Unterschied etwa 21 Prozent oder $^{1}/_{5}$ beträgt. Aus 30jährigen Karlsruher Beobachtungen, die von

Dr. Eisenlohr berechnet sind, findet man 29 Prozent Unterschied oder etwas mehr als ¼, und es fällt nach denselben der Regen (oder Schnee) während eines Mondumlaufes zwischen dem 11. und 12. Tage nach dem Neumonde am häufigsten, am 26. Tage aber am seltensten. Es geht hieraus hervor, dass der Einfluss des Mondes auf die Witterung in der That bemerkt werden kann, aber dass er unbedeutend ist; folglich rechtfertigt sich die Weissagung der Witterung aus den Mondsstellungen nur in geringem Grade. — In den Kalendern werden in der Regel noch die Bauern-Witterungsregeln angegeben und Manche sehen auf dieselben. Dr. Eisenlohr hat über 100 derselben mit den Witterungsbeobachtungen früherer Jahre verglichen und schliesslich gefunden, dass beinahe alle nichtssagend oder ganz unrichtig sind. Nachstehende haben allein etwelchen Grund, sind aber weniger Witterungs- als Jahreszeitenregeln.

1) Trockener März füllt die Keller. (Tritt in 3 Malen durchschnittlich 2 mal ein.)

2) Wenn der Tag anfängt zu langen, kömmt die Kält' erst angegangen.

3) Matheis bricht's Eis. (Trifft meistens zu, der Nachsatz „bringt er keins, so macht er eins" dagegen höchst selten.)

4) Ist der April auch noch so gut, er schneit dem Bauern auf den Hut. (Trifft in 3 Malen durchschnittlich 2 mal ein.)

5) St. Georg und Marx, droh'n oft viel Arg's. (Nicht selten richtig).

6) Nach Medardus soll der Frost dem Weinstock nicht mehr gefährlich sein. (Ist nicht ohne Ausnahme richtig.)

7) Nach Martini scherzt der Winter nicht. (Häufig wahr.)

Aus diesen 7 ziemlich richtigen Bauernregeln, die allein werth scheinen, der Vergessenheit entrissen zu werden, ist für die Witterungsprophezeiung so viel als Nichts gewonnen. Diess einsehend, haben daher neuere sogenannte Wetterpropheten es versucht, die zukünftige Witterung aus ältern Beobachtungen allein oder auch unter Beiziehung des Monds- und Gestirnseinflusses vorauszubestimmen, so namentlich Professor Stieffel in Karlsruhe in seiner Zeitschrift „Zeus" während mehreren

Jahren. Aeltere Versuche, wie die neuesten, unter denen die jetzt eingegangene Zeitschrift „Zeus“ allein einen wissenschaftlichen Anstrich hatte, sind an dem Umstande gescheitert, dass die Launen der Witterung mit den Launen der Propheten gar nicht im Einklange standen. — Für kurze Zeiten gibt in der Regel das Barometer noch das beste Mittel der Witterungsvorausbestimmung ab. Manche weissagen auch aus der Beschaffenheit des Himmels, aus dem Verhalten von Pflanzen und Mineralien, aus dem Benehmen der Thiere, u. s. w., meistens mit scheinbarem Erfolg, weil sie nur die zutreffenden Fälle zählen, dagegen für die zweifelhaften und die völlig abweichenden Ergebnisse kein Gedächtniss haben. Allerdings können Mineralien und Pflanzen den Feuchtigkeitszustand des Luftkreises angeben und insofern bisweilen Zukünftiges in der Witterung verrathen, allein nur für ganz kurze Zeit. Ferner ist es auch ganz natürlich, dass Thiere, deren Existenz wesentlich von der Witterung abhängt, wie diess z. B. bei den Spinnen und Zugvögeln, theilweise auch den Fischen, der Fall ist, ein Vorgefühl besitzen sollen, allein weit hinaus reicht diess bei keiner Art. Am meisten ist noch das begründet, dass die Spinnen vermittelst ihres zarten Baues und ihrer zarten Gewebe nahende Stürme voraus empfinden, weil den Stürmen eine Erzitterung in der Luft vorausgeht, die mit Schallgeschwindigkeit (1000 bis 1100 Fuss franz. Mass in der Sekunde) vordringt und daher dieselben (welche höchstens 120 Fuss Geschwindigkeit, gewöhnlich nur 50—80, besitzen) überholt. Der Mensch besitzt aber dieses Gefühl auch, nur in anderer Form. In der Richtung nämlich, aus der eine Luftströmung naht, werden Töne leichter fortgepflanzt und aus der kürzern oder längern Dauer dieser Fortpflanzung lässt sich auf einen schwächern oder stärkern Wind schliessen. Dabei ist aber nicht zu übersehen, dass der Wind auch nur in der Höhe vorbeieilen kann. — Von den auf die Beschaffenheit oder das Aussehen des Himmels gegründeten Witterungsregeln hat diejenige am meisten für sich, die vor langen Jahren in einem Schaffhauser Kalender mitgetheilt worden ist. Diese sagt nämlich, dass wenn auf derjenigen Seite, wohin der Zug der Wolken geht, diese sich anhäufen, so werde

bald Trübung, wenn sie sich aber vertheilen und auflösen, heiteres Wetter nachfolgen. Die Ursache liegt ziemlich nahe. Sammeln sich die Wolken an, so zeigt diess, dass ein Gegenwind sie aufhält und wird nun dieser Meister, so führt er zurück, was der andere Wind gebracht hat.

Diese wenigen, aber das Wesentliche der Witterungsvorhersagung nach ihrem bisherigen Zustande beschlagenden Andeutungen (vom sogenannten hundertjährigen Kalender zu reden, ist hier überflüssig, da er sich auf manches Vorhergesagte stützt) mögen genügen, um die Nichtigkeit der allgemeinern Prophezeiungen der Witterung und das nur theilweise Begründete der Voraussagung auf kürzere Zeit darzuthun. Jeder wird sich bei eigener sorgfältiger Vergleichung überzeugen, dass das hier Ausgesprochene begründet ist und dann gern dazu beitragen, das Unhaltbare vom Brauchbaren auszuscheiden. [H. Denzler 1851.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Hauptversammlung vom 7. Juni 1880.

1) In Verhinderung des Herrn Quästors legt der Bibliothekar, Herr Dr. Horner, die Rechnung für das Jahr 1879 der Hauptversammlung vor:

Einnahmen.	Fr.	Cts.	Ausgaben.	Fr.	Cts.
Alte Restanz vom Jahre 1878 . . .	74895	93	Bücher	2350	45
Zinsen	3558	50	Buchbinder . . .	656	65
Marchzinsen . . .	281	80	Neujahrsblatt . . .	239	63
Eintrittsgelder . .	80	—	Vierteljahrsschrift .	2623	40
Jahresbeiträge . .	2260	—	Katalog	—	—
Katalog	20	—	Miethe, Heizung, Beleuchtung . . .	180	—
Neujahrsblatt . . .	287	10	Besoldung	500	—
Vierteljahrsschrift .	182	33	Verwaltung . . .	306	65
Legate	—	—	Allerlei	8	40
Beiträge v. Behörden u. Gesellschaften .	1885	60			
Allerlei	—	—			
Summa:	83451	26	Summa:	6863	98

Wenn von den Einnahmen von	83451	Fr.	26	Cts.
abgezogen werden die Ausgaben von	6863	„	98	„
so bleibt als Uebertrag auf 1880	76587	„	28	„
Er betrug auf 1879	74895	„	93	„
Somit ergibt sich für 1879 ein Vorschlag von	1691	Fr.	35	Cts.

Die Gesellschaft besitzt ferner 5 erratische Blöcke, nämlich 2 bei Wald, 1 bei Ringweil (Hinweil), 1 bei Embrach, 1 bei Wytikon.

Die Rechnung wird einstimmig unter bester Verdankung gegen den Quästor, Herrn C. Escher-Hess im Brunnen genehmigt, mit dem Wunsche, er möge auch fernerhin die mühsame Verwaltung des Gesellschaftsvermögens übernehmen.

2) Herr Bibliothekar Dr. Horner erstattet folgenden Bericht über die Bibliothek:

„Im Laufe des Jahres 1879 wurden für Bücheranschaffungen ausgegeben 2444 Fr. 55 Cts. Von dieser Summe dürfen noch abgezogen werden 94 Fr. 10 Cts., welche als Rabatt vergutet wurden, so dass die eigentliche Ausgabe nur 2350 Fr. 45 Cts. betrug. Von dieser Summe konnten nur 10% auf neue Anschaffungen verwendet werden. Das Uebrige wurde von den Fortsetzungen in Anspruch genommen. Die Zahl der neuangeschafften Bände ist 12. Der Rechnung liegt das spezielle Verzeichniss der sämmtlichen Anschaffungen bei. — An Geschenken erhielt die Gesellschaft 20 Nummern, deren Aufzählung jedes Mal in der Vierteljahrsschrift Statt hatte. Es scheint uns übrigens eine Pflicht der Dankbarkeit hier ganz kurz die Namen der Schenkgeber aufzuführen. Es sind diess:

Herr Prof. Burmeister in Buenos-Ayres.
„ „ Clausius.
„ „ Favaro.
„ „ Heim.
Miss Henry.
Herr Prof. Kölliker in Würzburg.
„ Nikl. v. Konkoly.
„ Prof. Laharpe.
„ Melsenz.
„ Prof. Plantamour.

Herr D. Schoch.
„ Schwedoff.
„ Prof. Wolf.

Ferner:
Von der Sternwarte in Batavia.
Von dem Eidg. Baubureau.
Von dem Friesischen Fond.
Von der naturforschenden Gesellschaft in Basel.
Von der technischen Gesellschaft in Zürich.
Von dem Schweiz. Eisenbahndepartement.
Von der U. S. geological Euroep.

Der Umtausch unserer Vierteljahrsschrift mit den Publicationen anderer Gesellschaften dauert nicht nur fort, sondern vergrössert sich jedes Jahr. Auch die Benutzung der Bibliothek nimmt eher zu als ab. — Mit dem Drucke des neuen Katalogs wird in der nächsten Zeit begonnen und derselbe noch vor Ende des Jahres vollendet werden."

Der Bericht wird genehmigt und dem Herrn Bibliothekar Dr. Horner seine Mühe bestens verdankt.

3) Der Bibliothekar legt folgende seit der letzten Sitzung neu eingegangenen Bücher vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. XXXIV. 2.

Vom Eidg. Baubureau.

Rapport trim. Nr. 72. 73—81, 87. 88. 89.
Rapport mensuel 24—26. 27. Titel.
Geologische Tabellen und Durchschnitte. Lief. 6.

Von Hrn. Prof. D. Mousson.

Annalen d. physical. Centralobservat. 1878. 1. 2.

Von Herrn Prof. R. Wolf.

Astronomische Mittheilungen 48. 49.

Von Prof. Kölliker in Würzburg.

Protokollauszüge d. phys. med. Gesell. in Würzburg.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Schriften des Vereins f. Geschichte u. Naturg. Heft 3.
Transactions of the Connecticut academy. Vol. V. 1.
Verhandlungen d. Naturf. Vereins in Brünn. XVII.
Annales de la société entomologique de Belgique. XXII.
Zeitschrift d. deutschen geolog. Gesellschaft. XXXI. 4.
Zeitschrift f. d. gesammten Naturw. LII.
Fortschritte, die, der Physik. 1874.
Bulletin de la soc. J. des naturalistes. 1879. 3.
Mémoires de la soc. d'émulation du Doubs V. 3.
Sitzungsberichte der mathemat.-phys. Klasse der Akad d. W. zu München. 1879. 4. 1880. 1.
Nachrichten d. k. Akad. d. W. zu Göttingen 1879.
Mémoires de la soc. des sciences phys. et nat. de Bordeaux. III. 3.
Memoirs of the geolog. survey of India. Series II. XIII.
Verhandlungen d. zoolog.-botan. Vereins in Wien. XXIX.
Abhandlungen d. math.-phys. Klasse d. K. Sächs. Akad. d. W. XII. 4.
Berichte über d. Verhandlungen d. Sächs. Akad. math.-phys. Klasse. 1879.
Proceedings of the zool. soc. of London. 1879. 4. List of vertebrated animals. Suppl. 1.
Mittheilungen d. Vereins f. Erdkunde zu Leipzig. 1878.
Notizblatt d. Vereins f. Erdkunde. III. 18.
Acta universitatis Lundensis. Math. et T. XII—XIV.
Lunds accessions-Katalog. 1876. 1877. 1878.
Jahrbuch d. k. k. geolog. Reichsanstalt. XXIX. 3. 4. XXX. 1. Verhandl. 14—17. 1880. 1—5.
Monatsberichte d. K. Preuss. Akad. 1879. 12. 1880. 1.
Bericht d. Vereins f. Naturkunde zu Kassel. 26. 27.
Atti della R. accad. dei Lincei. Transunti. 3. 4. 5.
Mittheil. a. d. Jahrbuch d. k. ungar. Reichsanst. III. 4.
Bulletin of the Museum of comparative zoology V. 10. Vol. VI. 3. 4—7.
Jahreshefte des Vereins für vaterländ. Naturk. in Württemberg. Jhrg. XXXVI.

Zeitschrift d. Oesterr. Gesellsch. f. Meteorologie. XV. 4. 5. 6.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1880. 2. 3. 6—8.
Mittheilungen aus dem Verein der Naturfreunde in Reichenberg. XI.
Proceedings of the R. geogr. soc. Vol. II. 3. 4. 6.
Journal of the R. microscop. soc. Vol. III. 2.
Bulletin of the U. S. geolog. and geogr. survey. Vol. 2. 3.
Proceedings of the London math. soc. 153—155—158.
Bulletin de la soc. math. de France. VIII. 1. 2. 3.
Mittheilungen d. naturf. Vereins f. Steierm. 1879.
Leopoldina. 1879. 15.
Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft XIX. 4 u. Suppl. 3.
Sitzungsberichte d. naturf. Gesellsch. zu Leipzig. V.
Mittheilungen aus d. Jahrbuch d. k. ungar. geolog. Anstalt. VI. 1.
Mittheilungen d. schweiz. entomolog. Gesellsch. V. 10.
Bulletino della soc. di scienze nat. di Palermo. 13.
Compte-rendu de la soc. entomolog. de Belgique. 60—65.
Atti della società Toscana di scienze nat. 1880. Marzo.
Bulletin de l'acad. J. des sciences de S. Pétersbourg. XXV. 3. XXVI. 1.
Abhandl. v. naturw. Verein zu Bremen. VI. 2. 3. Beilage 7.
Stettiner entomologische Zeitung. 4—6.
Neues Lausitz. Magazin. Bd. LVI. 1.
Annales de la société Linnéenne de Lyon. Nouv. série 24. 25.
Mémoires de l'acad. des sciences, etc. de Lyon. T. 23.
Annales de la soc. d'agriculture etc. de Lyon. Serie IV. 10 V. 1.
Falsan, A., et Chantre. Monographie des anciens glaciers du Bassin du Rhone fol. Lyon 1874.
Schriften d. Vereins zur Verbreitung naturwiss. Kenntnisse. Bd. 20.
Mittheilungen d. Aargauischen naturf. Gesellsch. 2.
Jahresbericht d. naturw. Vereins zu Osnabrück. 4.
Sitzungsberichte d. naturwissensch. Gesellschaft „Isis“. 1879. Juli-Dec.

C. Von Redactionen.

Der Naturforscher. 1880. 19.
Berichte der Deutschen chem. Gesellschaft. Jahrgang XIII (1880). 8. 9.

D. Durch Anschaffung.

Schmid, A. Atlas zur Diatomaceenkunde. Lief. 9—11.
Abhandlungen d. Schweiz. paläont. Gesellsch. Bd. 6.
Denkschriften der Akad. d. W. in Wien, math.-naturwissensch. Klasse. 41.
Berliner Astronom. Jahrbuch f. 1862.
Palæontographica. XXVI. 4. 5. 6.
Transactions of the zool. soc. of London. XI. 1.
Transactions of the entomolog. soc. 1879. 5.
Liebigs Annalen der Chemie. 198. 3. 200. 3. 201. 2. 3. 202. 1. 2.
Schweiz. meteorol. Beobacht. XIV. 7. XVI. 5. XV. 5.
Figuier. L'année scientifique. 23.
Nördlinger, D. Lebensweise von Forstkerfen. 4. 1880. Stuttgart.
Willkomm, M. Prodromus floræ Hispan. III. 4.
Milne-Edwards. Leçons s. la physiologie. T. XIII. XIV.
Nordenskjöld, A. E. Nordpolarreisen. 8. Leipzig. 1880.
Kypert. Ein verschlossenes Land. 8. Leipzig. 1880.
Brun, J. Diatomées des Alpes et du Jura des envir. de Genève. 8. Genève. 1880.
Bolley. Handbuch d. chem. Technologie III. 1.
Kjerulf. Geologie d. süd. u. mittl. Norwegen. 8. Bonn. 1880.
Embacher. Die wichtigsten Forschungsreisen d. 19. Jahrh. 4° Braunschweig 1880.

4) Der Aktuar gibt einen kurzen Bericht über die Thätigkeit der Gesellschaft von der Hauptversammlung vom 26. Mai 1879 bis und mit dem 8. März 1880:

In 12 Situngen wurden 12 Vorträge gehalten von den Herren Prof. Heim (die Untersuchung der Erdbeben), Prof. Karl Mayer (das Vesullian), Prof. Dr. Fr. Weber (Wärmelei-

tung der Flüssigkeiten), Prof. Lunge (Heizwerthbestimmung der Brennmaterialien), Dr. C. Keller (die Bildung des mittlern Keimblattes bei Coelenteraten), Prof. Culmann (Hydrotechnisches aus dem untern Gebiete der Donau), Prof. Baltzer (Bergsturz bei Vitznau), Prof. Hermann (Uebersichtsvortrag, die neuere Entwicklung der Physiologie des Gesichtsinns), R. Billwiller (die Kälteperiode im verflossenen December und die barometrischen Maxima), Prof. V. Meyer (Uebersichtsvortrag, die Fortschritte der theoretischen Chemie, besonders der Valenzlehre während der letzten 10 Jahre), Prof. Weith (die chemische Beschaffenheit der Fluss- und Seewasser und deren Beziehung zur Fauna), Herr Stadtingenieur Bürkli (der jetzige Stand der Städtereinigung). — Ferner wurden 10 kleinere Mittheilungen gemacht von den Herren Dr. Asper (Vorweisung lebender Axolotlen), Dr. C. Keller (Vorweisung mariner Thierformen), Prof. Heim (Vorweisung eines geologischen Reliefs), Dr. Asper (eigenthümliches Naturprodukt am Silsersee), Prof. Fr. Weber (ein allgemeines Gesetz bezüglich Wärmeleitung in Flüssigkeiten), Prof. Schär (Vorweisung chinesischer Malereien), Prof. Heim (Profilrelif der Säntisgruppe), Dr. C. Keller (Vorweisung über thierischen Polymorphismus), Prof. Hermann (ein neues Spiegelgalvanometer), Privatdoc. Schröter (Vorweisung der Seychellen-Nuss). — Als ordentliche Mitglieder wurden in die Gesellschaft aufgenommen die Herren Sekundarlehrer Ammann in Richtersweil, Dr. Keller, Repetitor für darstellende Geometrie, Dr. Stebler, Vorstand der Samencontrollstation, Kantonschemiker Dr. Abeljanz, im Ganzen 4 Mitglieder. — Ihren Austritt haben genommen Herr Staatsarchivar Dr. Hotz (schon vor mehrern Jahren), Herr Simonson (weder Eintritt noch Jahrgeld bezahlt), Herr Fürsprech Ehrhardt, Herr Prof. Stocker, Herr Mousson-May, im Ganzen 5 Mitglieder. — Durch den Tod verlor die Gesellschaft die HH. Kaufmann Sieber (schon vor mehrern Jahren), Zeller-Klauser, Siegfried, Trümpler-Schulthess, Escher-Hotz, im Ganzen 5 Mitglieder. Somit haben wir jetzt 158 ordentliche Mitglieder, 33 Ehrenmitglieder und 12 correspondirende Mitglieder. Von den letztern zwei Categorien ist jedoch nicht zu verbürgen, dass sie alle noch am Leben seien. Von den ordentlichen

Mitgliedern wohnen 24 ausserhalb der Schweiz. — Der Bericht wird verdankt und genehmigt.

5) Auf Antrag einer vom Komite niedergesetzten Kommission wird einstimmig der Beschluss gefasst an die Kosten einer auf dem Säntis zu erstellenden mit Registrirapparaten etc. ausgerüsteten meteorologischen Station einen drei Jahre sich wiederholenden jährlichen Beitrag von 300 Fr. zuzusichern mit dem dringenden Wunsche die Kosten bedeutend niedriger zu setzen.

6) Es wird angezeigt, dass das Komite folgende Wahlen getroffen:

a) In die Büchercommission an Stelle der in Austritt fallenden Nr. 10—12 des Verzeichnisses vom Januar 1880 die Herren Prof. Fr. Weber, Prof. Heim und Prof. Cramer.

b) Als Schuldtitelrevisor wurde gewählt für 1880 Herr Prof. Melch. Ulrich.

7) Nach Ablauf der Amtsdauer folgen die Wahlen des Präsidenten und Vicepräsidenten. Gewählt werden im ersten Wahlgang Herr Prof. Fr. Weber, der bisherige Vicepräsident, als Präsident und Herr Prof. Schär als Vicepräsident, die beide die Wahl nach einigen Einwürfen annehmen.

8) Der bisherige Aktuar erklärt nach zehnjähriger Führung der Sekretärgeschäfte unwiderruflich seinen Rücktritt von seiner Stelle. Die Neuwahl fällt auf Herrn Billwiller, Chef der meteorologischen Centralstation, der sich nach längerem Bedenken entschliesst die Wahl probeweise anzunehmen.

9) Herr Prof. Lunge verdankt Namens der Gesellschaft dem abtretenden Präsidenten Herrn Prof. Heim, sowie dem demissionirenden Aktuar bestens ihre Dienste.

10) Herr Dr. med. Hans v. Wyss meldet sich zur Aufnahme als ordentliches Mitglied der Gesellschaft.

11) Herr Prof. Cramer hält folgenden Vortrag „Ueber geschlechtslose Fortpflanzung des Farnprothallium mittels Gemmen, resp. Conidien“. Es ist durch zahl-

reiche Beobachtungen festgestellt, dass der Farnvorkeim sich nicht bloss durch Trennung von Normalästen, sondern namentlich auch durch Ablösung von Adventivsprossen häufig vermehrt; dagegen besitzen wir nur sehr wenige und dürftige Angaben über das Vorkommen eigentlicher, geschlechtsloser Propagationsorgane am Farnvorkeim. Nach Hofmeister bilden sich an fehlgeschlagenen Vorkeimen von Gymnogramme chrysophylla im Winter häufig dem Prothallium mit breiter Basis aufsitzende stärkehaltige Knöllchen, von denen Hofmeister vermuthet, sie möchten der Vermehrung dienen. Ein ähnliches Knöllchen hat neulich Bauke am Vorkeim von Pteris aquilina gesehen; am Vorkeim von Gymnogramme leptophylla bilden sich nach Goebel aus adventiven Aussprossungen des Prothallium diesem mit schmaler Basis eingefügte Knöllchen, durch die der Vorkeim in der That vermehrt werden kann, und in seiner Arbeit über die Hymenophyllaceen berichtet Mettenius von meist büschelförmig beisammenstehenden flaschenförmigen Auswüchsen am Prothallium, mit bisweilen je einer, kugeligen Zelle am Ende, die als Propagationsorgan aufzufassen sei. Mettenius hat aber weder die Ablösung dieser Zellen direct nachgewiesen, noch ihr ferneres Verhalten, ihre Keimung beobachtet, so dass die Richtigkeit seiner Deutung von anderer Seite bestritten wurde. Mit Unrecht ohne allen Zweifel, denn ich war so glücklich, an protonematischen, sehr wahrscheinlich auch einer Hymenophyllacee angehörenden Vorkeimen nicht nur ähnliche Organe, sondern auch ihr ferneres Verhalten lückenlos zu beobachten. Nach meinen Untersuchungen verwandeln sich jene kugeligen Zellen nachher in closteriumförmige 6—8zellige Zellreihen (Gemmen), die dem Träger mit dem Rücken aufsitzen, leicht abfallen und dann entweder an beiden Enden (möglicher Weise schon vor der Ablösung) den primären gleiche secundäre Gemmen hervorbringen, oder aber Antheridien, Wurzelhaare und fadenförmige Aeste, später auch wieder Gemmen erzeugen. Die meisten dieser neuen Vorkeime sind rein männlich, nur wenige, relativ viel reicher sich verzweigende, bringen Archegonien und Embryone, keine Antheridien, wohl aber auch Gemmen hervor. — Es ist nun offenbar, dass man statt der sich ablösenden

closteriumförmigen, mehrzelligen Gemmen eben so gut die einzelligen Anfänge derselben als geschlechtslose Propagationsorgane betrachten kann, sie erweisen sich durch ihr senkrecht zur ursprünglichen Längsachse erfolgendes Wachsthum hinreichend als der Anfang zu etwas Neuem, als eigentliche Keimzellen. Alsdann erscheint schon die Gemme als geschlechtslos, aus einem Conidium entstandene neue Vorkeim - Generation und die Bildung secundärer Gemmen an primären, ein Process, der sich unter gewissen Umständen an den secundären wiederholen dürfte, als die Bildung successiver neutraler Generationen.

Der Mangel eines zutreffenden Analogon für die, wie es scheint, bei vielen Thallophyten der sexuellen oder oogonialen Generation vorangehenden Reihen mit der letztern morphologisch übereinstimmender neutraler Generationen bei Moosen und Gefässkryptogamen ist oft unangenehm empfunden worden. Mir scheint, die Hauptbedeutung meiner Beobachtung liege darin, diese Lücke für die Farne einigermassen ausgefüllt zu haben und damit eine befriedigendere Lösung der bestehenden Schwierigkeiten zu ermöglichen als die bisherigen Versuche es waren.

Meine Auffassung wird nicht berührt von den Vorstellungen, die man sich machen mag über die phylogenetischen Beziehungen zwischen Farnen und Moosen. Wer die Farne von irgend welchen moosartigen Gewächsen ableiten zu müssen glaubt, muss, da die Moose durch die Gattungen Riccia und Oxymitra einerseits, Coleochaete und die Oedogoniaceen anderseits ihre directe Abkunft von den Algen aufs unzweideutigste an den Tag legen, die Farne in letzter Linie auch für stammverwandt mit Algen halten, und kann sich nur freuen, eine neue Stütze für seine Ansicht gewonnen zu haben. Noch viel weniger wird aber an meiner Reflexion Anstoss nehmen, wer den Anschluss für die Farne weiter unten sucht.

Ich gestehe nun, dass ich mich mit der zur Zeit verbreiteten Vorstellung: es seien die Farne aus Moosen hervorgegangen, nicht zu befreunden vermag, sondern der Ansicht bin, Faren und Moose stellen 2, zwar annähernd vom nämlichen Punkt, gewissen algenartigen Pflanzen, ausgegangene, im übri-

gen jedoch einander coordinirte Entwicklungsreihen dar, von denen die eine, die Moosreihe, eine Fortsetzung nach oben noch nicht erfahren, die andere, die Farnreihe, hingegen durch das Medium der Heterosporeen und Gymnospermen sich bis auf die Stufe der Angiospermen erhoben hat, es habe die Entwicklung des beblätterten Stengels im Pflanzenreich 2 Mal stattgefunden, das eine mal, in der Moosreihe vor, das andere mal in der Farnreihe nach Eintritt der Sexualität und während dort fast alle wünschbaren Uebergangsglieder erhalten blieben, seien sie dagegen hier entweder untergegangen oder noch nicht aufgefunden worden. Ansichten, die ich bei einer andern Gelegenheit genauer ausführen und begründen zu können hoffe. [A. Weilenmann].

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

269. (Schluss.) Berchtold an Horner, Sitten 1833 I 27. Durch fast beständige Augenschmerzen, die mir das Arbeiten beim Licht verbiethen, was für den Winter viel ist, aufgehalten, und durch andere Standesgeschäfte oft unterbrochen, bin ich mit der Rechnung der im letzten Jahre aufgenommenen Winkelmessungen weniger vorgerückt, als ich es hoffte. Anderseits erhielt ich auch keine Antwort von Herrn Trechsel, dem ich auf Ihren Rath schon früh im Herbst geschrieben habe. Nichtsdestoweniger häuften sich die Bemerkungen hoch genug, um Ihnen ein Langes darüber mitzutheilen. Ich hatte einstweilen eine trigonometrische Darstellung von Freiherrn v. Welden über den Monterosa und den Montblanc vor mir, wie auch den Auszug des Herrn Trechsel und Comp., wie sie in der Bibl. univ. Tom X erschien, auch nahm ich letztes Jahr, freilich nur um mich der Identität zu versichern, den Montblanc und das Oldenhorn in meine Winkel auf. Da ich nun den Versuch machte, wie ich mit Herrn Trechsel mittelst des Oldenhorns, und mit Herrn Welden mittelst des Montblanc eintreffe, so ergab sich folgendes: In der Voraussetzung der

Breite von Cathedrale von Sitten laut meinen astronomischen Messungen hatte das Oldenhorn

auf der einten Station	= 46° 19′ 33″,06	
auf der andern „	33 ,21	
nach Herrn Trechsel .	46 19 49 ,4	Diff. —16″,26.

Beim Montblanc hatte

auf der einten Station	= 45° 49′ 58″,8	
auf der andern „	59 ,0	
nach Welden	45 49 42	Diff. +16,9.

Die geogr. Länge von Sitten

nach dem Oldenhorn gefolgert = 5° 1′ 6″,$^{76}_{87}$

nach dem Montblanc „ 12,$^{46}_{80}$

Die mittl. Länge von Sitten = 5° 1′ 10″,44; mittl. Diff. 2″,2. Die Höhe des Oldenhorns fand ich = 9626′, jene des Montblanc = 4795^{m} = 14761′. — Erlauben Sie mir über diese seltsamen Differenzen zu glossiren: Ich mache keinen Anspruch auf Genauigkeit, wie ich schon oben bemerkte, indessen können sie unmöglich bloss Fehler der Messung seyn, weil sich solche weit mehr in der Länge als in der Breite ausgehoben hätten. Das ± in der Breite hebt sich fast vollkommen auf. Allein einer der Berge wurde vom Norden, der andere vom Süden gemessen, ich befand mich zwischen beiden und meine Differenz ± war gleich. Will man auf den Einfluss der Berge auf die Horizontalität schliessen? Oder steckt vielleicht die ganze Ursache in der Art die geographischen Positionen zu rechnen? Ich will ein Beispiel anführen. Herr Carlini bestimmte die geographische Position des Monterosa nach folgenden Elementen, wenn anderst die Angaben des Herrn v. Welden richtig sind: Distanz des Monterosa vom Observatorium von Mailand = 59394,5 Klafter = 115762^{m}; das Azimuth westl. 117° 27′ 52″. Er folgerte die Breite = 45° 55′ 57″, die Länge = 5° 31′ 53″. Sein Verfahren ist mir unbekannt, ich rechnete mit der Abplattung $^{1}/_{290}$ nach den Formeln von Puissant (Géodésie 312 u. f.) und fand, die Länge von Mailand = 6° 51′ 16′ und die Breite = 43° 28′ 2″ angenommen

Länge des Monterosa	5° 31′ 48″,85
Breite „ „	45 56′ 22 ,36

also auf eine
Längendistanz von 52702^{t} . . . . +4″
Breitendistanz von 27393 . . . . +25.
Ist daher auch der Unterschied zwischen den Ergebnissen des Montblanc und des Oldenhorns auf die Position von Sitten bloss Verschiedenheit der Theorien oder der Formeln? da sie soviel Aehnlichkeit mit jenen des Monterosa haben. Ja sind es nicht grösstentheils diese, dass noch so wenig Uebereinstimmung in diesem Fache herrscht, da selbst Puissant's Tafeln ein Schwanken zwischen $^{1}/_{180}$ bis $^{1}/_{335}$ zulassen? So lange dieses Element der Geodäsie nicht näher entschieden wird, kann nur die Astronomie zuverlässige Bestimmungen geben, bei welchen man aber, nebst den vortrefflichsten Instrumenten, die Vergleichungen, wie mit den Barometermessungen, zu Tausenden wiederholen muss, wozu nichts Wenigers als ein gut versehenes Observatorium genügen kann. In Hinsicht auf meine Unternehmung könnte die gefundene Position allen Wissenschaften genügen, als sich selbst nicht. Die Staatswissenschaft, die Länderkunde, der Mineralog, Botaniker, Naturforscher, die Meteorologie, die Physik u. s. w. bekümmern sich nicht darum, ob ein Thurm, eine Bergspitze und drgl. 20^{t} nördlich oder südlich auf unserm Globo liegen, nur die Geodäsie sehnt sich destomehr nach der Wahrheit, je näher sie derselben gekommen ist. Da darf man aber Nichts voraussetzen, sondern Alles prüfen; man muss sichere Punkte bestimmen um genaue Distanzen und Winkel über die doppelte Bergkette, die Wallis südlich und nördlich in einer beiläufigen Entfernung von 44500^{m} begränzen, zu ziehn; man muss die nächsten Wege suchen, um die Fehler zu vermindern. Viel scheint mir, wäre schon gethan, wenn ich mit Genf oder Bern unmittelbar anknüpfen könnte. Herr Gautier ist ungemein gefällig, scheint aber keine Gelegenheit zu haben, um trigonometrisch zu correspondiren, obschon der Buet sich dazu ausnehmend darbieten würde. Von Bern aus gäbe es noch mehr Gelegenheiten; allein da würde ein Verabredungsort dem Briefwechsel vorzuziehen seyn. Im Uebrigen ist die südliche Alpenkette von Wallis in Karten und Beschreibungen eine fast gänzlich unbekannte Zone, wovon ich im letzten Sommer einen

auffallenden Beweiss hatte. Herr Welden gab eine Zeichnung des Monterosa von der Gemmi aus gesehen, da ich aber den gezeichneten Berg von der Nähe der Gemmi gemessen, so fehlten mehrere Stunden bis, wo ihn die Messung des Herrn Carlini setzt. Die Karten, auch die neuesten z. B. von Aarau 1832, dieser Gegenden sind so abweichend und unrichtig, dass man sie als blosse Augenmessungen und Muthmassungen betrachten muss. Hier ist daher ein grosses Feld zu bearbeiten, dem aber die bevorstehenden politischen Uneinigkeiten neue Hindernisse drohen, indem das Volk augenblicklich Krieg oder Verrath wittert, wenn es ein Signal sieht aufrichten u. drgl. und das in einer Zeit, wo man ihm den Verlurst seiner Religion, seiner Freiheit und seiner Interessen magisch vor die Augen stellt. Doch Nichts von Politik. Erlauben Sie noch zu fragen, ob man zuverlässige Regeln habe, um die Bodische Strahlenberechnung nach der Temperatur zu modificiren? Möchten Sie nicht die Güte haben, mir Ihre Bemerkungen mitzutheilen über die Verschiedenheit der Barometer-Höhenmessung bei verschiedenen Tagesstunden, athmosphärischen Gestalten, u. drgl. Hat uns Herr Prof. Wurm seither nichts mehr mitgetheilt? — Ich freue mich über die Mittheilung Ihrer Ansichten und Bemerkungen für die künftige Sommerarbeit; möchte nur Herr Trechsel das Geschäftchen mit gleicher Wärme auffassen und mit gleicher Gefälligkeit fortsetzen helfen.

Samuel Blatter an Horner, Interlaken 1833 II 11. Der Unterzeichnete hat vor einigen Jahren die Errichtung eines zweckmässigen und bequemen Wirthschaftsgebäudes unternommen beynahe auf dem Gipfel des Faulhorns, einer vom Grindelwald bis 5 Stunden entlegenen, vom Brinzersee in gächer Höhe biss an die Linie des ewigen Schnees sich erhebenden Mittelalp. Es steigt dieselbe mehr als 2500 Fuss über den Kulm der Rigi im Kanton Schweiz, mehr als 500 Fuss über das berühmte Hochspiz des grossen St. Bernhard im Kanton Wallis empor. Sie ist die höchste bekannte europäische Wohnung, und gewährt zugleich die erhabenste und ausgedehnteste aller schweizerischen Aussichten. Denn während man auf der einen Seite alle Firnen der Eiskolosse in

einer Reihe übersieht, auf die Gletscher niederschaut und die Lauwinen an den gegenüberstehenden Felsen niederstürzen hört, schweift auf der andern Seite der Blick weit hinaus in die Gefilde Frankreichs und Deutschlands. — Dieser merkwürdige Punkt konnte noch vor kurzem nur von den muthigsten Berggängern mit vieler Mühe und grossen Kosten erstiegen werden. Alles, auch das nothwendige Holz, musste von weitem her mitgetragen werden auf den mehrere Stunden von allen menschlichen Wohnungen und Hülfe entlegenen Ort. Da baute der Unterschriebene in seinen Kosten einen sichern Weg, auf dem auch Damen hinaufreiten können, bereitete das nöthige Gebäude von Stein, und fieng an alle Bequemlichkeiten der Städte den Reisenden zu gewähren. Bald mehrten sich sichtbar die Lustwandler. Naturforscher kamen ihre Beobachtungen anzustellen. Bey Jenni in Bern erschien die Beschreibung des Berges durch Pfarrer Schweizer, welcher ein genaues Panorama von Schmid beygefügt ist. — Allein während aus vielerley Gründen der Besuch durch Fremde zusehends stieg, fand sich der Unternehmer bey zu kleinen Kräften um allein und ohne Bedrückung der einzelnen Reisenden das wegen seiner Lage kostbare Werk auszuführen. Er opferte seinen von ihm sonst bedienten und sehr besuchten Gasthof zum schwarzen Adler in Grindelwald, und konnte sich doch nicht decken für ein Unternehmen, was zu wagen vor ihm keiner gedacht hatte, weil da oben nie eine Schenke, sondern nur ein Zufluchtsort für Lustreisende oder für wissenschaftliche Personen gebaut werden konnte. Und der Stifter dieser Herberge sieht sich im Falle diese in ihrer Art einzige Anlage aufgeben zu müssen, gerade da ihr Besuch und mit ihm die Hoffnung allfälliger einstiger Schadloshaltung zunimmt, wodurch sie wohl auf immer verloren gienge, oder er muss seine Zuflucht nehmen zu fremder Hülfe, zur Grossmuth desjenigen Theils der Gesellschaft, zu deren Genuss und Nutzen allein die Wirthschaft auf dem Faulhorn errichtet worden ist. Nur so kann er den Bau derselben vollenden und die in solcher Entlegenheit gewünschten Einrichtungen treffen . . . . . Dreitausend Schweizerfranken sind ihm nöthig um diese Stiftung zu erhalten, und darzu bittet er nicht um Geschenke,

sondern um beliebige Vorschüsse, wofür er Rechnung tragen wird . . . . Haben Sie Nachricht von Herrn Professor Kämtz in Hall, so bitte ich Sie sehr um die Güte mir von seinem Befinden Nachricht zu geben.

Horner an Trechsel, Zürich 1833 V 19. Schon seit einiger Zeit hatte ich gehofft, Ihnen, mein hochverehrter Freund, als ein dürftiges Gegengeschenk für Ihre geistvolle, inhaltsreiche Prorectoratsrede einen Zimmermannsspruch mittheilen zu können, den ich bey der Eröffnung unserer neuen Industrieschule zu halten hatte. Er hatte, wie Ihre Rede, das Lob der Mathematik zum Ziel, musste sich aber in viel niedrigeren Sphären bewegen, und sich begnügen dem sehr gemischten Auditorium zu zeigen, dass die Mathematik nicht etwa eine müssige menschliche Erfindung, sondern das Lieblingsgeschäft der Natur selbst sey. — Unsre neuen Lehranstalten sind frisch im Gange; besonders hat die Industrieschule einen grossen Zulauf, und Freund Mousson hat mit den grossen Lehrclassen vollauf zu thun. Später, wenn die Burschen besser vorbereitet sind, wird er auch leichtere Arbeit haben. Man hat ihn sehr gern; überhaupt ist das Lehrerpersonal am Gymnasium und der Industrieschule wohl ausgefallen; einzig für die Géométrie descriptive haben uns die Radicalen einen Berliner-Windbeutel aufgesalzen, der ein geschickter Architecturzeichner, aber schwach in mathematischen Kenntnissen, dabey übermüthig, begehrlich und gewinnsüchtig ist. Für Mathematik sind wir nun sehr gut versehen: zwei Fremde, ein Dr. Gräffe aus Braunschweig, Schüler von Gauss, und Rabe aus Wien, Schüler von Ettingshausen, beyde tüchtige Analysten, sind uns für alle Theile der Wissenschaft vollkommen genügend. Dabey sind sie auch von Charakter und Gemüth sehr vorzügliche, liebenswürdige Männer. Mit diesen, mit Mousson, Prof. v. Escher, Eschmann und meinem Neffen J. Horner haben wir eine geistreiche und belehrende Abendgesellschaft, die mir viel Vergnügen macht. Schlechter steht es mit der Hochschule; das medicinische Fach ist gut bestellt; aber die übrigen Doctrinen haben allzuwenig Zuhörer, und ich denke, wenn einmal die Berner-Universität ins Leben tritt, so werden uns die getäuschten Professoren gerne

verlassen. Möchten wir nur dann auch unsern Oken und die beyden Snell ebensogut loswerden können. — Die neuen Messstangen von hohlen Röhren sind nun bis aufs Abgleichen fertig; es geht nun an die Böcke und Gestelle und den etwas schwierigen Ablothungsapparat. Bis der betriebsame Dufour wieder hier ist, soll hoffentlich auch dieser fertig seyn. Gienge es nur mit meinen Schreibereyen auch etwas besser aus dem Wege! Aber da steht mir körperliche Mattigkeit und zunehmende Gedächtnissschwäche sehr entgegen. Ich verliere hiedurch entsetzlich viele Zeit. Der letzte Winter hat mich tüchtig mit rheumatischen Schmerzen heimgesucht und mich für den ganzen Februar ins Bett gebannt. Unsre häufigen Sitzungen, bald diejenigen des Grossen Rathes, welche jedesmal eine ganze Woche rein auffressen, bald die, oft jeden zweyten Tag wiederkehrenden des bisher viel beschäftigten Erziehungsrathes brachten mich dann noch um den Rest von Zeit und brauchbaren Zustandes. — Prof. Kämtz wird wohl bald wieder in der Schweiz erscheinen; er hat auf Herrn von Buch's Antrieb wieder Reisegelder und Dispensation erhalten; er gedenkt wieder auf dem Faulhorn und auch auf dem Rigi zu beobachten, und ist allerdings der Mann, der vermöge seiner körperlichen Kräfte, seiner Thätigkeit und seines Scharfsinns den Wissenschaften in diesem Gebite nützliche Dienste leisten wird.

Trechsel an Horner, Bern 1833 V 25. Ich danke Ihnen sehr für Ihre interessanten Mittheilungen über die Zürcherischen neu ins Leben getretenen Lehranstalten, unter denen das Gymnasium und die Industrieschule denn doch wohl die Hauptsache seyn dürften. Die Universitäten oder sogenannten Hochschulen scheinen nun einmal bey uns nicht gedeihen zu wollen. Eine allgemeine schweizerische Hochschule scheint der Cantonal-Geist, so wie die Verschiedenheit in Sprache, Religion und andern hundert Dingen nun einmal nicht aufkommen lassen zu wollen, und Cantonal-Universitäten scheinen vollends ein Contradictionem in adjecto zu involviren. Auch aus der unsrigen wird nach meiner Ueberzeugung nichts rechtes werden, zumal unter dem Einflusse und der Leitung des Radicalismus, obschon uns allerdings pecuniäre Mittel und

Subsidien nicht fehlen; ja sie dürfte nur zu leicht das Gute, was unsere bisherige bescheidene Academie noch halten und stiften konnte, vollends zerstören, sintemal nun einmal alles auf radicale Zerstörung abgesehen ist. Ich bin in allen diesen Dingen ganz passiv, habe keinen Theil an dieser projektirten Umgestaltung, und weiss auch nicht ob nicht überhaupt alle meine bisherigen Verhältnisse sich verändern dürften. Für mathematische Studien ist hier ungleich weniger zu hoffen als in Zürich. Alles drängt sich gegenwärtig zur lieben Juristerey und unser alte Fuchs und Mephistopheles Schnell überschwemmt so eben das Land mit einer wahren Sündfluth von Agenten, Rabulisten und Regierungs - Aspiranten. In einem Jahres-Kurs werden sie zu allem dem fix und fertig. Auch das Fach der Thierheilkunde, was gleichfalls zum Regime führt, findet ziemlich zahlreiche Jünger. Was lässt sich da für ernste, strenge Studien hoffen, die nicht unmittelbar einem niedrigen gemeinen Ehrgeiz und materiellen Interessen fröhnen? Dass viele Ihrer fremden deutschen Professoren sich in ihren Erwartungen getäuscht finden werden, denke ich wohl. Ich zweifle aber doch noch zur Zeit, dass wir Ihnen ihre beyden Snell noch zu unsern beyden Schnell abnehmen werden. Auch Oken lasse ich Ihnen für meinen Theil sehr gern. — Wird die Messung der Basis bei Zürich wohl im Herbst zu Stande kommen? Ich wünsche es. Ich würde trachten für einige Tage loszukommen, um beyzuwohnen und zu lernen.

Trechsel an Horner, Bern 1833 VI 2. Wir haben hier weder Declinatorium noch Inclinatorium, und leben hinsichtlich unserer magnetischen Verhältnisse in einer wahrhaft barbarischen Unwissenheit. Schon längst hegte ich den Wunsch und fühlte das Bedürfniss diese beyden Instrumente nach möglichst zweckmässiger Angabe und Einrichtung und mit möglichst entsprechender Genauigkeit durch einen geschickten und sachverständigen Künstler ausgeführt, auf unserm kleinen Observatorium aufgestellt und angewendet zu sehen. Meine freundliche und angelegene Bitte an Sie gienge nun zunächst dahin, mir gütigst sagen zu wollen, ob wohl Herr Oeri das eine oder andere dieser Instrumente, oder auch beyde allenfalls in Arbeit zu nehmen für mich die Gefälligkeit haben

würde, wobey ich mich dann insgeheim mit der Hoffnung schmeichle, dass dieselben unter einiger gütigen Weisung und Rath von Ihnen vorzüglich gut ausfallen würden. Sollte, wie ich wünsche und hoffe, Herr Oeri nicht nein sagen, so wünschte dann ferner den Preis für jedes Instrument, besonders approximativ zu wissen, um bey unserm Erziehungsdepartement, dem freylich diese Dinger und ihr etwelcher Nutzen schwer begreiflich zu machen seyn werden, auf daherige Autorisation anzutragen. — Dürfte es nicht der Fall seyn in diesem, wie es den Anschein hat, hell und günstig seyn wollenden Sommer, zu wo möglicher Erzielung einiger genauer Längendifferenzen in Genf, Bern, Zürich und Ober-Castel Sterne im Parallel und Nähe des Mondes zu beobachten, und sich dazu ungesäumt ans Werk zu machen? In Genf würde wohl, wenn Gautier seiner Augen und des Landaufenthaltes wegen etwa nicht könnte, der fleissige und geschickte Wartmann sich gerne dazu verstehen, — Sie hätten Hülfe die Fülle, — Oberst Schärer hat seinen Sohn bey sich und einen jungen Geometer, den ich ihm zur Aufnahme seiner Güter und zur praktischen Anleitung seines Sohnes zusende, — und auch mir würde es an der nöthigen Hülfe nicht fehlen.

Roger an Horner, Nyon 1833 VIII 17. J'ai enfin pu prendre l'essor et m'acheminer par le St Bernard à Aoste, et revenir par le Col du Mattherhorn en Valais. J'ai observé le baromètre*) là où j'ai pu. Je suis allé tout seul à grand peine, surtout chargé de mon sac, parapluie et baromètre au Montmort, sommité en ruine qui domine le St Bernard et permet de plonger jusqu'à Aoste. J'ai glissé en bas des neiges, j'ai fait dans les rochers une chûte dont une de mes jambes porte l'empreinte, j'ai fait tomber l'instrument d'un coin de l'appartement sur le plancher, tout cela impunément pour le baromètre. Mieux que cela il a été secoué et retourné brutalement par les douaniers d'Etroubes, qui sont les plus indignes gens de cette écume que j'ai jamais vus, et encore impunément.

*) Ein Reisebarometer von Oeri nach Horner'scher Construction, der jedoch Roger sehr mangelhaft ausgeführt schien.

Toutefois à mon départ d'ici la différence de collimation a été de + 0,0422[ct], au retour de + 0,0368, de sorte que vû la difficulté de ces appréciations surtout avec un instrument nouveau, je tiens le niveau pour identique. Par cette épreuve et l'expérience suffisante que j'ai faite, j'envisage la forme de l'instrument comme bien combinée et très avantageuse. Il est à peu près aussi précis que le Fortin, plus solide et bien plus léger et plus portatif.

L. F. Wartmann an Horner, Genève 1833 VIII 20. La très-intéressante lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'adresser le 22 Nov. dernier m'a procuré un grand plaisir par les sympathiques sentimens qu'elle m'exprime. Depuis Son Excellence le Ministre d'Etat Baron de Lindenau (auquel j'avais demandé des détails relatifs aux manuscrits laissés par notre illustre Patriarche, Monsieur le Baron de Zach) m'a écrit de Dresde pour me faire savoir qu'il se propose de publier une biographie de ce célèbre polygraphe, et que dans une excursion qu'il compte faire à Gênes (pour régler la succession dont il est nommé légataire universel, par un testament fait et déposé à Gênes en 1823), il passera à Genève pour me voir et pour prendre connaissance des lettres inédites que je possède. — Une chose qui m'interesse fort, et sur laquelle je suis dans une complète ignorance, c'est de savoir ce qu'est devenue la Table alphabétique et analytique de la Correspondance astronomique, qui était fort avancée et que l'on devait imprimer à Paris. Elle est indispensable aujourd'hui qu'il faut absolument que quelqu'un la termine.

L. F. Wartmann an Horner, Genf 1834 IV 18. Mon excellent ami Monsieur le Professeur Gautier, avec lequel j'ai souvent occasion de parler de vous, a donné, cet hiver, au musée académique, un cours élémentaire d'astronomie, qui a été suivi par un auditoire nombreux où l'on remarquait plusieurs dames et des étrangers de distinction. Il a su, avec son habileté ordinaire, captiver tous les esprits et se faire écouter du commencement à la fin avec un intérêt toujours croissant. — Vous savez que Monsieur John Herschel est heureusement débarqué en Afrique; il va s'occuper immédiatement de monter ses grands et importans appareils pour

commencer une nouvelle revue du ciel austral, qui parait promettre d'avance de précieux résultats. — Je viens de reçevoir le Traité d'Astronomie que ce savant célèbre a publié dans les derniers temps. C'est un chef d'oeuvre.

Munke an Horner, Heidelberg 1834 V 21. Leider muss ich Ihnen, mein theuerster Freund! eine Nachricht mittheilen, die Sie gleichfalls tief erschüttern wird. Unser lieber, trefflicher Brandes ist nicht mehr! Gestern erhalte ich einen höchst interessanten Brief von ihm selbst vom 28. April, worin er von seinen vielen Geschäften, von den Störungen redet, die das Rectorat ihm verursacht, von der Verheirathung seiner ältesten Tochter, etc., und dann von seiner Lieblings-Arbeit, dem Wörterbuche. Nachdem ich diesen gelesen, eröffne ich einen andern von der Administratur der Handlung und erfahre die Nachricht von seinem nach einer 9tägigen Krankheit am 17. Mai erfolgten Tode. Viele Zerstreuungen angenehmer Art konnten diesen Gedanken weder gestern, noch diese Nacht und jetzt von mir entfernen. Hätte er nur noch einige Jahre gelebt um mindestens die Studienjahre seines ältesten Sohnes beendigt zu sehen; so aber steht die Familie — ohne Vermögen — jetzt unversorgt und verlassen da. Diese Rücksicht und der Verlurst für die gelehrte Welt ist ungleich wichtiger als die Lücke die in der Arbeit unsers Wörterbuches entsteht, denn er hat zum Glück sein Pensum geliefert; jedoch rechnete ich sehr auf seine Hülfe, denn es ist mir sonst unmöglich mein Pensum zu übernehmen. Wer mir nun helfen soll, weiss ich in der That nicht. — Was ist nun anzufangen? Ich kann unmöglich alle Artikel in S übernehmen. Die astronomischen Saturn, Sonne, Sterne, etc. könnten Sie leicht übernehmen; aber wer liefert die optischen, namentlich gleich Schall, Spiegel? Vor allen Dingen wer liefert Mikroskop? Hiezu möchte ich v. Ettingshausen in Wien vorschlagen, ein gründlicher Gelehrter und gerade hiermit sehr vertraut. — Helfen und rathen Sie mir, mein theuester Freund, wie Sie können. Wahrlich meine Freude darüber, dass ein Hauptpunkt meiner Wärmetheorie durch die neuesten Versuche von Forbes mit dem Trevelyan-Instrument so glänzend bestätigt ist, ist mir bitter und schmerzlich verdorben. Der Mann war

allzutrefflich, durch solche Verlurste leidet die Menschheit im Ganzen, aber die Freunde ganz unaussprechlich.

Horner an Krusenstern, Zürich 1834 V 22. Wir haben hier dieses Frühjahr eine Basis von 10,000 Fuss gemessen mit hohlen eisernen Stangen von 3 Toisen Länge; die Zwischenräume wurden durch Einsenken eines stählernen Keils gemessen, eine Methode die grosse Schärfe gewährt. Der grösste Feind solcher Messungen bleibt immer die Ausdehnung des Eisens durch die Wärme, die man durch die angebrachten Thermometer nie mit Sicherheit erhält. — Die durch Humboldts Reisen in Russland gemachte Anregung hat schon treffliche Früchte getragen. Die magnetischen Beobachtungen von Erman und Fuss sind von bedeutendem Werthe für die Wissenschaft. — Einer meiner drey Neffen Horner*) reist morgen nach Holland um sich dort nach Batavia einzuschiffen, weil er in den holländischen Colonien als Naturforscher sich zu thun machen will. Er hat zwar noch keine Anstellung, aber sehr gute Empfehlungen. Obwohl nur 23 Jahre alt, ist er sehr geschickt, und besonders im Fache der Geognosie wohl zu Hause. Er hofft sich daselbst durch medicinische Praxis (er ist Dr. der Medicin und Chirurgie) durchzubringen, um den Wissenschaften obliegen zu können. — In Leipzig ist den 19. Mai Herr Prof. Brandes gestorben; ein grosser Verlurst für die Wissenschaften und für seine Freunde.**)

270. In den „Actes de la Société jurassienne d'émulation réunie à Bienne 1865" theilt X. Kohler (pag. 116 — 117) zwei Briefe des Bischofs von Basel mit, die Jak. Rosius (vergl. I 119—132) betreffen. Der Erste (von 1654) ist ein Empfehlungsbrief für Rosius, der damals eine Reise nach Augsburg, Frankfurt, etc. unternahm; der Zweite (von 1669) bedroht dagegen Rosius wegen einem den Tod Christi betreffenden Anhang seines Kalenders.

---

*) Ludwig Horner, 1811 geboren und 1838 auf Sumatra gestorben.

**) Es scheint diess der letzte Brief zu sein, den Horner, der leider seinem Freunde Brandes in wenigen Monaten folgen musste, an Krusenstern schrieb.

271. Zur Vermittlung des I 307—309 und 430 über die Sternwarte auf dem Karlsthurme Gesagten mag folgendes Schreiben hier Platz finden, welches die physikalische Gesellschaft am 18. Juni 1787 an die Regierung sandte, und mir Herr Staatsarchivar Strickler gefälligst mittheilte. Es lautet: „Unsern gnädigen Herren kann nicht unbekannt seyn, dass die naturforschende Gesellschaft unter andern Gegenständen ihrer Bemühungen auch die Stern-Kunde hat, und von Zeit zu Zeit, wenn sich unter ihren Mitgliedern Liebhaber und Kenner derselben fanden, verschiedene Versuche darin unternommen hat, zu dem End hin auch, sobald sie eine veste Form und Zusammenhalt erlangt hat, ein zwekmässig Observatorium als ein Bedürfnis ansehen und jede beste Gelegenheit ergreifen musste, ein solches einzurichten. — Die Grossmuth, womit unsere gnädigen Herren jeweilen, wie alle gemeinnützigen Institute unterstüzet, so auch mit besondern Hulden dieser Gesellschaft zugethan gewesen, erfülte ihren Wunsch und gewehrte schon bey Erbauung der erstern Gestalt des Karlsthurms am Münster unsere Absichten, in Anweisung und gnädiger Ueberlassung eines schicklichen Zimmers auf demselben zù einer Sternwarte, und in Einräumung der Zinne zu Aufpflanzung und Verwahrung nöthiger Instrumente. Bey der erfolgten Veränderung und dem wiederholten Bau dieses Thurms musste diese Gelegenheit abgetragen und bey Fürdaur des Baues des Glockenthurms dieses Sternwart-Zimmer den Hochwächtern eingeräumt werden. Während diesen nothwendigen Veränderungen aber geruheten U. G. Hr. sothanes Bedürfnis der Gesellschaft nicht zu vergessen, sondern die Wieder-Einräumung der Sternwart uns mit Grund hoffen zu lassen, insofehrn man solche wieder bedörfe, und die Umstände des geendigten Baues es erlauben. — In dieser Rücksicht, Gnädige Herren, waget es die naturforschende Gesellschaft Hochdenselben ihre Ehrfurchtsvolle Bitte neuerdings vorzutragen, die dahin geht, dass U. G. Hr. theils huldreich geruhen wollten ihr die Erlaubniss ein kleines Observatorium auf gemeldetem Thurm wieder einzurichten, zu ertheilen, theils den kleinen Bau desselben und daher entstehende Kosten durch dero löbl. Bauamt zur Unterstützung der Ge-

sellschaft gnädigst tragen und ausführen zu lassen. — Damit aber Euer Gnaden mit einem Blik den Wunsch in seinem bescheidenem Umfang überschauen mögen, nihmt sie die Freyheit beyliegenden Entwurf und Riss zu gnädiger Genehmigung ehrerbietigst vorzulegen,*) welchen sie als den zwekmässigsten, wennigst kostspieligen und mit der Schönheit des Gebäuds und seinem Geschmack sich gantz vertragenden, nach reifer Erdaurung befunden hat. — Sollten Ew. Gnaden geruhen, diese Ehrfurchtsvolle Bitte zu erhören, und durch dero löbl. Bauamt näher untersuchen zu lassen, so wird die Gesellschaft alle erforderliche Auskunft über allfällige Zweifel zu geben sich bemühen, und aus Hochdero gnädigen Willfahr einen neuen Beweggrund schöpfen, Ew. Gnaden Grosmuth zu preisen, und für dero Regierungs-Wohlstand Got zu biten."

272. Die I 49 gewünschte Vervollständigung der Geschichte des Bergwerks am Gonzen ist nun in ausgiebigster Weise durch Herrn Lehrer B. Zweifel gegeben und in dem „Berichte über die Thätigkeit der St. Gallischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft während des Vereinsjahrs 1875/76" abgedruckt worden.

273. Der Schrift von Stef. Franscini „Der Kanton Tessin, historisch, geographisch, statistisch geschildert. Aus dem Ital. durch G. Hagnauer. St. Gallen 1835 in 8" entnehme ich folgende Angaben über zwei tessinische Mathematiker: „Augustin Ramelli, welcher sich bald von Pontetresa, bald von Mesanzana nennt, war Hauptmann unter dem bekannten Marchese von Marignano, nachher in Frankreich unter Heinrich III. Nach Errichtung einer Buchdruckerei zu Paris in seinem eigenen Hause, verfasste und druckte er ein mühevolles Werk über Mechanik in italienischer und in französischer Sprache und versah es mit genauen Figuren. — Carl Franz Gianella, von Leontica im Blenio-Thal, wurde daselbst 1740 geboren, trat unter die Jesuiten, begab sich nach Turin und wurde der Freund und Amtsgenosse des berühmten Lagrange.

---

*) Entwurf und Riss wurden von dem jungen Ingenieur Joh. Feer gemacht.

Er schrieb in die Turiner-Miscellaneen einige Abhandlungen über angewandte Mathematik, und gab Elemente der Algebra und Geometrie heraus. Er lehrte Physik zu Mailand und Mathematik zu Pavia zehn Jahre hindurch. Er starb 1810.“ — Poggendorf kennt beide, lässt aber Ramelli (1531 — 1590) zu Maranzana bei Mailand, und Gianella (1740—1810) zu Mailand selbst geboren werden. In Beziehung auf Erstern mag er Recht behalten, da die Angaben von Franscini gar zu unbestimmt sind, dagegen dürfte der Zweite für die Schweiz zu reclamiren sein, wie ich diess schon IV 378 annahm.

274. In Beziehung auf III 105 ist nicht ohne Interesse, dass nach dem Lexikon von Leu im Jahre 1371 ein Jakob Arzet, und 1456 sogar ein Rudolf Arzet Rathsherr in Zürich wurde, dass also nicht nur in früherer Zeit das Geschlecht der Arzet in Zürich vorhanden war, sondern sogar der dort erwähnte Rudolf Arzet eine historische Person gewesen zu sein scheint.

275. Zu I 133 und 141 — 142 mag nachgetragen werden, dass der Sohn Jakob I Bernoulli, der 1687 geborne, und 1748 zum Rathsherrn ernannte Nicolaus Bernoulli, 1769 starb.

276. Die Zürcher - Stadtbibliothek besitzt ein hübsches Porträt „Imago Johannis Huldrichi Stampf. Anno aetatis sua 64. A. 1540“, auf welchem eine Art Diopterlineal abgebildet ist. — Nach Leu wurde Ulrich Stampf oder Stampfer A. 1526 Zeugherr.

277. Während des Sommersemesters 1838, den ich in Berlin zubrachte, verkehrte ich jede Woche einige Male mit Steiner,*) — bald indem ich ihn in seiner Wohnung besuchte, bald indem ich ihn zu einem Spaziergange abholte. Er erzählte mir dabei sehr häufig einzelne Episoden aus seinem Leben, und es dürfte für manchen Verehrer des grossen Geometers nicht ohne Interesse sein zu lesen, was ich mir damals (1838 VI 10) zur Erinnerung aufschrieb, ohne Anspruch auf absolute Richtigkeit zu machen: „Steiner ist von Uzistorf im Kanton Bern (circa 1796) gebürtig, und half seinen Eltern bis

*) Vergl. für ihn I 406 und Notiz 101, 159 und 256.

in sein 19. Jahr beym Ackerbau; schon von früher Jugend auf hatte er die Idee jede Generation müsse ihre eigenen Wege einschlagen, und diess wollte er sogar auf das Einlegen der Erdäpfel anwenden, was ihm öfters Strafe zuzog. Im 19. Jahre kam er in Pestalozzi's Institut nach Yverdon, wo der Lehrer der Mathematik (selbst ein Schüler Pestalozzi's, der sich unter Langsdorf etwas ausgebildet hatte) so gehaltlose und schwerfällige Vorträge hielt, dass sich Steiner bald ob ihm fühlte, indem die durch eigenes Nachdenken geführten Beweise bündiger als die des Lehrers waren. 1819 bezog er die Universität Heidelberg, wo er bey Schweins die Elemente der Integralrechnung hörte. 1821 kam er nach Berlin, wurde Lehrer an einer Schule und hörte daneben Hegel, Ideler, Ermann, etc. Durch die Pestalozzische Methode zum Selbstdenken und Selbstsuchen gewöhnt, konnte er sich nie entschliessen Bücher zu studiren, sondern er entlehnte aus ihnen höchstens die Resultate, und suchte sie auf eigenem Wege. So machte er einige Entdeckungen (nach seinem eigenen Urtheile circa ins 16. Jahrhundert gehörig). Jacobi, der eben in Berlin studirte, las dagegen sehr viel, und theilte ihm manche Sätze mit, die ihm besonders auffielen, — so unter Anderm zwei Sätze von Pappus. Diese demüthigten Steiner zum ersten Male, da alle seine Kunst nicht hinreichte sie zu lösen. Doch nach langer Arbeit gerieth es, der Kamm wuchs (nach seinem Ausdrucke) wieder, und er ging neuerdings auf Entdeckungen aus. (Forts. folgt.) [R. Wolf.]

Geometrische Mittheilungen

von

Wilh. Fiedler.

V. Ein neuer Weg zur Theorie der Kegelschnitte.

(Mit einer Figurentafel.)

Ich habe in der Centralprojection das Auge durch den Distanzkreis bestimmt, und es lag mir daher nahe, jeden reellen Punkt des Raumes durch den Kreis darzustellen, der die Länge seiner Normale zur Bildebene zum Radius und den Fusspunkt derselben zum Mittelpunkt hat; so dass ein beliebiger Kreis in der Bildebene die zwei Punkte repräsentirt, die in der Normale durch sein Centrum um den Betrag des Radius von ihr abstehen, zwei Punkte, die man wenn nöthig durch Festsetzung und Angabe eines Drehungssinnes unterscheiden wird. Ich habe mich dieser Darstellungsweise seit längerer Zeit gelegentlich bedient und hatte in den «Geometr. Mittheilungen» III und IV im 24. Band dieser «Vierteljahrsschrift» durch die Ableitung der Construction des Apollonischen Problems als Kegeldurchdringung Anlass dazu, die Idee und einige Hauptgrundlagen ihrer Entwickelung zu besprechen. Ich will heute in Kürze zeigen, wie sie nach darstellend geometrischer Methode zu einer Theorie der Kegelschnitte führt. Es ist erforderlich, über gerade und ebene Kreissysteme, sowie Büschel und Netze von Kreisen das Wesentliche vorauszuschicken. (1—9.)

1. Das Bild der Bahnlinie, welche ein Punkt im Raum durchläuft, ist nach unserer Grundvorstellung ein System von einfach unendlich vielen Kreisen in der Bildebene, deren Mittelpunkte die Orthogonalprojection der Bahnlinie auf dieselbe bilden und deren Radien als die Entfernungen der Punkte von dieser sich im Allgemeinen stetig ändern. Liegen die Mittelpunkte in einer Geraden, so werden Curven in der durch sie gehenden Normalebene zur Bildebene dargestellt; insbesondere gerade Linien in derselben durch Systeme von Kreisen, die einen gemeinsamen Aehnlichkeitspunkt im Schnittpunkt der Geraden mit der Bildebene haben oder bei denen der Abstand des Mittelpunktes von diesem zum Radius in einem festen Verhältniss steht, gleich der Cotan. ihres Winkels zur Bildebene; noch specieller die unter 45° zur Bildebene geneigten Geraden durch die Kreise aus den Punkten ihres Grundrisses, die sich in jenem Schnittpunkte berühren. Es mag erwähnt werden, dass jedes solche Bild eigentlich zwei zur Bildebene orthogonalsymmetrische Linien repräsentirt, woran im Folgenden nur gelegentlich erinnert werden wird; wir wollen die zweite von der ersten durch den Stern und von beiden ihre gemeinschaftliche Orthogonalprojection als mit dem Strich unterscheiden.

2. Das lineare einfach unendliche System von Kreisen oder das Kreisbüschel repräsentirt (siehe p. 224 a. a. O.) eine zur Bildebene orthogonalsymmetrische gleichseitige Hyperbel oder vielmehr die beiden orthogonalsymmetrischen Hälften H und H^* derselben in der Normalebene durch die Centrale H', mit dem Mittelpunkt im Durchschnitt der letzteren mit der Potenzlinie (Fig. 1). Die schneidende oder Hauptaxe liegt in der Bildebene also in der Centrale H', wenn das Büschel Nullkreise oder Grenzpunkte enthält; sie sind die den Hälften H und H^*

gemeinsamen Scheitel. Die Hauptaxe liegt dagegen in der Normale zur Bildebene durch den Mittelpunkt, wenn das Büschel zwei reelle Grundpunkte in seiner Potenzlinie besitzt; der Kreis, welcher ihre Entfernung von einander zum Durchmesser hat, repräsentirt die Scheitel der Hyperbel, er ist der kleinste reelle Kreis im Büschel. Die Potenzlinie stellt die den unendlich fernen Punkten der Hyperbel entsprechenden unendlich grossen Kreise des Büschels dar.

Die Kreise mit einerlei Berührungspunkt bilden den Grenzfall zwischen beiden Arten der Büschel, die Grenzpunkte sind reell und vereinigt, die repräsentirende Hyperbel hat die Hauptaxe Null oder sie ist übergegangen in das Paar der 45° Linien durch den Berührungspunkt. Die Involution auf der Centrale, welche die Kreise des Büschels bestimmen, ist parabolisch; im allgemeinen Falle sind die Grenzpunkte ihre Doppelpunkte.

Wenn man in allen Kreisen des Büschels die Endpunkte der zur Centrale normalen Durchmesser markirt, so giebt ihre stetige Aufeinanderfolge die Umlegung der durch dasselbe repräsentirten gleichseitigen Hyperbel in die Bildebene (Fig. 1.). Denkt man dieselbe Hyperbel als Umlegung mit der durch ihre andere Axe gehenden Normalebene zur Tafel, so erhält man ein zweites Büschel von Kreisen, welches die Centrale und Potenzlinie des ersten zur Potenzlinie und Centrale respective hat. Der Scheitelkreis **S** des ersten ist der Orthogonalkreis **0°** des zweiten Büschels. (Fig. 1.) Die Gleichung $Z^2 - X^2 = \pm \delta^2$ an der citirten Stelle sagt in der That mit $Z^2 = \delta^2 + X^2$ aus, dass der mit dem Radius δ um den Anfangspunkt beschriebene Kreis von den Kreisen des Büschels im Durchmesser und mit $Z^2 + \delta^2 = X^2$, dass er von denselben orthogonal geschnitten wird. Solche Büschel heissen conjugirt.

3. Wenn man die Darstellung des zur Bildebene ortho-

gonalsymmetrischen Linienpaares und der gleichseitigen Hyperbel in derselben Normalebene mit einander verbindet, so entspringen nach einander die Lehren vom Potenzkreis zweier Kreise und von der Abbildung durch reciproke Radien vectoren, sowie von der Potenz in Bezug auf einen Kreis; nämlich, um das nur kurz anzudeuten, die Sätze: Zu jedem Kreis des Büschels existirt ein zweiter Kreis desselben, der mit ihm einen gegebenen Punkt der Centrale zum äussern respective innern Aehnlichkeitspunkt hat — denn eine gerade Linie, welche die Hyperbel einmal schneidet, muss sie zum zweiten Mal treffen; liegt der besagte Aehnlichkeitspunkt auf der Peripherie des Kreises, so ist die Potenzlinie dieser zweite Kreis. Zu jedem beliebigen Paar von Kreisen aus Punkten der Centrale und einem ihrer Aehnlichkeitspunkte giebt es im Allgemeinen ein Paar von Kreisen im Büschel, die denselben Punkt zum gleichnamigen Aehnlichkeitspunkt haben — denn eine gerade Linie schneidet im Allgemeinen eine Hyperbel in zwei Punkten. Der um diesen Aehnlichkeitspunkt als Mittelpunkt beschriebene Kreis des Büschels ist für alle Paare der Kreise des Büschels, die jenen Aehnlichkeitspunkt haben, der entsprechende Potenzkreis und in Bezug auf ihn als Grundkreis reciproker Radien vectoren ist jeder Kreis eines solchen Paares im Büschel die Abbildung des anderen. (Siehe § 145 der «Analyt. Geom. der Kegelschnitte», Schluss.) Sein Radius ist die Ordinate der Hyperbel für jenen Aehnlichkeitspunkt. In Fig. 1 ist die Sehne zwischen den Punkten 1, 2 der Hyperbel **H**, **H*** mit den nach beiden Umlegungen derselben diese Punkte repräsentirenden Kreisen, den zugehörigen Aehnlichkeitspunkten A_{12} und I^{0}_{12} und den entsprechenden Potenzkreisen $\mathbf{P}^{A}_{12}$ und $\mathbf{P}^{OI}_{12}$ verzeichnet. Vertauscht man den Punkt 1 mit seinem symmetrischen 1* in jeder der

beiden Umlegungen, so erhält man mit der Geraden 1* 2 die Aehnlichkeitspunkte I_{12} und A^0_{12} derselben repräsentirenden Kreispaare uud die zugehörigen Potenzkreise P^I_{12} und P^{0A}_{12}. Die Kreise P^I_{12} und P^{0I}_{12} schneiden sich orthogonal und die gemeinsame Sehne ist die Gerade A_{12} A^0_{12}; ebenso die Kreise P^A_{12} und P^{0I}_{12} mit der Sehne $A^0_{12} I_{12}$. Die Kreise P^I_{12}, P^{0A}_{12} und ebenso P^A_{12}, P^{0A}_{12} schneiden sich in einem Durchmesser des letzten Kreises.

4. Das Büschel wird durch zwei Kreise bestimmt, ebenso die dargestellte Hyperbel durch die Endpunkte 1, 1* und 2, 2* ihrer zur Centrale normalen Durchmesser. Man construirt sofort linear die Asymptoten, somit den Mittelpunkt derselben und die Linie gleicher Potenzen im Büschel; für 3 als die eine 45° Richtung bestimmt man wie folgt die zugehörige Asymptote: Man verbindet den Schnitt von 11*, 2* 3 mit dem von 22*, 13 durch eine Gerade und erhält in ihrem Schnitt mit der Geraden 1* 2 einen Punkt der Asymptote, damit diese selbst, den Mittelpunkt etc. Die Ordinate der Hyperbel für den Aehnlichkeitspunkt A respective I beider Kreise giebt den Radius des Potenzkreises P^A respective P^I derselben. Aus dem Potenzkreis P als Grundkreis reciproker Radien und dem Kreise K_1 construirt man das Bild des letzteren K_2 nach dem gleichen Verfahren. (Fig. 4, 4*, 5.) Seien 2, 3 die Endpunkte des zur Centrale rechtwinkligen Durchmessers von P, und 1 ein Endpunkt des ihm parallelen Durchmessers von K_1, bezeichnen 4,5 die Richtungen der 45° Linien, so ziehe man den nach 1 gehenden Durchmesser des Potenzkreises und construire seinen Schnittpunkt 6 mit der gleichseitigen Hyperbel durch 1, 2, 3, 4, 5. Durch den Schnittpunkt von 34 mit 61 zieht man parallel zu 12 die Pascallinie p und durch ihren Schnitt mit 23 die 45° Linie 56; sie bestimmt 6 und damit den zur Centrale normalen Durch-

messer von K_2. Man bemerke, dass in den Fällen Fig. 4 und 4* der andere Potenzkreis — P^I bei 4, und P^A bei 4* — als mit dem Radius $r\,i$ gedacht werden muss, um K_1 und K_2 als entsprechend zu erhalten, indess in Fig. 5 auch der Potenzkreis P^I als reeller Grundkreis reciproker Radien erscheint. Dem Falle des Radius $r\,i$ entspricht eine Drehung um 90° zur Construction der Abbildung. (S. Art. 25.) Wenn sich die beiden Kreise K_1 und K_2 der Fig. 1 vereinigen, so dass die Durchmesserendpunkte 1 und 2, 1* und 2* zusammenfallen, so ist der zugehörige Aehnlichkeitspunkt A der Schnitt der entsprechenden Hyperbeltangenten und die zugehörige Hyperbelordinate giebt den Potenzkreis dieses Aehnlichkeitspunktes für jene vereinigten Kreise. Durch die Punkte 11* und den Schnittpunkt ihrer Hyperbeltangenten d. h. einen Punkt ihrer orthogonalen Symmetrieaxe, für den die Potenz gebildet werden soll, ist in der That die Hyperbel bestimmt. Bezeichnen wir (Fig. 2, 3) 1 durch 12, 1* durch 34, die 45° Richtungen mit 5, 6 und den Schnittpunkt der zugehörigen Tangenten mit P, so ziehen wir 45 bis zum Schnitt mit 12, 61 bis zu dem mit 34 und verbinden beide durch p; ihr Schnitt mit 23 giebt einen Punkt der Asymptote 56, damit diese, den Mittelpunkt und die Potenzlinie des Büschels; durch diese aber den um P mit der Quadratwurzel der Potenz beschriebenen Kreis P (Fig. 2, 3). Liegt P ausserhalb des Kreises, so schneidet der Potenzkreis P ihn rechtwinklig und den Scheitelkreis der Hyperbel im Durchmesser (Fig. 2); liegt er innerhalb, so wird er von ihm und dem Orthogonalkreis im Durchmesser geschnitten (Fig. 3). Die Potenzkreise zweier Kreise halbiren die Winkel zwischen denselben (Fig. 1) oder machen mit beiden gleiche Winkel.

5. Ein System von zweifach unendlich vielen Kreisen der Bildebene ist das Bild einer zu derselben orthogonal-

symmetrischen Fläche, wenn im Allgemeinen mit der infinitesimalen Annäherung der Mittelpunkte zweier Kreise auch die infinitesimale Annäherung ihrer Radien verbunden ist. Diese Fläche ist insbesondere ein Ebenenpaar, wenn alle Gruppen von je drei Kreisen des Systems eine gemeinsame Aehnlichkeitsaxe haben, die Spur der Ebenen in der Bildebene, deren Punkte die Kreise vom Radius Null im System liefern. Das Verhältniss zwischen dem Abstande des Mittelpunktes von der gemeinsamen Aehnlichkeitsaxe s und dem Radius des Kreises ist offenbar constant für alle Kreise des Systems; es ist die Cotan. des Winkels, den die Ebene mit der Bildebene einschliesst. (Vergl. Art. 1.) Weil durch drei Kreise drei Paare von Punkten 1, 1*; 2, 2*; 3, 3* dargestellt werden und drei Punkte eine Ebene bestimmen, so liefern jene vier Paare orthogonalsymmetrischer Ebenen, nämlich 123 und 1* 2* 3* mit der gemeinsamen Spur s, der die äusseren Aehnlichkeitspunkte A_{12}, A_{23}, A_{31} verbindenden Aehnlichkeitsaxe; 1* 23, 12*3* mit der Spur s_1 durch $I_{12}\,A_{23}\,I_{31}$; 12* 3, 1* 23* mit s_2 oder $I_{12}\,I_{23}\,A_{31}$ und 123*, 1*2*3 mit s_3 oder $A_{12}I_{23}I_{31}$. Drei Kreise haben also vier Aehnlichkeitsaxen. Eine Ausnahme bildet nur der Fall, wo die Mittelpunkte in einer Geraden liegen und daher die sechs Punkte des Raumes 1 2 3 1* 2* 3* nur eine Ebene durch diese bestimmen; alle Kreise der Ebene, die ihre Mittelpunkte in dieser Geraden haben, gehören diesem System an.

Die Verbindung von Ebene und gerader Linie und die von zwei Ebenen führen zu folgenden Sätzen: In jedem System von Kreisen mit gemeinschaftlicher Aehnlichkeitsaxe giebt es immer einen Kreis, der mit zwei gegebenen dem System nicht angehörigen Kreisen einen gemeinsamen Aehnlichkeitspunkt oder mit einem gegebenen dem System fremden Kreise einen vorgeschriebenen Aehnlichkeitspunkt

hat. Er ist das Bild des Schnittpunktes der Ebene mit der Geraden durch zwei Punkte des Raumes oder durch einen Punkt nach einem Punkte der Bildebene. Weil zwei Ebenen eine gerade Linie gemein haben, so besitzen zwei Kreissysteme mit je einerlei Aehnlichkeitsaxe gemeinsam eine einfach unendliche Reihe von Kreisen mit einerlei Aehnlichkeitspunkt. Und nach der Verbindung von Ebene und Hyperbel: In einem beliebigen Büschel von Kreisen giebt es im Allgemeinen zu jedem Kreise einen zweiten, der mit ihm einen Aehnlichkeitspunkt in einer gegebenen Geraden hat oder einem durch dieselbe gehenden ebenen System angehört.

6. Die Kreise eines Netzes oder eines linearen Gebildes zweiter Stufe repräsentiren ein zur Bildebene orthogonalsymmetrisches gleichseitiges Rotationshyperboloid oder die beiden durch die Bildebene getrennten Hälften **H**, **H*** desselben (siehe pag. 224 Bd. 24). Es hat die Normale zur Bildebene im Radical- oder Potenz-Centrum des Systems zu seiner Axe und ist ein einfaches Hyperboloid, wenn der Orthogonalkreis **O** reell ist, der seinen Aequator oder Kehlkreis giebt (Fig. 6), und ein zweifaches, sobald derselbe nicht reell ist (Fig. 7); im letzteren Falle werden die Scheitel des zweifachen Hyperboloides durch den um das Potenzcentrum beschriebenen kleinsten Kreis **S** des Netzes repräsentirt, der alle andern Kreise desselben im Durchmesser schneidet, weil alle diese Kreise in den Büscheln enthalten sind, die den durch das Potenz-Centrum gehenden zur Bildebene normalen Querschnitten des Hyperboloids entsprechen; im Falle des einfachen Hyperboloides sind die Punkte des Orthogonalkreises die Kreise vom Radius Null im Netz, und zugleich die Berührungspunkte der Systeme von einfach unendlich vielen sich berührenden Kreisen desselben, welche den geraden

Erzeugenden in den durch die Tangenten des Kehlkreises gehenden Normalebenen zur Bildebene entsprechen.

Wenn die reelle Axe des gleichseitigen Rotationshyperboloids verschwindet, so wird dasselbe zum gleichseitigen oder rechtwinkligen Rotationskegel und seine Darstellung dasjenige specielle Netz (Fig. 8), dessen sämmtliche Kreise durch einen Punkt gehen, der zugleich sein Orthogonalkreis und sein kleinster oder Scheitelkreis ist. Den zur Bildebene symmetrischen Kegelseitenpaaren entsprechend theilt es sich in unendlich viele Reihen mit einerlei Berührungspunkt.

Solche Hyperboloide und solche Kegel — auch mit beliebigen Spitzen — durchdringen einander in Kegelschnitten, weil sie den unendlichfernen Querschnitt mit einander gemein haben; insbesondere zwei Hyperboloide und zwei Kegel mit Spitzen in der Bildebene in je einer zur Bildebene orthogonalsymmetrischen Hyperbel, während die Durchdringung zweier Kegel mit beliebigen Spitzen oder eines solchen Kegels mit einem Hyperboloid jeder beliebige Kegelschnitt werden kann. Auf specielle Fälle der Durchdringung von drei und mehr Kegeln etc. will ich nicht eintreten.

7. Allgemein ist jeder Kegel darstellbar durch einen Kreis, der seine Spitze repräsentirt, und seine Leitcurve in der Bildebene; seine Punkte erscheinen als diejenigen Kreise, die mit jenem der Spitze einen Aehnlichkeitspunkt in der Leitcurve haben. Für den Rotationskegel mit zur Bildebene normaler Axe sind der Kreis der Spitze und der Spurkreis concentrisch, und für den gleichseitigen oder rechtwinkligen Rotationskegel fallen sie zusammen; alle Punkte seines Mantels werden durch Kreise dargestellt, die diesen Kreis berühren. Die Kreise von einerlei Radius in diesem speciellen Netz reprä-

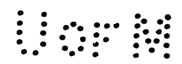


sentiren einen zur Bildebene parallelen Querschnitt. Man findet leicht die Kreise eines solchen Netzes, welche mit zwei willkürlich gewählten Kreisen einen gemeinsamen Aehnlichkeitspunkt besitzen, etc.; ebenso in einem allgemeinen Netz: Die gerade Linie durch die zwei Punkte trifft das Netz-Hyperboloid in den zwei Punkten, welche sie darstellen. Die Ordinate des Aehnlichkeitspunktes im Netz-Hyperboloid oder -Kegel giebt den Radius des Potenzkreises für die beiden Kreise des Netzes, und den Grundkreis, in Bezug auf welchen der eine immer das Bild des andern nach der Methode der reciproken Radien vectoren ist; die Kreise des Netzes ordnen sich in zweifach unendlich viele Paare in Bezug auf einen solchen Grundkreis, den Sehnen durch seinen Mittelpunkt entsprechend; die unter 45° geneigten unter denselben liefern als das entsprechende Paar von Kreisen die Potenzlinie des Büschels und den durch den Fusspunkt der Ordinate gehenden Kreis — die Abbildung des Kreises in die Gerade. Und (Art. 3) man sieht leicht: Der Winkel zweier Kreise oder Geraden, etc. bleibt bei der Abbildung durch reciproke Radien erhalten. Aber ich will in dieser Untersuchung wesentlich nur vom Berühren der Kreise handeln und bemerke hier nur, dass die Lehre vom Schneiden unter constanten Winkeln daraus mit entspringt (Art. 22). Jedes Netz enthält ferner im Allgemeinen ein einfach unendliches System von Kreisen, die mit einem gegebenen Kreise eine vorgeschriebene Aehnlichkeitsaxe haben; sie stellen die Punkte des ebenen Querschnittes dar, welchen das Netzhyperboloid oder der Netzkegel mit der Ebene durch jene Axe und den durch den Kreis repräsentirten Punkt bestimmt; so dass also die Mittelpunkte jener Kreise in einem Kegelschnitt liegen müssen. Ebenso mit drei Kreisen; da aber drei Kreise vier Aehnlichkeitsaxen und vier Paare zur Bildebene orthogonalsymmetrische



Ebenen bestimmen, so giebt es im Netz vier einfach unendliche je einen Kegelschnitt darstellende Systeme von Kreisen, die mit den drei gegebenen dieselbe Aehnlichkeitsaxe haben.

8. Nach dem Vorigen **bestimmen drei Kreise das Netz**, da ihr Potenzcentrum den Fusspunkt der Axe des entsprechenden gleichseitigen Hyperboloids und der Orthogonalkreis oder der von allen drei Kreisen im Durchmesser geschnittene Kreis der **Kehlkreis** des einfachen respective der Repräsentant der Scheitelpunkte oder der **Scheitelkreis** des zweifachen Hyperboloids ist. Dieselben drei Kreise bestimmen daher auch vier Kegelschnitte im vorigen Sinne, das Problem des **Apollonius** mündet also ein in eine constructive **Theorie der Kegelschnitte**: Die Centra der Apollonischen Kreise liegen paarweis in den vier Perpendikeln vom Potenzcentrum auf die Aehnlichkeitsaxen der drei Kreise und jede zwei solche Apollonischen Kreise bestimmen mit den drei gegebenen einen Kegelschnitt nach der folgenden Theorie; ihre Centra sind seine Brennpunkte und ihre Radien bestimmen seine Hauptaxenlänge. In Fig. 6 sind P_1, P_2, P_3 die Mittelpunkte der drei Kreise, K_1 und K_2 die beiden berührenden Kreise, deren Mittelpunkte in der vom Potenzcentrum auf die Aehnlichkeitsaxe s gehenden Normale liegen; der entstehende Kegelschnitt ist eine Ellipse mit der Summe ihrer Radien als Hauptaxenlänge. Natürlich gehören zu den drei gegebenen Kreisen drei Paare von Potenzkreisen P^A_{12}, P^I_{12}; P^A_{23}, P^I_{23}; P^A_{31}, P^I_{31}, von denen jedes der vier Tripel P^A_{12} P^A_{23} P^A_{31}, P^A_{12} P^I_{23} P^I_{31}, P^I_{12} P^A_{23} P^I_{31}, P^I_{12} P^I_{23} P^A_{31} zu einem Büschel von Potenzkreisen gehört, welches dem Kreissystem des zugehörigen Kegelschnitts zugeordnet ist. Der Orthogonalkreis schneidet die P^A orthogonal, die P^I im Durchmesser, etc. (s. Art. 22) Endlich ist von



dem System der drei Kreise ein einzelner nicht dem Netze angehöriger Kreis abhängig, das Bild des Pols ihrer Ebene im Netzhyperboloid, sowie die vorigen Büschel der Potenzkreise die Bilder der Querschnitte desselben mit den durch die Aehnlichkeitsaxen s, s_3, s_1, s_2 respective gehenden Normalebenen zur Bildebene sind.

Die Abbildung durch reciproke Radien aus einem Punkte des Orthogonalkreises verwandelt drei beliebige Kreise des Netzes in concentrale Kreise, weil den Orthogonalkreis in eine Gerade. Specieller: Zwei Kreise, die sich nicht schneiden, werden durch reciproke Radien aus den zugehörigen Grenzpunkten in concentrische Kreise abgebildet.

9. Von den Kreisen des Netzes geht durch jeden Punkt der Bildebene ein Büschel, das Bild der zur Bildebene symmetrischen gleichseitigen Hyperbel, in welcher der gleichseitige Rotationskegel aus jenem Punkte der Bildebene als Spitze das Netzhyperboloid durchdringt.

Durch zwei Punkte geht ein Kreis des Netzes, den beiden zur Bildebene symmetrischen Punkten entsprechend, die das Netzhyperboloid und die beiden Rotationskegel aus jenen gemein haben.

Und drei Punkte bestimmen immer einen Kreis, das Bild der Schnittpunkte der drei von ihnen ausgehenden gleichseitigen Rotationskegel; je zwei derselben durchdringen sich in einer gleichseitigen Hyperbel durch die senkrechte Halbirungslinie der Scheiteldistanz oder liefern ein Büschel mit dieser Geraden als Axe; der Schnitt der drei senkrechten Halbirungslinien ist der Mittelpunkt des Kreises, der diesen drei Büscheln gemeinsam ist und die beiden Durchschnittspunkte der Kegel repräsentirt.

Diese Sätze erweitern sich offenbar auf Berührung



mit festen Kreisen wie folgt: Ein beliebiger dem Netze nicht angehöriger Kreis wird durch zwei Systeme von einfach unendlich vielen Kreisen des Netzes berührt, deren Centra einen Kegelschnitt erfüllen und die eine feste Aehnlichkeitsaxe haben. Sie repräsentiren die Durchdringung des gleichseitigen Rotationshyperboloides vom Netz mit je einem der gleichseitigen Rotationskegel, welche der gegebene Kreis bestimmt, d. h. welche einen der von ihm repräsentirten Punkte zu Spitzen haben. Und alle diese Kreise berühren je noch einen zweiten festen Kreis, das Bild der Spitze des zweiten gleichseitigen Rotationskegels, der durch den Durchdringungskegelschnitt des ersten mit dem Hyperboloid hindurchgeht. Eine Ausnahme hiervon tritt nur in dem oben ausgeschlossenen Falle ein, wo der beliebige Kreis dem Netze angehört; wir haben dann die Durchdringung des aus einem Punkte des Netz-Hyperboloides beschriebenen gleichseitigen Rotationskegels mit demselben, einen Kegelschnitt mit Doppelpunkt: Im Falle des einfachen Hyperboloides das Paar seiner Geraden in der Tangentialebene im Scheitel; in dem des zweifachen die Spitze als unendlich kleine Ellipse allein. Im ersten Falle berühren die darstellenden Kreise den Grundkreis des Kegels in seinen Schnittpunkten mit dem Orthogonalkreis; im letzteren Falle giebt es keine solchen. Zwei beliebige dem Netze nicht angehörige Kreise werden im Allgemeinen von vier Kreisen des Netzes berührt; jene beiden Kreise repräsentiren zwei orthogonale Rotationskegel, die sich in einem Kegelschnitt durchdringen, der mit dem Netzhyperboloid höchstens vier reelle durch jene Kreise dargestellte Punkte gemeinsam haben kann; etc.

Es giebt ferner im Netz ein Büschel von Kreisen, die für einen gegebenen Punkt einerlei Potenz haben —



denn der Tangentenkegel aus diesem Punkte als einem Punkte der Hauptebene berührt in den Punkten einer Verticalebene also auf einer gleichseitigen Hyperbel, und die Ordinate des Punktes giebt die Quadratwurzel der Potenz; etc.

10. Bei der Hauptfigur der Betrachtungen des letzten Artikels will ich nun stehen bleiben. Sie kann gleichmässig angesehen werden als Durchdringung von Kegel und Hyperboloid, als solche von zwei Kegeln, und als ebener Querschnitt des Hyperboloids oder des Kegels und giebt die Theorie der Kegelschnitte auf Grund der Benutzung des Kreises und der gleichseitigen Hyperbel, der beiden elementaren Specialformen derselben. Die Durchdringung von Kegel und Hyperboloid haben wir in der Hauptsache schon betrachtet; wir können die einfach unendlich vielen Kreise des gemeinsamen Systems in Paaren construirt denken, entweder (Art. 21) mittelst der Parallelschnitte zur Bildebene, wobei sie gleichen Radius erhalten, oder mittelst der Verticalschnitte durch die Kegelspitze, wobei ihre Berührungspunkte mit dem den Kegel darstellenden Kreise auf einem gegebenen Durchmesser desselben liegen. Immer wird ihre Gesammtheit im Falle des einfachen Hyperboloids vom Kehlkreis desselben orthogonal und im Falle des zweifachen Hyperboloids vom Scheitelkreis desselben im Durchmesser geschnitten. Hierauf wird später (Art. 21) noch zurück zu kommen sein; eine Erweiterung giebt Art. 22.

Wir betrachten die Figur weiter als Durchdringung von zwei gleichseitigen Rotationskegeln mit den Spitzen M_1 und M_2 (Fig. 9). Wenn das Netzhyperboloid und der eine Kegel M_1 gegeben sind, so erhält man den andern Kegel M_2 durch Betrachtung des Meridians von jenem, welcher durch M_1 geht; die beiden Kegelseiten,



welche seine Ebene enthält, schneiden die Meridianhyperbel des ersteren ausser in ihren unendlich fernen Punkten noch je in einem Punkte A respective B; die durch AB gehende Normalebene zu diesem Meridian ist die Ebene des Kegelschnitts der Durchdringung. Wir denken den Meridian als Aufriss- und die Bildebene als Grundrissebene, die Schnittlinie beider als Axe x, so dass A und A'', B und B'' zusammenfallen, A' und B' in der Axe x liegen. Die zweiten 45° Linien durch A'' und B'' oder die Parallelen $A'' M_2''$ und $B'' M_2''$ zu $M_1'' B''$ und $M_1'' A''$ respective liefern dann die zweite Kegelspitze M_2 oder M_2'' und zugleich in x ihren Grundriss M_2', mit dem Kreise aus M_2' durch M_2'' als Darstellung. Wenn man im Schnittpunkte von $A'' B''$ oder s_2 mit x die Normale zu dieser errichtet, so hat man die erste oder Horizontalspur — schreiben wir s — der Ebene des Kegelschnitts der Durchdringung gezeichnet und $A' B'$ ist die Hauptaxe seines Grundrisses.

11. Von diesem Grundriss ergiebt sich aber nach dem Vorhergehenden sofort Folgendes. Die gleichseitigen Rotationskegel M_1, M_2 werden durch die aus M_1', M_2' respective durch M_1'', M_2'' beschriebenen Kreise K_1 und K_2 der Bildebene repräsentirt, in der Art, dass die Projection P' eines Mantelpunktes P von K_1 oder K_2 Mittelpunkt eines diesen Punkt darstellenden und somit K_1 oder K_2 im Durchstosspunkt der zugehörigen Kegelerzeugenden berührenden Kreises K_P ist. Somit ist die Orthogonalprojection des Durchdringungskegelschnitts der Kegel auf die Bildebene der Ort der Centra von Kreisen, welche jene beiden Kreise — wir wollen sie die Leitkreise oder Grundkreise nennen, so wie jene Kreise K_P die erzeugenden Kreise — berühren. Und weil alle Punkte eines solchen Kegelmantels, welche mit seiner Spitze auf



derselben oder der entgegengesetzten Seite der Grundrissebene liegen, durch Kreise repräsentirt werden, die mit dem Grundkreis innere, respective äussere Berührung haben, so ist diese Berührung der erzeugenden Kreise mit den Grund- oder Leitkreisen von gleicher oder entgegengesetzter Art für den ganzen Durchdringungskegelschnitt. In Folge dessen ist für alle Punkte seines Grundrisses im Allgemeinen entweder die Summe oder die Differenz ihrer Abstände von den Mittelpunkten M_1', M_2' der Leitkreise constant, d. h. diese sind die Brennpunkte des Kegelschnittes, den derselbe bildet. Die Unterscheidung der einzelnen Fälle folgt nachher.

Ich erörtere zunächst die Darstellung der Durchdringung. Aus den Kreisen K_1, K_2 als Repräsentanten der Kegel M_1, M_2 respective M_1, M_2^* erhalten wir den Grundriss ihrer Durchdringung mittels Hilfsebenen durch die Verbindungslinie der Kegelspitzen $M_1 M_2$ im ersten und $M_1 M_2^*$ im zweiten Falle; Ebenen also, deren Horizontalspuren durch den äusseren Aehnlichkeitspunkt A der Kreise als den horizontalen Durchstosspunkt der Verbindungslinie der Spitzen $M_1 M_2$ im ersten Falle und durch den innern Aehnlichkeitspunkt I derselben als Durchstosspunkt von $M_1 M_2^*$ im zweiten Falle gehen. Diese Ebenen theilen sich in Paare, welche zur Aufrissebene orthogonalsymmetrisch sind, der Durchdringungskegelschnitt erscheint daher im Aufriss als gerade Linie, im Grundriss als orthogonalsymmetrisch für die Gerade x oder $M_1' M_2'$ als Axe. Wenn A_1, B_1, respective A_2, B_2 die Durchmesserendpunkte der Kreise K_1, K_2 in der Symmetrieaxe x sind, so liefern die Schnittpunkte der Umrisserzeugenden $A_1 M_1''$, $B_2 M_2''$ und $B_1 M_1''$, $A_2 M_2''$ die Endpunkte A'', B'' des Aufrisses und damit in $A'' B''$ diesen selbst, die Vertical-



spur s_2 und damit auch die Horizontalspur s seiner Ebene; die zugehörigen Grundrisse A', B' in x sind die Endpunkte des in der Symmetrieaxe liegenden Durchmessers oder der Hauptaxe des Grundrisses.

Wenn $M_2{}^*$ an die Stelle von M_2 tritt, so sind die Schnitte von $A_1\,M_1{}''$, $A_2\,M^*{}_2{}''$ und von $B_1\,M_1{}^{*''}$, $B_2\,M_2{}^{*''}$ die Endpunkte $A^{*''}$, $B^{*''}$ des Aufrisses, ihre Verbindungslinie die Verticalspur der Ebene des Durchdringungskegelschnittes; die Horizontalspur derselben ist die nämliche wie vorhin, weil sie zugleich die Chordale oder Potenzlinie der Grundkreise ist.

12. Ist nun — für den ersten Fall — h eine durch den äusseren Aehnlichkeitspunkt A der Grundkreis gehende Gerade (Fig. 10), also die Horizontalspur einer Hilfsebene, so begegnen sich die Radien $M_1{}'\,H_1{}'$, $M_2{}'\,H_2{}'$ ihrer in der Aehnlichkeit für A nicht entsprechenden Schnittpunkte $H_1{}'$, $H_2{}'$ mit den Grundkreisen K_1, K_2 oder kurz die nicht parallelen Radien derselben in einem Punkte P' des Grundrisses vom Durchdringungskegelschnitt, und die zugehörigen Tangenten $H_1{}'\,S$, $H_2{}'\,S$ von K_1, respective K_2 liefern den horizontalen Durchstosspunkt S seiner entsprechenden Tangente, so dass die Gerade $P'S$ diese selbst ist. Da $P'H_1{}' = P'H_2{}'$ ist, so sind $\Delta\,H_1{}'\,P'\,H_2{}'$ und also auch $\Delta\,H_1{}'\,S\,H_2{}'$ gleichschenklig, die Gerade $P'\,S$ ist die gemeinsame Höhe beider und hälftet daher rechtwinklig die Grundlinie $H_1{}'\,H_2{}'$; der Durchstosspunkt S ist ihr Schnitt mit der Spur s. Der um P' durch $H_1{}'$ und $H_2{}'$ beschriebene Kreis ist der erzeugende Kreis für den Punkt P', beide Grundkreise in $H_1{}'$ respective $H_2{}'$ berührend, und ist zugleich der Repräsentant des Punktes P der Durchdringung in der Punkt-Kreis-Abbildung. Die Geraden $P'H_1{}'$, $P'H_2{}'$ sind seine Brennstrahlen oder Radien vectoren. Die zugehörige Tan-

gente $P'S$ halbirt den Winkel zwischen den letzteren. Man erkennt auch aus der Figur leicht den Satz: Die orthogonalsymmetrischen Punkte zum Mittelpunkte des einen Grundkreises z. B. M_1' in Bezug auf die Tangenten des Kegelschnittes liegen in einem mit der Hauptaxe als Radius um den Mittelpunkt des andern M_2' beschriebenen Kreise (Fig. 10). Und die bezüglichen Punkte in den Tangenten oder die Fusspunkte der Perpendikel von einem Brennpunkt auf die Tangenten liegen in demjenigen Kreise, der die Hauptaxe zum Durchmesser hat (Fig. 10).

Dieselbe Hilfsebene h liefert zwei Punkte P' mit parallelen Tangenten; ihre Verbindungslinie ist ein Durchmesser vom Grundriss des Durchdringungskegelschnitts; im Schnitt desselben mit x oder A' B' liegt sein Mittelpunkt.

Wird h um A durch alle Lagen gedreht, in denen es immer beide Grundkreise trifft, so entstehen nacheinander alle Punkte des Kegelschnittes. In der Grenzlage der gemeinsamen Tangenten der Grundkreise aus A — falls solche existiren — fallen die in der Aehnlichkeit für A correspondirenden Punkte der Kreise mit den nicht correspondirenden zusammen, die zugehörigen Radien sind parallel und liefern die unendlich fernen Punkte des Grundrisses, die gemeinsamen Tangenten selbst sind die ihnen entsprechenden erzeugenden Kreise, die vom Mittelpunkt ausgehenden Normalen derselben die zugehörigen Tangenten d. h. die Asymptoten.

13. Wir können nun leicht die verschiedenen Hauptfälle übersehen, welche die Construction aus Grundkreisen von endlichen Radien r_1, r_2 liefert. Wenn dieselben



1) aussereinander liegen, so entstehen für die Kegelspitzen auf einerlei und für die auf verschiedener Seite der Bildebene oder für den äusseren Aehnlichkeitspunkt A und den inneren I, also für die gleichstimmige respective ungleichstimmige Aehnlichkeit und die gleichartige respective ungleichartige Berührung der erzeugenden Kreise mit den beiden Grundkreisen confocale Hyperbeln mit den Hauptaxenlängen $(r_1 - r_2)$ respective $(r_1 + r_2)$. Fig. 9 giebt die Construction der ersteren, von der zweiten nur die der Scheitel A^* und B^* und der Asymptoten. Mit $r_1 = r_2 = r$ geht die erste Hyperbel in die Chordale oder Potenzlinie der Grundkreise über, die erzeugenden Kreise bilden, wir wollen sagen, ein Büschel mit zwei Grundkreisen statt zwei Grundpunkten, die Durchdringung selbst ist eine zu der die Spitzen M_1, M_2 enthaltenden Parallelen zur Bildebene symmetrische gleichseitige Hyperbel. Die zweite der ungleichartigen Berührung entsprechende Hyperbel hat die Hauptaxenlänge $2r$.

Berühren sich insbesondere die Grundkreise von aussen, so erhält man für den äusseren Aehnlichkeitspunkt und mit gleichartiger Berührung eine Hyperbel von der Hauptaxenlänge $r_1 - r_2$ und für den inneren mit ungleichartiger das von den Centren nach aussen gehende Stück der Centrale, eine Hyperbel, bei der die Brennpunkte mit den Scheiteln zusammenfallen. Im Falle gleicher Radien wird zugleich die erstere Hyperbel zur gemeinsamen Tangente der Grundkreise in ihrem Berührungspunkt mit verschwindender Hauptaxe oder mit in der Mitte zwischen den Brennpunkten vereinigten Scheiteln.

Wenn sich 2) die Grundkreise schneiden (Fig. 10), so entspringt der Benutzung des äusseren Aehnlichkeitspunktes mit gleichstimmiger Aehnlichkeit und gleichartiger

Berührung der erzeugenden Kreise eine Hyperbel von der Hauptaxenlänge $(r_1 - r_2)$ (die Figur giebt sie an, ihre Scheitel A und B und ihre Asymptoten) und derjenigen des inneren Aehnlichkeitspunktes oder der ungleichstimmigen Aehnlichkeit und ungleichartigen Berührung eine confocale Ellipse mit der Hauptaxenlänge $(r_1 + r_2)$; die Figur 10 giebt die Scheitel A^*, B^*, den Durchmesser $P' P'$ aus der Hilfsebene h mit den erzeugenden Kreisen und Tangenten, den Hauptkreis und den mit $(r_1 + r_2)$ um M_2' beschriebenen Kreis der symmetrischen zu M_1' für die Tangenten. Im Falle $r_1 = r_2 = r$ wird die erstere Curve zur Potenzlinie in gleicher Bedeutung wie unter 1) und die letztere hat die Hauptaxenlänge $2r$.

Bei innerer Berührung der Grundkreise liefert der Berührungspunkt als äusserer Aehnlichkeitspunkt mit gleichstimmiger Aehnlichkeit und gleichartiger Berührung die Centrale mit den Brennpunkten, der innere Aehnlichkeitspunkt mit der ungleichartigen Berührung und ungleichstimmigen Aehnlichkeit eine Ellipse von der Axenlänge gleich $(r_1 + r_2)$.

Liegen endlich die Grundkreise 3) in einander, so giebt (Fig. 11) der äussere Aehnlichkeitspunkt oder die gleichstimmige Aehnlichkeit und gleichartige Berührung der erzeugenden Kreise eine Ellipse mit der Axenlänge $(r_1 - r_2)$ und der innere Aehnlichkeitspunkt oder die ungleichstimmige Aehnlichkeit und ungleichartige Berührung eine Ellipse von der Axenlänge $(r_1 + r_2)$. In diesen letzteren beiden Fällen ist Gleichheit der Radien nach der Natur der Sache unmöglich. Der hierher gehörende Fall concentrischer Kreise liefert, wie sofort ersichtlich, im Falle des Mittelpunktes als äusseren respective innern Aehnlichkeitspunktes oder für die Kegelspitzen auf einerlei oder ver-

schiedener Seite der Bildebene mit gleichartig respective ungleichartig berührenden erzeugenden Kreisen zwei concentrische Kreise vom Durchmesser gleich der Differenz respective gleich der Summe der Radien.

14. Wir können nun zu der betrachteten Kegeldurchdringung das einzige existirende gleichseitige Rotationshyperboloid mit der Bildebene als Hauptebene construiren, welches dieselbe enthält. Sein Meridian in der durch die Axe AB gehenden Normalebene zur Bildebene ist die gleichseitige Hyperbel durch die Scheitel A und B, die die Axe x zur einen Axe hat, und dessen Umklappung in die Bildebene die durch A'', B'' und ihre für x orthogonalsymmetrischen Punkte bestimmte gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten wie in Art. 4 construirt werden. Die Normale zur Bildebene in ihrem Mittelpunkt ist die Axe des Hyperboloids; ist die in x liegende Axenlänge reell, so ist das Hyperboloid ein einfaches, der über der Axe als Durchmesser beschriebene Kreis, der Potenzkreis der Grundkreise für den bei der Construction benutzten Aehnlichkeitspunkt, sein Kehlkreis **O**, natürlich auch der Orthogonalkreis der sämmtlichen erzeugenden Kreise des Kegelschnittes nach Art. 5; im andern Falle ist das Hyperboloid ein zweifaches, der Potenzkreis des benutzten Aehnlichkeitspunktes ist sein Scheitelkreis **S** und schneidet alle erzeugenden Kreise des Kegelschnittes im Durchmesser. Nur im ersten Falle giebt es unter den erzeugenden Kreisen des Kegelschnittes solche, die einander berühren, ihre Berührungspunkte liegen im Kehlkreis oder Orthogonalkreis und sind Kreise vom Radius Null im Netz. Wir constituiren eine betreffende Raumanschauung durch die Bemerkung, dass der betrachtete und der zu ihm in Bezug auf

die Bildebene orthogonalsymmetrische Kegelschnitt — der durch die gleichzeitige Vertauschung der Kegelspitzen M_1, M_2 mit ihren symmetrischen M_1^*, M_2^* entsteht — auf demselben Hyperboloid liegen und dieselbe Darstellung haben; und dass dann berührende Paare erzeugender Kreise Punkte auf derselben geraden Erzeugenden des Hyperboloids sind, von denen der eine im ersten und der andere im zweiten Kegelschnitt liegt. Ich erinnere gelegentlich dieser Andeutung auch an den Ausnahmefall des Art. 9. (S. jedoch Art. 21).

15. Ich will nun die einzelnen Fälle in der Reihenfolge von vorhin für dieses Hyperboloid characterisiren.

Bei aussereinander liegenden Grundkreisen 1) und Kegelspitzen auf derselben Seite der Ebene oder gleichstimmiger Aehnlichkeit erhalten wir ein einfaches Hyperboloid oder den Potenzkreis P^A des äusseren Aehnlichkeitspunktes als Kehlkreis und Orthogonalkreis O; bei ungleichstimmiger Aehnlichkeit ein zweifaches Hyperboloid mit dem Potenzkreis P^I als Scheitelkreis S. Für gleiche Radien insbesondere wird die Potenzlinie der Grundkreise zum Kehl-Orthogonal- und Potenzkreis P^A, der Potenzkreis P^I zum Scheitelkreis des zweifachen Hyperboloids durch die Hyperbel von der Hauptaxe $2r$. Im Falle der von aussen berührenden Grundkreise ist der Potenzkreis P^A Kehlkreis des Hyperboloids durch die entstandene Hyperbel; der Potenzkreis P^I ist ein Punkt, das zugehörige Hyperboloid zugleich einfach und zweifach, nämlich ein Kegel; jener Punktkreis schneidet alle erzeugenden Kreise aus den Punkten der Centrale zugleich orthogonal und im Durchmesser.

Wenn sich 2) die Grundkreise schneiden, so ist sowohl das Hyperboloid durch die Hyperbel als das durch die Ellipse einfach, die Potenzkreise P^A und P^I der Grundkreise sind Kehl- und Orthogonalkreise O, O^* derselben (Fig. 10).

Sind die Radien dabei gleich, so wird $\mathbf{P}^A$ zur Potenzlinie derselben, $\mathbf{P}^I$ bleibt Kehl- und Orthogonalkreis für das die Ellipse enthaltende Netz-Hyperboloid.

Berühren sich die Kreise von innen, so entsteht im Falle des äusseren Aehnlichkeitspunktes dieser selbst als Potenzkreis $\mathbf{P}^A$, Kehl- und Scheitelkreis **O**, **S**, d. h. ein Kegel, und im Falle des inneren Aehnlichkeitspunktes der Potenzkreis $\mathbf{P}^I$ als Kehl- und Orthogonalkreis **O*** des einfachen Hyperboloids durch die erzeugte Ellipse.

Liegen 3) die Grundkreise in einander, so ist der Potenzkreis $\mathbf{P}^A$ Scheitelkreis **S** des zweifachen Hyperboloids durch die erste Ellipse und der Potenzkreis $\mathbf{P}^I$ Kehlkreis **O*** des einfachen Hyperboloids durch die zweite (Fig.11). Concentrische Kreise liefern $\mathbf{P}^A$ als Scheitelkreis **S** eines zweifachen und $\mathbf{P}^I$ als Kehlkreis **O*** eines einfachen Hyperboloids.

16. So liefern also zwei Kreise K_1, K_2 allgemein als Grundrisse der Durchdringung ihrer Kegel M_1, M_2 oder M_1, M_2^* zwei confocale Kegelschnitte und als durch dieselben gehend zwei gleichseitige Rotationshyperboloide, die die Bildebene zur Hauptebene haben. Diese Hyperboloide durchdringen einander in einer zur Bildebene symmetrischen gleichseitigen Hyperbel in der durch die Spur s der beiden Kegelschnittebenen gehenden Normalebene zur Bildebene, deren Darstellung ein Kreisbüschel ist, welches mit den erzeugenden Kreisen des einen wie des andern Kegelschnittes zu je einem Netz gehört oder dessen Kreise die Orthogonalkreise beider orthogonal, die Scheitelkreise aber im Durchmesser schneiden; es hat die Schnittpunkte der Grundkreise zu Nullkreisen oder Grenzpunkten (S. Art. 22); der Mittelpunkt eines beliebigen Kreises in diesem Büschel ist Durchstosspunkt von zwei Tangenten und von unendlich vielen

Sekanten eines jeden der Kegelschnitte, also auch für die Paare der zugehörigen erzeugenden Kreise gleichnamiger Aehnlichkeitspunkt; der zugehörige Kreis des Büschels selbst ist der Grundkreis reciproker Radien, für welchen jeder der einen solchen Berührungspunkt darstellenden Kreise sich selbst entspricht, und für welchen jedes die Schnittpunkte einer Sekante darstellende Paar von erzeugenden Kreisen des Kegelschnittes einander entspricht oder er ist der gemeinsame gleichartige Potenzkreis aller dieser einfach unendlich vielen Paare.

Die vorigen Bemerkungen gehören im Grunde schon zu der Untersuchung der *Kegelschnitte als ebener Querschnitte von Hyperboloiden*, auf die ich weiterhin kurz zurück kommen muss. Jedoch ist derselben auch hier als eines *Grenzfalles* nothwendig zu erwähnen. Wir haben nämlich noch des Falles der *Grundkreise mit nicht endlichem Radius* zu gedenken und erinnern, dass ein Grundkreis mit dem Radius Null einen gleichseitigen Rotationskegel aus einem Punkte der Bildebene und mit zu ihr normaler Axe darstellt, indess ein Grundkreis mit unendlich grossem Radius also eine gerade Linie als Kegel eine durch dieselbe gehende zur Bildebene unter 45° geneigte Ebene liefert.

17. Damit treten folgende *fünf Fälle* in unsere Betrachtung ein: 1) und 2) Grundkreis K_1 mit Radius Null oder mit Radius Unendlich bei endlichem Radius des Grundkreises K_2. 3) und 4) Grundkreis K_1 mit Radius Null oder mit Radius Unendlich bei verschwindendem Radius von K_2. 5) Grundkreis K_1 und K_2 von unendlich grossem Radius. Und man sieht, dass diese fünf Fälle der Reihe nach entsprechen der Durchdringung eines gleichseitigen Rotationskegels mit Spitze in der Bildebene mit einem beliebigen

Kegel dieser Art; einer 45° Ebene mit einem beliebigen Kegel; zweier Kegel aus Punkten der Bildebene; einer 45° Ebene mit einem Kegel aus einem Punkte der Bildebene; zweier 45° Ebenen mit parallelen Spuren. Ich unterdrücke die leicht zu bildenden Figuren.

Unter diesen Fällen sind die letzten vier wirkliche Specialfälle und mögen daher hier vor dem ersten besprochen werden. Zwei Grundkreise vom Radius Null liefern die ihre Centraldistanz senkrecht hälftende Gerade als Centrale eines Kreisbüschels, welches ihre Centra zu reellen Grundpunkten hat — eine gleichseitige zur Bildebene orthogonalsymmetrische und sie nicht schneidende Hyperbel (Fall 3).

Ist der eine Grundkreis vom Radius Unendlich, so entsteht als Grenzfall die Parabel, der Querschnitt einer 45° Ebene mit einem Kegel unserer Art, Fälle 2 und 4; wir werden sehen, dass der eine dieser Fälle immer in den andern übergeführt werden kann.

Sind die Radien beider Grundkreise unendlich gross (Fall 5), so projicirt sich der Durchschnitt der zugehörigen 45° Ebenen als die zu den Spuren beider parallele Mittellinie derselben und als die unendlich ferne Gerade.

18. Bekanntlich ändert sich die Orthogonalprojection einer Raumfigur auf eine Ebene nicht, wenn diese so parallel sich selbst verschoben wird, dass jeder ihrer Punkte in der durch ihn gehenden Normale der Ebene fortschreitet. Also ändert sich auch der von uns betrachtete Grundriss des Durchdringungskegelschnittes von zwei Kegeln M_1, M_2 respective M_1, $M_2{}^*$ nicht, wenn man die Bildebene in dieser Weise verschiebt, ohne dass die Kegel selbst ihre Lage ändern. Wohl aber ändern sich dabei die Grundkreise, die darstellenden Kreise der Kegelspitzen; für die Lage der Spitzen auf einerlei Seite der Bildebene nehmen die Radien

beider gleichzeitig um gleich viel ab oder zu, indess für die Lage auf verschiedenen Seiten der Bildebene der eine so viel wächst als der andere abnimmt, so dass in der That (vergl. Art. 13) im ersten Falle die Differenz im zweiten Falle die Summe derselben unverändert bleibt. Dieselben Brennpunkte und die nämliche Axenlänge liefern denselben Kegelschnitt. Man wird das leicht construirend verfolgen. Wir lernen also, dass ein Kegelschnitt unendlich viele Paare von Grundkreisen hat, welche für gleichstimmige Aehnlichkeit und gleichartige Berührung constante Differenz und für ungleichstimmige Aehnlichkeit und ungleichartige Berührung constante Summe der Radien besitzen. Grundkreise, die sich nicht schneiden, gehen auf unendlich viele Arten in schneidende Grundkreise über; die Schnittpunkte sind axensymmetrische Paare von Punkten des Kegelschnittes, den sie erzeugen — siehe da die elementare Construction des Kegelschnitts aus den Brennpunkten und der Länge der Hauptaxe. Es ist klar, dass unter den unendlich vielen Grundkreis-Paaren zwei Paare vorkommen, wo der eine vom Radius Null ist, während der andere die Axenlänge zum Radius hat; entsprechend den beiden Verschiebungslagen der Bildebene, wo dieselbe durch die Spitze des einen und wo sie durch die Spitze des andern Kegels geht. Die damit eintretenden Aenderungen der Construction sind sehr einfach.

19. Ist also dem entsprechend ein Grundkreis K_1 und ein Brennpunkt K_2 gegeben, so ist evident, dass der letztere als punktförmiger Leitkreis zugleich der innere und äussere Aehnlichkeitspunkt A, I und auch Potenzkreis P^A und P^I ist; d. h. die beiden nun entstehenden Kegelschnitte sind identisch. Geht man aber von den Kreisen K_1 und K_2 mit beiderseits endlichen Radien aus und macht

durch Verschiebung nach M_2 respective $M_2{}^*$ den Radius von K_2 in beiden möglichen Arten verschwinden, so dass K_1 das erste Mal die Differenz $(r_1 - r_2)$ und das andere Mal die Summe $(r_1 + r_2)$ zum Radius erhält, so bleiben die Hyperbel dort und die Ellipse hier im Grundriss unverändert, verschieben sich aber, wenn die Projectionsebene fest gedacht wird, im Raume parallel sich selbst so, dass sie nun statt auf zwei verschiedenen Hyperboloiden auf einem und demselben zur Bildebene orthogonalsymmetrischen gleichseitigen Rotationskegel mit dem Brennpunkt als Mittelpunkt gelegen sind. Die Spuren beider Kegelschnittebenen, die vorher in s vereinigt waren, sind in verschiedene Gerade s_0 und $s_0{}^*$ auseinander gerückt; auf der ersteren liegt für jedes Paar der erzeugenden Kreise der Hyperbel ein innerer, auf $s_0{}^*$ für jedes Paar der Ellipse ein äusserer Aehnlichkeitspunkt; sie sind die dem Brennpunkt K_2 entsprechenden Directrixen der Kegelschnitte.

Die Parabel aus 45° Ebene und Kegel mit beliebiger Spitze oder aus Linie und Grundkreis kann durch Parallelverschiebung der Bildebene nach dieser Spitze in den Durchschnitt der 45° Ebene mit einem Kegel aus der Bildebene oder aus Linie und Punkt verwandelt werden; die gerade Linie hat sich dabei um den Radius des Grundkreises verschoben und ist wie der letztere zum Brennpunkt ihrerseits zur Directrix der Parabel geworden. Die Parabel erscheint als Ort vom Mittelpunkt eines Kreises, der eine feste Gerade berührt und durch einen festen Punkt geht; die zugehörige Tangente erscheint als senkrecht Halbirende der Strecke vom Berührungspunkte mit jener zu diesem; die Gerade ist der Ort der orthogonalsymme-

trischen des Brennpuntes in Bezug auf die Tangente der Parabel.

20. Damit wende ich mich endlich zur Betrachtung des Kegelschnittes als Querschnitt seiner Ebene mit dem gleichseitigen Rotationskegel respective Hyperboloid und beginne anschliessend an das Vorige mit dem ersteren. Manches hierher Gehörige ist in dem Vorigen schon enthalten und ich habe nur das noch nicht Erwähnte hier beizufügen. Die Spur s der Ebene sahen wir als Ort der Aehnlichkeitspunkte der erzeugenden Kreise des Kegelschnitts in Paaren; die Halbmesser eines solchen Paares stehen also im Verhältniss der Abstände ihrer Centra von s oder das Verhältniss vom Radius eines erzeugenden Kreises zum Abstand seines Mittelpunktes von s ist constant — nämlich gleich der Tangente des Neigungswinkels der Ebene des Kegelschnittes zur Bildebene (Art. 5).

Der Querschnitt des geraden Kreiskegels mit einer Ebene ist die Centralprojection seines Basiskreises aus seiner Spitze auf diese Ebene (siehe die Mittheilung III, Bd. 24 dieser Vierteljahrschr. p. 190), seine Orthogonalprojection auf die Basisebene ist daher insbesondere centrisch collinear mit dem Basiskreis für den Mittelpunkt M' desselben als Centrum, die Spur s der Ebene als Collineationsaxe und die Spur der durch die Kegelspitze gehenden Parallelen zur Schnittebene als Gegenaxe r im System des Kreises. Für den Kegelschnitt aus den Grundkreisen K_1 und K_2 oder den Kegeln M_1 und M_2 hat man daher Collineation mit diesen Kreisen für s als Collineationsaxe und M_1', respective M_2' als Collineationscentrum und die Spuren r_1, respective r_2 der besagten Parallelebenen durch M_1 und M_2 als Gegenaxen; sie sind die

Polaren des bei der Construction benutzten Aehnlichkeitspunktes in Bezug auf die Grundkreise. Zieht man also einen Aehnlichkeitsstrahl h durch denselben, der die Grundkreise in Punkten H_1', H_2' schneidet, so markiren wir seine Schnittpunkte mit den Axen s, r_1 und r_2 und ziehen durch den ersteren die Parallele zu den Strahlen, welche die letzteren respective mit M_1' und M_2' verbinden; sie ist der jenem Aehnlichkeitsstrahl correspondirende Durchmesser des Kegelschnittes. Die Strahlen von M_1' respective M_2' nach den zugehörigen H_1', H_2' schneiden ihn in den bezüglichen Punkten des Kegelschnitts. Die zugehörigen Tangenten der Grundkreise liefern durch ihre paarweis zusammenfallenden Schnitte mit s Punkte der entsprechenden Kegelschnittstangenten. Natürlich kann man auch die Gegenaxen q im System des Kegelschnitts zur Construction benutzen, die zu M_1', M_2' entsprechenden Directrixen. Dem auf der Axe x normalen Aehnlichkeitsstrahl entspricht die Nebenaxe des Kegelschnitts. Der Mittelpunkt desselben ist in beiden Collineationen des Kegelschnittes mit seinen Leitkreisen der correspondirende des benutzten Aehnlichkeitspunktes. In Fig. 11 M_I für I; die zugehörigen Gegenaxen sind r_1, r_2^*; für die letztere ist die Construction des Durchmessers $P' P'$ zum Aehnlichkeitsstrahl h eingetragen: Verschwindungspunkt R^*, Parallelstrahl $M_2' R^*$. Ist der eine Grundkreis zum Punkt reducirt, so ist die Axe s der Collineation zwischen dem Kegelschnitt und dem andern Grundkreis die Polare jenes Punktes im Kegelschnitt oder die dem Brennpunkt zugehörige Directrix. Die Tangente des Neigungswinkels der Schnittebene zur Bildebene wird zur Excentricität. Dass man durch diese Collineation insbesondere die zahlreichen Sätze über Winkel

am Brennpunkt aus den entsprechenden Sätzen der Kreislehre abliest, ist zur Genüge bekannt; ich darf auf mein Werk: «Die darstellende Geom.» (2. Aufl.) Art. 35 verweisen, nicht blos für das Vorerwähnte, sondern für die Herleitung der allgemeinen projectivischen Eigenschaften der Kegelschnitte aus der Centralprojection. Man liest aber z. B. auch aus Fig. 10 den Satz ab: Der Schnittpunkt T' der Tangente in einem Punkte P' des Kegelschnitts mit der einen Scheiteltangente $B^{*\prime} U'$ ist die Mitte des Abschnittes von ihrem Scheitel bis zu ihrem Schnittpunkt U' mit dem Verbindungsstrahl des Punktes P' mit dem andern Scheitel $A^{*\prime}$. Derselbe überträgt sich durch Affinität sofort auf einen beliebigen den Kegelschnitt schneidenden Durchmesser. Er ergiebt sich aus der Perspective des Kreises M_1 mit A^*, B^*, T, U, wo die eingezeichneten Hilfslinien ihn beweisen. Man kann leicht in demselben den Brianchon'schen Satz wieder erkennen und sieht so die nahen Beziehungen der Projectivitätstheorie zu unserer Methode; **B** ist der Brianchonpunkt für das Sechsseit der Tangenten in $A^{*\prime}$, $B^{*\prime}$ und P' und $B^{*\prime} T'$ und $T' U'$ sind gleich als Projectionen der Strecke **B** P' aus zwei Punkten der Tangente in $A^{*\prime}$ auf die in $B^{*\prime}$.

21. Betrachten wir den Kegelschnitt als Schnitt einer Ebene mit einem gleichseitigen Rotationshyperboloid, so würde seine Construction durch Hilfsebenen erfolgen, welche Parallelkreis- oder Meridianebenen desselben sind, und im Falle des einfachen Rotationshyperboloids besonders bequem auch durch die Tangentialebenen desselben in Punkten des Kehlkreises.

Wir denken die Hauptebene des Hyperboloids als Grundrissebene und die zu ihr und der Schnittebene normale Meridianebene desselben als Aufrissebene; das Hyperboloid

ist durch den Kehlkreis **O** oder durch den Scheitelkreis **S** und die Ebene durch ihre Spuren gegeben. Benutzt man Parallelkreisebenen zur Construction, so erhält man den Kegelschnitt als den Ort der Mittelpunkte derjenigen Paare gleicher Kreise im Netz, welche eine vorgeschriebene Richtung zum Aehnlichkeitspunkt haben und bei denen das Verhältniss der Radien zum Abstand der Centrale von einer festen gegebenen Parallelen constant ist.

Bei der Benutzung von Meridianebenen ergiebt sich der Kegelschnitt als Ort der Mittelpunkte solcher Paare von Kreisen des Netzes, welche je einem der gleichen Büschel angehören, deren Centralen die Durchmesser des Kehl- respective Scheitelkreises sind, die ihren einen Aehnlichkeitspunkt in einer festen Geraden haben und ein constantes Verhältniss des Radius zum Abstande des Mittelpunktes von dieser Geraden besitzen. Die gleichen Büschel des Netzes sind die Bilder der Meridiane.

Denken wir endlich insbesondere das Netz mit reellem Orthogonalkreis **O**, Fig. 12, also das einfache Hyperboloid, so liefern die Tangentialebenen desselben in Punkten dieses seines Kehlkreises seine geraden Erzeugenden in Paaren, dargestellt durch die Systeme der Kreise, die sich in jenem Punkte des Orthogonalkreises nach dem Radius desselben berühren; in jedem solchen System giebt es zwei Kreise, Bilder der Schnittpunkte des betreffenden Paares gerader Erzeugenden mit der Schnittebene, welche einen Aehnlichkeitspunkt in der Spur der letzteren und ein constantes Verhältniss ihrer Radien zu den Abständen ihrer Mittelpunkte von dieser Linie haben. Man sieht, dass der Kegelschnitt hierbei durch die Paare seiner erzeugenden Kreise construirt wird, welche einander berühren. (Vergl. Art. 14.) Der besondere Fall, wo

das Hyperboloid zum Kegel aus der Bildebene wird, macht die Construction durch Meridiane und durch die Tangentialebenen im Kehlkreis identisch.

In der Fig. 12 sind für den Kehlkreis **O**, Mittelpunkt I und den Querschnitt AB (Neigung α zur Bildebene) die erzeugenden Kreise construirt, die sich in Q auf **O** nach dem Radius IQ berühren. Die Ebene beider Erzeugenden hat die Spur QS und in (g), (l) sind ihre Umklappungen mit dieser Ebene eingetragen; zugleich ist (d) die Umklappung der Schnittlinie dieser Ebene mit der Querschnittebene; diess liefert die Mittelpunkte P' der erzeugenden Kreise mit Berührung in Q. Die Durchstosspunkte S_t der zugehörigen Kegelschnitt-Tangenten sind die Schnitte der Spur s mit der Sehne des Orthogonalkreises, die dem erzeugenden Kreis angehört. Es wäre leicht, die R e i h e d e r b e r ü h r e n d e n K r e i s e fortzusetzen mit S^*, etc. Man sieht, d a s P r o b l e m v o m R i n g d e r K r e i s e g e h ö r t z u d e n s o g e n a n n t e n S c h l i e s s u n g s p r o b l e m e n; es fordert, ein Polygon zu construiren, welches dem Kegelschnitt AB eingeschrieben und dem Potenzkreis $\mathbf{P}^{\mathrm{I}}$ oder dem Orthogonalkreis umgeschrieben ist. Diess erhöht das Interesse der elementaren Lösung. In der Figur sind auch die beiden Kegel M_1 und M_2 (eigentlich $M_2{}^*$) eingetragen oder die Brennpunkte bestimmt.

Ich habe damit das Verfahren nach der neuen Methode systematisch gezeigt, ohne alle selbst naheliegenden Consequenzen derselben ziehen zu wollen. Die Beziehungen zweier Kegelschnitte zu einander, insbesondere die Lehre vom Krümmungskreis, die hier wieder einschlägt, unterdrücke ich an diesem Orte.

22. Aber ich darf eine Gruppe von Sätzen nicht ganz unerwähnt lassen, die sich auf das S c h n e i d e n d e r K r e i s e

unter bestimmten Winkeln bezieht, und im Grunde nur eine andere Auffassung des schon früher Entwickelten bildet; in besonderem Anschluss an Art. 8, mit dessen Inhalt ich der entwickelten Theorie vorgreifen musste. In der That die Berührung der Kreise und das Orthogonalsein derselben, wobei wir bis jetzt allein verweilten, sind nur die Grenzfälle des Schneidens unter bestimmten Winkeln. Die Theorie desselben entspringt aus einer Zusammenfassung des Vorhergehenden.

Drei Punkte 1, 2, 3 — man vergleiche etwa Fig. 6 in Verbindung mit Fig. 12 und führe darnach die Construction nach den folgenden Angaben selbst vollständig durch — bestimmen eine Ebene mit der entsprechenden Aehnlichkeitsaxe s der repräsentirenden Kreise als Spur (Art. 5); sie bestimmen auch ein gleichseitiges Rotationshyperboloid mit der Bildebene als Hauptebene, welches das Potenz-Centrum der repräsentirenden Kreise zum Fusspunkt der Axe und den Orthogonalkreis **O** zum Kehlkreis (so in den Figuren) respective den Scheitelkreis **S** zum repräsentirenden Kreis seiner Scheitel hat. Dieselben drei Punkte bestimmen ferner einen Kegelschnitt, die Durchdringung dieses Hyperboloids mit jener Ebene und in Folge dessen endlich zwei durch diesen Kegelschnitt gehende gleichseitige Rotationskegel mit zur Bildebene normaler Axe, deren gemeinsame Hauptebene die Axe des Hyperboloids enthält und zur Spur s normal ist, dargestellt durch die beiden Leitkreise der Projection jenes Kegelschnitts auf die Bildebene, diejenigen zwei Apollonischen Kreise, deren Centra in der Normale jener Aehnlichkeitsaxe aus dem Potenz-Centrum liegen (Art. 8). Diese Apollonischen Kreise bestimmen ein Büschel von Kreisen, welches conjugirt ist (Art. 2) zu demjenigen Büschel von Kreisen, das den Querschnitt der zur Bildebene normalen Ebene durch s mit dem Hyperboloid repräsentirt (Art. 16, 8, 4). Die Kreise des-

selben schneiden die drei gegebenen Kreise unter gleichen Winkeln. (Für eine analytische Behandlung vergleiche man « Analytische Geometrie der Kegelschnitte » von Salmon-Fiedler, 4. Aufl., « Nachträge » p. 2.) Man findet daher den Kreis, welcher vier gegebene unter gleichen Winkeln schneidet, als den Orthogonalkreis der Potenzkreise von drei Paaren aus den vier gegebenen Kreisen. Und in umgekehrter vom Büschel der Leitkreise ausgehender Auffassung: Die Kreise, welche zwei feste Kreise unter vorgeschriebenen Winkeln schneiden, berühren auch zwei feste Kreise ihres Büschels und schneiden jeden andern Kreis desselben unter festem Winkel. Man sieht, dass damit das Problem, einen Kreis zu beschreiben, der drei gegebene Kreise unter vorgeschriebenen Winkeln schneidet, lösbar wird durch Reduction auf das Problem des Apollonius. Zu diesem Problem selbst füge ich als offenbare Consequenz des Entwickelten die Bemerkung hinzu, dass die vier Kegelschnitte des Art. 8 (Fig. 6 enthält einen derselben), deren Brennpunkte die Centra conjugirter Apollonischer Kreise sind und die sämmtlich durch die Centra der drei gegebenen Kreise gehen, eben desshalb sich noch zu zwei in sechs reellen Punkten schneiden müssen, die einzeln auf den geraden Linien $P_1 A_{23}$, $P_1 I_{23}$, $P_2 A_{31}$, etc. liegen und die Centra von sechs die Durchschnittspunkte im Raum repräsentirenden Kreisen sind, von denen jeder die vier zugehörigen Apollonischen Kreise berührt; dass ausserdem die acht Centra der Apollonischen Kreise sechsmal zu vier in Kegelschnitten liegen, welche in Paaren confocal sind mit den Centren von je zweien der gegebenen Kreise als Brennpunkten. Aus den Beziehungen der Berührungspunkte zum Potenz-Centrum ersieht

man dann noch, dass die Gruppen der Centra in zwei solchen confocalen Kegelschnitten projectivisch sind; etc.

Die sechs Aehnlichkeitspunkte der gegebenen Kreise sind Potenz-Centra für je vier der Apollonischen Kreise und daher Mittelpunkte der durch je zwölf ihrer Grenzpunkte in Paaren gehenden Orthogonal- respective Scheitel-Kreise dieser Gruppen, auch Convergenzpunkte von je drei involutorischen Strahlenpaaren der zugehörigen Potenzlinien; etc.

23. Es kann bei dem alten Reichthum der Theorie der Kegelschnitte nicht überraschen, dass der grössere Theil des hier Entwickelten nicht neu ist; aber die Form der Entwicklung und der Weg der Entdeckung sind vollständig neu, soviel ich weiss; und es ist natürlich, dass der neue Weg zu neuen Aussichten und Einsichten führt, während das Hauptbild nicht verändert wird. Dieser Natur der Sache zufolge darf ich aber nicht schliessen, ohne diejenigen Quellen hervorzuheben, welche nach meiner Nachforschung hauptsächlich nahe Bezüge zu den hier gefundenen Ergebnissen besitzen. Sie knüpfen sich an die grossen Bahnbrecher der neueren geometrischen Entwicklung, an Poncelet, Steiner und Plücker.

Zuerst Poncelet. Im ersten Bande des 1862 veröffentlichten Werkes « Applications d'analyse et de géométrie comprenant la matière de sept cahiers manuscrits rédigés a Saratoff (1813 à 1814)» etc. finden wir im 1er cahier « Lemmes de géométrie synthétique » Propos. XV, p. 48: Ein beliebiger Kegelschnitt kann als der Ort des Centrums eines Kreises von veränderlicher Grösse betrachtet werden, welcher stets zwei gegebene Kreise berührt oder einen gegebenen Kreis berührt und einen gegebenen Punkt enthält; und Probl. XIV, p. 53 verlangt, die Durchschnittspunkte einer geraden Linie und eines Kegelschnitts zu construiren, der aus Grundkreis

und Brennpunkt nach dem vorhergehenden Satz bestimmt ist. Damit schliesst das Heft, in welchem vorangehen die Lehren von den Aehnlichkeitspunkten und -Axen, den Potenzlinien und Potenzpunkten der Kreise in Paaren und in Tripeln, sowie ihre Anwendung auf das Problem des Apollonius. Das VII[e] cahier «Resumé» fügt in diesem Stücke nichts hinzu und das «Traité de propriété projectives des figures» von 1822 beginnt sogleich mit den durch die Centralprojection entspringenden Verallgemeinerungen.

Anderseits besitzen wir seit 1867 im ersten Bande von J. Steiner's Vorlesungen über synthetische Geometrie «Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung auf Grund von Universitätsvorträgen etc., bearb. von Dr. F. Geiser in § 9 «Gemeinsamer Ursprung der Kegelschnitte» p. 36-41 die Darstellung derselben Kegelschnitt-Enstehung und auf p. 39 sofort auch die Behandlung derselben Aufgabe von der Bestimmung der Schnittpunkte mit einer Geraden. Auch der Inhalt des vorausgehenden Kapitels (§§ 1—6) vom Kreis ist fast der gleiche wie bei Poncelet — eine gewiss interessante Coincidenz, da diese Theorie wohl kaum weiter zurückgeht in der Geschichte der Lehre von den Kegelschnitten. Und für den frühen Besitz Steiner's zeugt der im Band 2 von Crelle's Journal p. 192 von ihm gegebene Lehrsatz: «Wenn in einer Ebene zwei beliebige Kreise gegeben sind, so giebt es unzählig viele andere Kreise, von denen jeder jene beiden berührt; ihre Mittelpunkte liegen in einem Kegelschnitt. Für das Folgende ist es zweckmässig, auch die Fortsetzung a. a. O. zu citiren. Dreht man jeden Kreis der genannten Schaar um einen seiner Durchmesser, so erhält man eine Schaar von Kugeln und es giebt eine zweite Kugelschaar von der jede alle Kugeln der ersten berührt und deren Mittelpunkte ebenfalls in einem Kegelschnitt liegen — nach heuti-

gem Sprachgebrauch kurz dem Focalkegelschnitt des ersten. Nimmt man in der ersten Kugelschaar eine Reihe sich der Ordnung nach berührender Kugeln an, so wird, wenn dieselbe nach einem oder mehreren Umläufen in sich zurückkehrt, auch in der zweiten Kugelschaar eine solche commensurable Reihe existiren; und zwar findet dies dann für jede Wahl der ersten Kugel statt. Dabei ist für n, n^* als die Anzahlen der Kugeln in der Reihe und u, u^* als die Zahl der Umläufe derselben immer $\frac{u}{n}+\frac{u^*}{n^*}=\frac{1}{2}$. (Siehe Bd. 1, p. 272 einen Specialfall.)»

24. Ich will, ehe ich auf Steiner's Abhandlungen vom November 1825 und vom März 1826 (Bd. 1 von «Crelle's Journal») eingehe, gleich hier erwähnen, dass diese Erzeugung aus zwei Grund- oder Leit-Kreisen eine ziemlich eingehende Entwicklung gefunden hat in «Grundlinien der neueren ebenen Geometrie von Chr. Paulus», Stuttg. 1853, im VI. Buche «Entwicklung der Kegelschnitte» p. 153—180 oder §§ 86—102, welchem, wieder fast genau dem Poncelet-Steiner'schen Plan entsprechend, vorausgehen: V. Buch «Der Kreis» p. 110—152 mit den drei letzten Abschnitten «Aehnlichkeit, Potenzialität der Kreise, Kreisberührungen». Sie sind zu vergleichen, wenn man sehen will, wie sich ohne die Abbildungsidee die Sache gestaltet.

Ich ziehe die bezeichneten Steiner'schen Abhandlungen heran, um an ihren Inhalt kurz zu erinnern und einige specielle Berührungen mit dem Vorigen hervorzuheben. In der ersten «Geom. Sätze», p. 38—52 finden wir die fundamentalen Sätze von den perspectivischen Dreiecken und Tetraedern und ihre Anwendung auf die Durchdringung von Kegeln in ebenen Curven mit Erweiterung auf Flächen zweiten Grades und Rückwärtsanwendung dessen auf Kegelschnitte.

Die zweite «Einige geom. Betrachtungen», p. 161—184, 252—288, handelt von der Potenz bei Kreisen in einer Ebene, von den Aehnlichkeitspunkten und Aehnlichkeitslinien bei solchen Kreisen, von der gemeinschaftlichen Potenz von Kreisen und den Potenzkreisen derselben. Ich citire von da die ganz hierher gehörenden Sätze: «Alle Kreise, von denen jeder zwei gegebene gleichartig (ungleichartig) berührt, haben den äusseren (inneren) Aehnlichkeitspunkt derselben zum Punkt der gleichen Potenzen; ihre Potenzlinien in Paaren gehen durch diesen Punkt. Sie haben die Potenzlinie der gegebenen Kreise zur gemeinschaftlichen Aehnlichkeitslinie.» Man sieht, der zugehörige Kegelschnitt wird nicht erwähnt. (Vergl. Art. 10—15.) Dann folgt (p. 178) die Verallgemeinerung und geometrische Lösung der Malfatti'schen Aufgabe, auf die ich hier nicht eintrete. Die Fortsetzung bringt hauptsächlich die Verallgemeinerung eines von Pappus überlieferten alten Satzes, und ihr Inhalt steht, wie man nun sieht, mit unserer Kegelschnitttheorie in engster, bisher unbeachteter Verbindung. (Vergl. Art. 14, zweite Hälfte und Art. 21 Schluss; dazu das Citat nach Steiner am Schluss des Art. 23.) Der Satz am Schluss des Art. 20 oben findet sich in der Note Steiner's auf p. 279 a. a. O. unter 1) und wird sofort auf Flächen zweiten Grades erweitert. Auf den Inhalt des Art. 22 brauche ich nicht weiter einzutreten. Nimmt man hinzu, dass diese Steiner'schen Abhandlungen dem sachverständigen Leser überall die Vermuthung aufdrängen, dass auch die Theorie der Abbildung durch reciproke Radien ihrem Autor schon um jene Zeit bekannt gewesen sei — die ich hier so natürlich als enthalten in der Schöpfung des Begriffs der gemeinsamen Potenz zweier Kreise aufgewiesen habe — so ist die Verbindung dieser wichtigen Arbeiten mit meinem heutigen Thema hinreichend

offenbar. Und es ist nur noch Plücker's Antheil an demselben zu besprechen.

25. Schon im ersten Bande von «Analytisch-geometrische Entwicklungen von J. Plücker» (Essen 1828) von 1827 finden wir zahlreiche Coincidenzen, von denen nur einiges Wenige hervorgehoben werden mag. Der Abschnitt «Zur Theorie des Kreises» hat in No. 195 den Satz (p. 106) «Wenn beliebig viele Kreise zwei gegebene feste Kreise auf dieselbe Weise berühren, so ist das Verhältniss des Radius zum Abstande des Mittelpunktes von der Chordale der festen Kreise ein constantes»; und in No. 196 den, dass die Aehnlichkeitspunkte auf der Chordale der gegebenen Kreise liegen. Schon vorher enthalten No. 184 und No. 185 die Lehre von den Potenzkreisen zu drei Kreisen in Paaren (obwohl nicht erschöpfend) und zwar an erster Stelle in folgender, offenbar die Theorie der reciproken Radien enthaltender Fassung: «Wenn ein Kreis gegeben und ein zweiter beliebig angenommen wird, so befinden sich die zugeordneten Pole aller Punkte, die auf dem Umfange des letztern liegen, auf dem Umfange eines dritten Kreises. Alle drei Kreise haben dieselbe Chordale und der Mittelpunkt des ersten ist einer der Symmetral- (Aehnlichkeits-) Punkte der beiden andern. Wenn der beliebig angenommene Kreis durch den Mittelpunkt des gegebenen geht, so geht der dritte Kreis in eine Gerade über, die Chordale der beiden ersten; und umgekehrt, die zugeordneten Pole aller Punkte einer geraden Linie liegen auf dem Umfange eines Kreises, der durch den Mittelpunkt des gegebenen geht. Ferner — und diess ist in etwas zu berichtigen und führt damit (Art. 4) auf den wichtigen Umstand, dass bei reciproken Radien die Drehung der Figur um 180° genügt, um die Construction für imaginären Grundkreis vom Radius ri an dem Grundkreis

mit dem reellen Radius r machen zu dürfen — wenn zwei Kreise gegeben sind, so giebt es zwei andre Kreise, für welche sie conjugirt sind; je nachdem sie sich schneiden, berühren oder keinen Punkt gemeinschaftlich haben, sind diese Kreise beide reell, einer derselben geht in einen Punkt über oder wird imaginär.» Plücker hat auch die Abbildung durch reciproke Radien als «neues Uebertragungsprincip» zuerst veröffentlicht in Bd. 11 von Crelle's Journal p. 219 bis 225 (1831). Vorher und später von No. 212 ab findet sich in den «Analytisch-geom. Entwicklungen» die Theorie der Kreise unter gleichen Winkeln, die in No. 217 zu Constructionen entwickelt wird.

Im zweiten Bande desselben Werkes (1831) finden wir in No. 578 z. B. die Lösung des Problems «Einen Kegelschnitt durch drei Punkte und einen Brennpunkt zu bestimmen», welche sich mit anderen auch aus unserer Theorie ergiebt: Man beschreibt die Kreise aus den drei Punkten durch den Brennpunkt und bestimmt ihre Aehnlichkeitsaxen; sie sind die dem Brennpunkt entsprechenden Directricen der vier gesuchten Kegelschnitte. (Vergl. Figur 6 unter Zuziehung von Art. 16.) Diess darf genügen. Die weitere Vergleichung wird das Gesagte bestätigen, aber ich hoffe, dass sie auch geeignet ist, die Nützlichkeit meiner Abbildungsidee zu zeigen, welche so Vieles und scheinbar so Entlegenes in eine höchst einfache Anschauung zusammenfasst und nach einheitlicher Methode, der Methode der darstellenden Geometrie, daraus hervorgehen lässt. In dieser Verbindung ist sie nicht bloss ein Princip zur Entdeckung einer Fülle von Sätzen, sondern sie führt auch zur Aufstellung derjenigen Begriffe, durch welche der planimetrische Beweis der entdeckten Sätze am besten geführt werden kann.

Das innere Wärmeleitungsvermögen von Blei, Wismuth und Wood's Metall

von

Hans Kronauer
in Zürich.

Einleitung.

Seitdem Fourier in seinen klassischen Untersuchungen die (mathematischen) Principien der Wärmeleitung festgestellt, sind mancherlei Methoden ausgebildet worden, um das sog. innere Wärmeleitungsvermögen k fester Körper zu bestimmen, sei es in relativem, sei es in absolutem, auf gewisse Einheiten der Länge, der Zeit und der Masse bezogenem Maasse. Dieselben stützen sich auf die Beobachtung entweder der stationären oder der mit der Zeit veränderlichen Temperaturvertheilung, welche eintritt, wenn die Körper in bestimmter Weise erwärmt werden; oder auch auf die Messung der Wärmemenge, welche in einer gewissen Zeit von einem Orte höherer Temperatur durch die Substanz zu einem Orte niederer Temperatur übergeleitet wird.

Auf dem zuletzt erwähnten Princip beruhen die Versuche, mittelst deren Péclet [1]) die ersten absoluten Bestimmungen des innern Wärmeleitungsvermögens von Metallen ausgeführt hat. Eine ebene Platte von 15—20 mm. Dicke berührte mit ihrer untern Fläche ein auf constanter Temperatur (24°) erhaltenes Wasserbad, ihre obere Fläche stand in Berührung mit einer andern Wassermasse von bestimmter Anfangstemperatur (15°), die beständig um-

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 55 (1842).

gerührt wurde. In Folge der Temperaturdifferenz stellte sich eine von unten nach oben gehende Wärmeströmung in der Platte ein, welche eine Erhöhung der Temperatur der obern Wassermasse bewirkte. Aus dem zeitlichen Verlauf dieser letztern wurde dann ein Rückschluss auf die Wärmeleitungsfähigkeit der Substanz gemacht.

In ähnlicher Weise suchten Calvert und Johnson[1]) die relativen Werthe von k für eine grosse Reihe von Metallen, Legirungen und Amalgamen zu bestimmen. Nur gaben sie dem angewandten Material nicht die Form von Platten, sondern von kurzen prismatischen Stäben.

Bei diesen beiden Methoden scheinen aber manche Umstände übersehen worden zu sein, welche Einfluss auf die zu bestimmende Grösse haben, insbesondere der Wärmeverlust nach Aussen, so dass der Zusammenhang zwischen k und den sich aus der Beobachtung ergebenden Daten in Wirklichkeit nicht so einfach ist, wie er in der Berechnung von k angegeben wurde.

Die Benutzung der stationären Temperaturvertheilung für die Bestimmung von k wurde hauptsächlich durchgeführt von Despretz[2]), Langberg[3]), Wiedemann und Franz[4]) und Forbes[5]). Die drei ersten dieser Beobachter gingen bei ihren Versuchen darauf aus, das Wärmeleitungsvermögen vorzugsweise der Metalle in relativem Maasse darzustellen. Zu diesem Zwecke wurden nach dem Vorgange Biot's, lange, dünne, prismatische Metallstäbe angewandt, die an ihrer Oberfläche sämmtlich mit demselben Ueberzug ver-

---

[1]) Philos. transactions of London royal society (1858).
[2]) Pogg. Ann. Bd. 12 (1828).
[3]) Pogg. Ann. Bd. 66 (1846).
[4]) Pogg. Ann. Bd. 89 (1853).
[5]) Philos. transactions of Edinburgh royal society 23 u. 24.

sehen waren, und deren eines Ende durch eine Wärmequelle während des ganzen Versuches auf derselben Temperatur erhalten wurde. Aus der Beobachtung der Temperaturvertheilung im Stabe bei dem sich schliesslich einstellenden stationären Zustand konnte dann die Grösse k berechnet werden. Bedeuten nämlich u_1, u_2, u_3 die Ueberschüsse der Temperaturen in Punkten dreier äquidistanten Querschnitte des Stabes über die, überall als constant vorausgesetzte, Temperatur der Umgebung, so gilt nach Fourier für den stationären Zustand in einem Stabe, bei dem die Temperatur nur von einer Coordinate abhängt[1]), die Gleichung:

$$\frac{u_1 + u_3}{u_2} = \text{Const.} = e^{+l\sqrt{\frac{p\,h}{q\,k}}} + e^{-l\sqrt{\frac{p\,h}{q\,k}}}$$

wenn l die Distanz zweier aufeinanderfolgenden Querschnitte, p den Umfang, q die Fläche eines Querschnittes des Stabes bezeichnet, und wenn man annimmt, dass k sowohl, als h, durch welch letztere Grösse die Wärmeabgabe des Stabes nach Aussen gemessen wird, von der Temperatur des Querschnittes unabhängige Constanten sind. Ist dann h in Folge des gleichen Ueberzuges für alle Stäbe als gleich gross anzunehmen, so lässt sich vermittelst der obigen Gleichung das Verhältniss zweier Werthe k aus den Beobachtungen ermitteln.

Die erwähnten Untersuchungen schienen bei gut leitenden Substanzen jene Gleichung für jede Stelle des Stabes zu bestätigen und damit auch die Prämissen, auf welche sie gegründet ist; jedoch schon für das weniger gut leitende Blei und noch mehr bei schlechtern Leitern

[1]) Diese Voraussetzung ist, wie eine genaue Rechnung zeigt, bei Metallstäben für einen ziemlich grossen Querschnitt noch zulässig.

zeigten sich bedeutende Verschiedenheiten in dem Werthe $\frac{u_1 + u_3}{u_2}$ je nach der Entfernung der beobachteten Querschnitte von der Heizstelle. Langberg, sowie Wiedemann und Franz schlossen daraus auf eine Veränderlichkeit der beiden Wärmeleitungsvermögen h und k mit der Temperatur. Schon Poisson hatte übrigens auf eine solche hingewiesen, die Differentialgleichung für die Wärmeleitung in dünnen Stäben aufgestellt unter der Voraussetzung, es seien h und k lineare Funktionen der Temperatur:

$$h = h_0 (1 + \gamma u) \qquad k = k_0 (1 - nu)$$

und eine angenäherte Lösung derselben gegeben [1]). Langberg berechnete darnach aus seinen Versuchen die Grösse $\gamma + 2n$, allein eine weitere Ausführung wurde weder von ihm noch von Wiedemann und Franz diesem Gegenstande gegeben.

Forbes suchte die Grösse k in absolutem Maasse zu bestimmen, indem er den stationären Zustand eines prismatischen Stabes, der am einen Ende auf constanter Temperatur erhalten wurde, combinirte mit der sog. Erkaltungsgeschwindigkeit des betreffenden Metalles. Er berücksichtigte auf diese Weise die Variabilität von h und fand durch seine Methode, dass bei Schmiedeisen k beträchtlich mit der Temperatur variire.

Die neuern Methoden gehen alle von der Beobachtung der variabeln Temperaturvertheilung aus und suchen die Schwierigkeit, die darin liegt, dass k, sowie die dichte ϱ und die specifische Wärme c aller Substanzen in ausgesprochener Weise von der Temperatur abhängen, dadurch zu umgehen, dass nur ein kleines an irgend einer Stelle der Temperaturscala herausgegriffenes Intervall der Unter-

[1]) Poisson, théorie mécanique de la chaleur. § 125. p. 255.

suchung zu Grunde gelegt wird, so dass für den Bereich desselben jene Grössen ϱ, c und k als constant betrachtet werden dürfen. Da ferner das äussere Wärmeleitungsvermögen h ebenfalls, und zwar sehr stark von der Temperatur, vielleicht auch von der Gestalt und sonstigen Beschaffenheit der Oberfläche der zu untersuchenden Körper, sowie von dem umgebenden Medium abhängig ist, so geht das Bestreben dahin, die Methoden so einzurichten, dass der Einfluss von h auf die zu bestimmende Grösse k möglichst klein ausfalle.

Ångström [1]) bestimmte das innere Wärmeleitungsvermögen von Eisen und Kupfer, sowie dessen Abhängigkeit von der Temperatur unabhängig von h, indem er das eine Ende eines langen prismatischen Stabes nach gleichen Zeitintervallen abwechselnd auf zwei verschiedene, je innerhalb des folgenden Intervalls constant bleibende Temperaturen brachte und in zwei, in genau gemessenen Abständen von der Heizstelle befindlichen Querschnitten den Temperaturverlauf verfolgte, der sich einstellte, nachdem die periodischen Fluctuationen im ganzen Stabe stationär geworden waren.

Neumann hat die Ångström'sche Methode modificirt, indem er den Stab abwechselnd an beiden Enden periodischen Erwärmungen und Abkühlungen unterwarf und H. Weber hat auf diese Weise die Wärmeleitung des Eisens und Neusilbers bestimmt. [2])

Andere der von Neumann angegebenen Methoden [3]) beruhen darauf, dass die betreffende Substanz, in Form eines langen Stabes, oder eines kreisförmigen Ringes oder

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 114 (1861), Bd. 118 (1863).

[2]) Pogg. Ann. Bd. 146 (1872).

[3]) Ann. de chim. et de physique. T. 66 (1863).

einer Kugel, so lange erwärmt wird, bis sich die stationäre Temperaturvertheilung eingestellt hat. Wird dann in einem gewissen Moment die Wärmequelle entzogen und der Körper der Abkühlung überlassen, so kann aus der Beobachtung des zeitlichen Temperaturverlaufes in zwei bestimmten Punkten, sowohl das innere, wie das äussere Wärmeleitungsvermögen für ein gewisses Temperaturintervall berechnet werden.

In neuester Zeit haben Kirchhoff und Hansemann[1]) eine Methode gefunden und zur Bestimmung des innern Wärmeleitungsvermögens des Eisens angewandt, die mehr als alle bisherigen den Einfluss der Grösse h herabzudrücken sucht. Das betreffende Material wird in der Form eines Würfels der Untersuchung unterzogen, in der Weise, dass, nachdem der Würfel längere Zeit sich selbst überlassen gewesen, in einem bestimmten Zeitmoment die eine Seitenfläche desselben plötzlich auf eine andere Temperatur gebracht und von da an auf dieser erhalten wird. In Folge dessen tritt in dem Körper, dessen sämmtliche Elemente im Anfang dieselbe Temperatur besassen, eine Wärmeströmung ein, und die Temperatur eines jeden Punktes ändert sich nach einem gewissen Gesetze, nach welchem man dann den Quotienten $\frac{k}{\varrho c}$ berechnen kann.

Auf dasselbe Prinzip ist endlich die Methode gegründet, welche Herr Prof. Dr. H. F. Weber, mein hochverehrter Lehrer, bei seinen ausgedehnten «Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten» [2]) angewandt hat und welche in ähnlicher Form auch bei festen Körpern benutzt werden kann. Im Folgenden soll die

---

[1]) Wiedemann Ann. Neue Folge. Band IX, 1 (1880).
[2]) Wiedemann Ann. Neue Folge. Band X, 1 (1880).

Theorie dieser Methode mit Bezug auf feste Körper entwickelt und dann die Resultate der Versuche mitgetheilt werden, welche ich an den schlechten Wärmeleitern Blei, Wismuth und Wood's Metall nach derselben vorgenommen. Das Temperaturintervall, welches den Beobachtungen zu Grunde lag, war 1° bis 9° Celsius. Das in absolutem Maasse dargestellte innere Wärmeleitungsvermögen k bezieht sich auf die Einheiten: Centimeter, Gramm, Minute und 1 Grad Celsius.

Theorie der Methode.

Das zu untersuchende Metall wird in die für die Rechnung bequeme Form eines Cylinders gebracht, dessen Durchmesser aus später zu erörternden Gründen im Vergleich zur Höhe gross genommen ist, und der zum Zweck der genauen Auswerthung seiner Dimensionen planparallel abgedreht sein soll. Man nimmt an, dass bis zu einem Zeitmoment, der als Anfangsmoment Null des Versuches festgesetzt ist, der Cylinder durch seine ganze Masse dieselbe Temperatur U besitze. Zur Zeit $t = 0$ wird er dann plötzlich in eine Umgebung von Null Grad gebracht und seine untere Basisfläche von da an dauernd auf Null Grad erhalten [1]. In Folge dessen tritt ein, hauptsächlich von oben nach unten gehender Wärmefluss ein, und die Temperatur eines jeden Punktes sinkt, da dem Cylinder als Ganzem beständig Wärme entzogen, nicht aber welche zugeführt wird. Das Gesetz der Temperaturerniedrigung als Funktion der Zeit und des Ortes lässt sich aufstellen und daraus rückwärts durch passende Beobachtungen die

---

[1] Das Verfahren wird im experimentellen Theil genauer beschrieben.

Grösse des innern Wärmeleitungsvermögens des betreffenden Metalles bestimmen.

Zur Ableitung des mathematischen Gesetzes wählen wir als das Nächstliegende Cylindercoordinaten: die Cylinderaxe werde als Axe, der Mittelpunkt der untern Basisfläche als Anfangspunkt des Coordinatensystems festgesetzt. Es ist dann irgend ein Punkt des Cylinders bestimmt durch seinen Abstand r von der Axe, seine Entfernung x von der Basisfläche und den Winkel φ, den die zwei von der Axe aus nach ihm und einem festen Punkt gehenden Ebenen mit einander bilden. Der Radius des Cylinders sei mit R, seine Höhe mit Δ, specifisches Gewicht, specifische Wärme und inneres Wärmeleitungsvermögen der Substanz beziehungsweise mit ϱ, c und k bezeichnet. Setzt man diese Grössen innerhalb des kleinen Temperaturintervalls 1° bis 9° als constant voraus, so wird die Temperatur u eines Massenelementes von den Coordinaten x, r, φ im Innern des Cylinders zu jeder Zeit t der partiellen Differentialgleichung genügen müssen:

$$1) \qquad \varrho\, c\, \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right)$$

Man erhält die letztere direkt, indem man den Wärmegewinn, den ein Volumenelement $r\,dr\,d\varphi\,dx$ im Zeitelement dt erfährt, auf zweierlei Weise ausdrückt, — einerseits mit Anwendung des von Fourier aufgestellten Elementargesetzes der Wärmeleitung, andrerseits mit Einführung der spezifischen Wärme der Substanz, — und die beiden so erhaltenen Werthe einander gleich setzt. Als u wird dabei die zur Zeit t im Mittelpunkte des Massenelementes vorhandene Temperatur angenommen, und dieselbe als stetige Funktion der vier Variablen x, r, φ und t betrachtet.

Im vorliegenden Fall vereinfacht sich die Differentialgleichung etwas, indem bei der gemachten Versuchsanordnung u von φ unabhängig ist, so dass $\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$ wird. Man hat also:

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) \tag{2}$$

Eine Lösung der Differentialgleichung 1) mit Bezug auf einen begrenzten Cylinder ist zuerst von Poisson gefunden worden.[1]) Dieselbe ist aber sehr complicirt und auch für andere Grenzbedingungen aufgestellt, als hier in Frage kommen. — Für die Gleichung 2) hat Herr Prof. H. F. Weber in seinen schon erwähnten «Untersuchungen über die Wärmeleitung in Flüssigkeiten» folgendes particuläre Integral angegeben:

$$u = (A \sin qx + B \cos qx) I^0_{mr}\, e^{-\frac{k}{\rho c}(m^2 + q^2)t}$$

welches in nachstehender Weise erhalten werden kann. Man setze:

$$u = f(x) \cdot \varphi(t) \cdot \psi(r)$$

wobei $f(x)$, $\varphi(t)$, $\psi(r)$ Funktionen von jeweilen der einzigen Variablen x, t und r sein sollen. Bestimmt man nun die zwei ersten dieser Funktionen so, dass:

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \alpha f(x) \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \beta \varphi(t) \tag{4}$$

wo α und β gewisse Constanten bedeuten, so wird die

[1]) Journal de l'école polytechnique Cah. XIX.

partielle Differentialgleichung 2) auf die gewöhnliche, nur noch r enthaltende zurückgeführt:

$$5)\qquad \frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} + \left(\alpha - \frac{\beta \varrho c}{k}\right) \psi(r) = 0$$

aus der sich dann $\psi(r)$ und damit u ergibt.

Die allgemeine Lösung von Gleichung 3) ist:

entweder: $f(x) = A\, e^{x\sqrt{\alpha}} + B\, e^{-x\sqrt{\alpha}}$ wenn $\alpha > 0$

oder: $f(x) = A \sin x \sqrt{-\alpha} + B \cos x \sqrt{-\alpha}$ wenn $\alpha < 0$.

Wegen der später zu erörternden Grenzbedingungen ist nur die zweite Lösung brauchbar. Wir haben also α negativ, z. B. gleich $-q^2$ zu nehmen.

Eine (particuläre) Lösung von Gleichung 4) ist:

$$\varphi(t) = e^{\beta t}$$

wobei aber β, da die Temperatur mit der Zeit abnimmt, eine negative Zahl sein muss. Setzt man der Abkürzung wegen den in der Differentialgleichung 5) auftretenden Coëfficienten $\alpha - \frac{\beta \varrho c}{k} = m^2$, so erhält man, da $\alpha = -q^2$, für β den Werth: $\beta = -\frac{k}{\varrho c}(m^2 + q^2)$.

Die Gleichung 5) endlich besitzt als particuläres Integral die Bessel'sche Funktion erster Gattung vom Index Null und dem Argument $mr = r\sqrt{\alpha - \frac{\beta \varrho c}{k}}$. Nur diese eine Lösung ist hier brauchbar, da das zweite particuläre Integral derselben für $r = 0$ unendlich gross wird[1]). Man hat also:

---

[1]) S. Lommel, Studien über die Bessel'schen Funktionen. S. 106 und S. 86.

$$\psi(r) = 1 - \frac{(mr)^2}{2^2} + \frac{(mr)^4}{2^2 . 4^2} - \frac{(mr)^6}{2^2 . 4^2 . 6^2} + \ldots = I^0_{mr}$$ [1])

Verbindet man die für $f(x)$, $\varphi(t)$ und $\psi(r)$ gefundenen Werthe, so bekommt man schliesslich das oben angeführte Integral:

$$\text{I.} \qquad u = (A \sin qx + B \cos qx)\, I^0_{mr}\, e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2 + q^2)t}$$

Die hierin auftretenden unbestimmten vier Constanten A, B, m und q müssen nun so bestimmt werden, dass der Ausdruck für u nicht nur der Differentialgleichung, sondern auch allen übrigen die Aufgabe charakterisirenden Bedingungen genügt. Dies geschieht mit Hülfe der sog. Grenzgleichungen.

1) Da während der ganzen Dauer des Versuches die untere Basisfläche des Cylinders auf der constanten Temperatur Null Grad erhalten wird, so muss für alle in Betracht kommenden Zeitmomente u den Werth Null haben, wenn in dem dasselbe darstellenden Ausdruck $x = 0$ gesetzt wird. Dieser Bedingung kann aber nicht anders genügt werden, als indem man der Constanten B den Werth Null beilegt.

Untersucht man den Wärmegewinn, den ein an der Oberfläche des Cylinders liegendes Massenelement in der Zeit dt erfährt, indem man das Newton'sche Abkühlungsgesetz zu Grunde legt, so erhält man eine weitere Differentialgleichung, welche aber, da sie nicht homogen ist, in zwei zerfällt, nämlich in:

---

[1]) Diese Lösung ist, wenn auch nicht unter dem Namen der Bessel'schen Funktion, schon von Fourier bei Betrachtung der Wärmeleitung in einem unendlich langen homogenen Cylinder angegeben worden. S. Freeman: Analytical theory of heat by J. Fourier. p. 291 ff.

$$\text{a)}\qquad \varrho c \frac{\partial u}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$\text{b)}\qquad k\frac{\partial u}{\partial n} + h\,(u - U_0) = 0.$$

Die zweite derselben heisst die eigentliche Oberflächengleichung. In ihr bedeutet u die mittlere Temperatur, n die nach aussen als positiv angenommene Richtung der Normalen auf die an die Luft grenzende Oberfläche des betrachteten Volumenelementes, U_0 die constante Temperatur der Umgebung und h das hier ebenfalls als constant angenommene äussere Wärmeleitungsvermögen der Substanz gegen Luft.

Da im vorliegenden Fall $U_0 = 0$, so haben wir als zweite Grenzbedingung folgende Gleichung, die für die Elemente der obern Begrenzungsfläche des Cylinders zu jeder Zeit bestehen muss:

$$2)\qquad k\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=\varDelta} + h\,u_{x=\varDelta} = 0.$$

Diese Gleichung geht durch Einsetzen des Werthes von u über in:

$$k\,q\cos q\varDelta + h\sin q\varDelta = 0 \quad \text{oder:} \quad q\varDelta\cot q\varDelta = -\frac{h}{k}\varDelta.$$

Soll also das Integral (I) der Aufgabe genügen, so hat man für q irgend einen der unendlich vielen Werthe zu nehmen, die sich dafür aus der obigen transscendenten Gleichung ergeben. Bezeichnen wir die Wurzeln derselben, wie sie aufeinanderfolgen, mit $q_1\varDelta$, $q_2\varDelta$, $q_3\varDelta$, ... $q_i\varDelta$, so erhalten wir als verallgemeinerte Lösung:

$$\text{I}^a.\qquad u = A\,I^0_{mr}\,e^{-\frac{k}{\varrho c}m^2 t}\,.\,\sum_{i=1}^{\infty} C_i \sin q_i x\,.\,e^{-\frac{k}{\varrho c}q_i^2 t}.$$

in welcher A und m noch unbestimmt, die C_i dagegen bestimmte, später zu ermittelnde Grössen sind.

3) Als dritte Grenzbedingung haben wir eine der vorigen entsprechende, jedoch mit Beziehung auf die Mantelfläche des Cylinders genommen:

$$k\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=R} + h\, u_{r=R} = 0$$

welche Gleichung, ausgeführt, in die folgende übergeht:

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R$$

indem man berücksichtigt, dass:

$$\frac{\partial I^0_k}{\partial k} = - I^1_k \quad {}^{1)}$$

und in ihren (unendlich vielen) Wurzeln Werthe von m liefert, welche der Aufgabe genügen [2]). Bezeichnen wir diese letztern der Reihe nach mit $m_1 R$, $m_2 R$, $m_3 R \ldots.$ $m_i R$, so erhalten wir als allgemeinste Lösung der Differentialgleichung, welche zugleich den Grenzbedingungen 1) bis 3) genügt:

$$\text{II.} \qquad u = l \sum_1^{\infty} A_l\, I^0_{m_l r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_l^2 t} \cdot i \sum_1^{\infty} C_i\, e^{-\frac{k}{\varrho c} q_i^2 t} \sin q_i x$$

In dieser sind die Constanten A_l und C_i noch unbekannt. Es bleibt aber auch noch eine Grenzbedingung zu erfüllen übrig, nämlich:

4) diejenige des Anfangszustandes, welche bestimmt, dass bei Beginn des Versuches zur Zeit $t = 0$ die Tem-

---

1) Lommel, Studien über Bessel'sche Funktionen S. 8.

2) Schon Fourier hat gezeigt, dass die obige Gleichung unendlich viele reelle positive Wurzeln besitzt. S. Freeman S. 296.

peratur des Cylinders unabhängig von r und x, gleich einer constanten Grösse U sein soll. Diese Bedingung reicht aus, um sowohl die A_l als die C_i in vollkommen genügender Weise zu berechnen.

Setzt man in dem Ausdruck (II) $t = 0$, so nimmt derselbe die Form an:

$$U = {}_l\sum_1^\infty A_l\, I^0_{m_l r} \cdot {}_i\sum_1^\infty C_i \sin q_i x$$

und es steht Nichts im Wege festzusetzen, es sei:

$$ {}_l\sum_1^\infty A_l\, I^0_{m_l R} = 1 \qquad {}_i\sum_1^\infty C_i \sin q_i x = U.$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Coëfficienten A_l und C_i berechnen, indem man jeweilen beide Seiten mit einer solchen Hülfsfunktion Q_n multiplicirt, dass links sämmtliche Glieder mit Ausnahme eines einzigen verschwinden, wenn der so erhaltene Ausdruck beiderseits zwischen gewissen Grenzen integrirt wird.

a) Für die Constanten A_l wird dieser Zweck erreicht, wenn man als Hülfsfunktion Q_n wählt:

$$Q_n = r\, I^0_{m_n R}$$

wo m_n eine Wurzel der transscendenten Gleichung:

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R$$

ist; denn mit Benutzung der Beziehungen:

$$\frac{\partial\, I^0_{m_l r}}{\partial r} = -\, m_l I^1_{m_l r} \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial\,(r I^1_{m_l r})}{\partial r} = m_l r .\, I^0_{m_l r}$$

findet man:

$$\int_0^R r\, I^0_{m_l r}\, I^0_{m_n r}\, dr = \frac{1}{m_n^2 - m_l^2}\left(m_n R\, I^0_{m_l R}\, I^1_{m_n R} - m_l R\, I^1_{m_l R}\, I^0_{m_n R}\right)$$

Sind nun m_l und m_n verschiedene Wurzeln der obigen Gleichung, so verschwindet der letzte Integral-Ausdruck, und nur für den Fall, dass $n = l$ gesetzt wird, nimmt er einen von Null verschiedenen Werth an. Man hat also zur Bestimmung von A_l die Gleichung:

$$\int_0^R \left[r\, I^0_{m_n r}\; l\sum_1^\infty A_l\, I^0_{m_l r} \right] dr = A_l \int_0^R \left(I^0_{m_l r}\right)^2 . \, r dr =$$

$$= A_l \lim_{n=l} \frac{m_n R\, I^0_{m_n R}\, I^1_{m_l R} - m_l R\, I^1_{m_n R}\, I^0_{m_l R}}{m_n^2 - m_l^2} = \int_0^R I^0_{m_l r} \, . \, r dr$$

Mit Berücksichtung, dass:

$$\frac{\partial}{\partial m_n}\left(m_n\, I^1_{m_n R}\right) = m_n R\, I^0_{m_n R} \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial m_n}\, I^0_{m_n R} = - R\, I^1_{m_n R}$$

erhält man daraus

$$\frac{A_l R^2}{2}\left[\left(I^0_{m_l R}\right)^2 + \left(I^1_{m_l R}\right)^2\right] = \frac{R}{m_l} I^1_{m_l R}$$

und da:

$$I^1_{m_l R} = \frac{h}{k}\, \frac{I^0_{m_l R}}{m_l}$$

so kann man schliesslich für A_l den Ausdruck aufstellen:

$$A_l = \frac{2\, \frac{h}{k}\, R\, I^0_{m_l R}}{(m_l R)^2 \left(I^0_{m_l R}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{h}{k m_l}\right)^2\right]} = \frac{2\, \frac{h}{k}\, \frac{1}{R}}{I^0_{m_l R}\left[m_l^2 + \left(\frac{h}{k}\right)^2\right]}$$

Betrachten wir nun die Grössenverhältnisse der aufeinanderfolgenden Constanten A_l etwas genauer an dem Beispiele des Wismuth, das wegen seiner geringen Leitungsfähigkeit unter den drei Metallen den ungünstigsten Fall repräsentirte. Die Vorversuche mit einem Cylinder von ca. 8 cm.

Radius, der übrigens auch späterhin benutzt wurde, ergaben k von der Ordnung 0,7. Nimmt man hiezu für h den für Metalle angenähert gültigen Werth $h = 0{,}01$, so werden die Wurzeln der transscendenten Gleichung:

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R = 0{,}1143$$

nach den von Hansen [1]) berechneten Tafeln:

$m_1 R = 0{,}46 \qquad m_2 R = 3{,}86 \qquad m_3 R = 7{,}17 \qquad m_4 R = 10{,}28$

woraus:

$m_1 = 0{,}057 \qquad m_2 = 0{,}483 \qquad m_3 = 0{,}896 \qquad m_4 = 1{,}285$

$A_1 = 0{,}570 \qquad A_2 = -0{,}01917 \qquad A_3 = 0{,}00749 \qquad A_4 = -0{,}00436$

Es verhält sich also:

$$m_1 : m_2 : m_3 : m_4 = 1 : 8{,}4 : 15{,}6 : 22{,}35$$

$$A_1 : A_2 : A_3 : A_4 = 1 : 0{,}0334 : 0{,}0131 : 0{,}00766$$

Substituirt man die Werthe von m und A in die Summe:

$$A_1 I^0_{m_1 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_1^2 t} + A_2 I^0_{m_2 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_2^2 t} + A_3 I^0_{m_3 r}\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_3^2 t} + \dots$$

so ergibt sich, dass die aufeinanderfolgenden Glieder schon für $t = 1$ in rascher Weise abnehmen, indem sie sich z. B. für $r = 0$ (Cylinderaxe) verhalten, wie:

$$1 : 0{,}02 : 0{,}0002$$

Für ein grösseres t und bei besser leitenden Substanzen gestalten sich diese Verhältnisse noch weit günstiger. Man wird desswegen berechtigt sein, wenigstens bei Metallen schon nach 1—2 Minuten seit Beginn des Abkühlungsprozesses sich auf das erste Glied der obigen Reihe zu beschränken.

---

[1]) Lommel, Bessel'sche Funktionen S. 127 ff.

b) Die Constanten C_i lassen sich nàch Fourier bestimmen, indem man bildet:

$$U \int_0^{\Delta} \sin q_n x \, d x = \int_0^{\Delta} \left[\sin q_n x \quad i \sum_1^{\infty} C_i \sin q_i x \right] dx$$

Denn es ist;

$$\int_0^{\Delta} \sin q_n x \, . \sin q_i x \, dx = \frac{1}{q_n^2 - q_i^2} (q_i \sin q_n \Delta \cos q_i \Delta - q_n \sin q_i \Delta \cos q_n \Delta)$$

Sind nun $q_i \Delta$ und $q_n \Delta$ zwei Wurzeln derselben transcendenten Gleichung:

$$q \Delta \cot q \Delta = - \frac{h}{k} \Delta$$

so verschwindet jener Ausdruck, wenn i und n verschieden, und nimmt die Form $\frac{0}{0}$ an, wenn $n = i$. Für den letztern Fall erhält man aber direkt:

$$\int_0^{\Delta} \sin^2 q_i x \, dx = \frac{\Delta}{2} - \frac{\sin 2 q_i \Delta}{4 q_i}$$

Man hat also:

$$U \int_0^{\Delta} \sin q_i x \, dx = \frac{1 - \cos q_i \Delta}{q_i} U = C_i \left(\frac{\Delta}{2} - \frac{\sin 2 q_i \Delta}{4 q_i} \right)$$

$$C_i = 2 U \frac{1 - \cos q_i \Delta}{q_i \Delta} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\sin 2 q_i \Delta}{2 q_i \Delta}}$$

Der Verlauf dieser Constanten, wenn man i successive gleich 1, 2, 3 . . . . . n setzt, soll wiederum für Wismuth etwas genauer betrachtet werden.

Die positiven Wurzeln der transcendenten Gleichung:

$$q\Delta \cot q\Delta = -\frac{h}{k}\Delta$$

kann man in der Form darstellen:

$$q_1\Delta = \frac{\pi}{2} + \varepsilon_1 \qquad q_2\Delta = \frac{3\pi}{2} + \varepsilon_2 \qquad q_3\Delta = \frac{5\pi}{2} + \varepsilon_3 \ldots.$$

wobei $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3 \ldots.$ und durch Reduktion von Δ beliebig klein gemacht werden können. Ist nun $\frac{h\Delta}{k}$ eine kleine Grösse — bei Wismuth war $\frac{h}{k}\Delta$ von der Ordnung 0,036 — so darf man setzen:

$$\sin q_i\Delta = (-1)^{i+1}\left(1 - \frac{\varepsilon_i^2}{2}\right) \qquad \cos q_i\Delta = (-1)^{i} \cdot \varepsilon_i$$

und $$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}\frac{h}{k}\Delta} = 1 - \frac{1}{2}\frac{h}{k}\Delta$$ woraus:

$$\varepsilon_1 = \frac{\frac{h}{k}\Delta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)} \quad \varepsilon_2 = \frac{\frac{h}{k}\Delta}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)} \quad \varepsilon_3 = \frac{\frac{h}{k}\Delta}{\left(\frac{5\pi}{2}\right)} \quad \varepsilon_i = \frac{\frac{h}{k}\Delta}{\frac{2i-1}{2}\pi}$$

Darnach wird mit gleicher Annäherung:

$$C_i = 2U \frac{1 - (-1)^i \varepsilon_i}{\frac{2i-1}{2}\pi + \varepsilon_i}$$

Für den Wismuthcylinder ergab sich so:

$$\begin{array}{lll}
\varepsilon_1 = 0{,}02292 & \varepsilon_2 = 0{,}007639 & \varepsilon_3 = 0{,}004584 \\
q_1\Delta = 1{,}5937 & q_2\Delta = 4{,}7200 & q_3\Delta = 7{,}8585 \\
q_1 = 0{,}637 & q_2 = 1{,}888 & q_3 = 3{,}143 \\
C_1 = 1{,}2655 & C_2 = -0{,}4198 & C_3 = 0{,}2556
\end{array}$$

$$q_1 : q_2 : q_3 = 1 : 2{,}965 : 4{,}935$$

$$C_1 : C_2 : C_3 = 1 : 0{,}3318 : 0{,}2020$$

Setzt man diese Werthe in die Summe:

$$C_1 e^{-\frac{k}{\varrho c} q_1^2 t} \sin q_1 x + C_2 e^{-\frac{k}{\varrho c} q_2^2 t} \sin q_2 x + \ldots\ldots$$

so erhält man z. B. für $t = 1$ und $x = \varDelta$ folgendes Verhältniss der 3 ersten Glieder:

$$1 : 3{,}06.10^{-4} : 1{,}597.10^{-10} : \cdot \cdot \cdot$$

Man wird sich daher für diese Summe schon nach sehr kurzer Zeit vom Beginne der Abkühlung auf das erste Glied beschränken dürfen und man kann somit allgemein sagen:

Nach einer Minute vom Beginn des Versuches wird in einem Metallcylinder der betrachteten Art die Temperaturvertheilung für alle folgenden Zeitmomente durch den Ausdruck dargestellt:

$$\text{III.} \qquad u = A \cdot I^0_{mr} \sin qx \cdot e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t}$$

worin bedeutet:

m ein Werth, der sich aus der ersten Wurzel der Gleichung

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{h}{k} R \text{ ergibt,}$$

q der Faktor von $\varDelta$ in der ersten Wurzel der Gleichung:

$$q \varDelta \cot q \varDelta = -\frac{h}{k} \varDelta$$

endlich A ein Produkt aus 2 Constanten, dessen Werth

$$A = \frac{8 \, U \frac{h}{k} (1 - \cos q \varDelta)}{R \, I^0_{mR} \left[m^2 + \left(\frac{h}{k}\right)^2 \right] (2 \, q \varDelta - \sin 2 \, q \varDelta)}$$

übrigens nicht in Betracht kommt.

Auf die Gleichung (III) gründet sich die Methode, die innere Wärmeleitungsfähigkeit k eines Metalles für ein gewisses Temperaturintervall zu finden. Beobachtet man nämlich den zeitlichen Temperaturverlauf in einem bestimmten Punkte, dessen Coordinaten x_1 und r_1 sein mögen, und bildet darauf die Quotienten aus den gewissen Zeitmomenten entsprechenden Temperaturen, so hat man darin beliebig viele Mittel, die Grösse k zu berechnen.

Es seien t_1 und t_2 zwei bestimmte Zeitmomente, u_1 und u_2 die ihnen zugehörigen Temperaturen in dem betrachteten Punkte des Cylinders, so findet die einfache Beziehung statt:

$$\frac{u_1}{u_2} = e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)(t_2-t_1)}$$

woraus folgt:

$$\text{IV.} \qquad k = \varrho c \frac{\log \operatorname{nat}\left(\frac{u_1}{u_2}\right)}{(m^2+q^2)(t_2-t_1)}$$

Dies ist nun allerdings keine explicite Gleichung für k, indem zur Bestimmung der Grössen m und q, k eigentlich schon bekannt sein müsste. Man kann aber die hierin liegende Schwierigkeit in folgender Weise umgehen.

Wir haben schon oben gesehen, dass, weil $\frac{h}{k}$ immer eine sehr kleine Zahl ist, man setzen darf:

$$q\varDelta = \frac{\pi}{2} + \frac{\frac{h}{k}\varDelta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)} \qquad \text{woraus} \qquad q^2 = \left(\frac{\pi}{2\varDelta}\right)^2 + 2\frac{h}{k}\frac{1}{\varDelta}$$

Ein ähnlich kurzer, und doch sehr angenäherter Aus-

druck lässt sich auch für m^2 aufstellen. Die Funktionen I_k^0 und I_k^1 sind gegeben durch die Reihen:

$$I_k^0 = 1 - \frac{k^2}{2^2} + \frac{k^4}{2^2 . 4^2} - \frac{k^6}{2^2 . 4^2 . 6^2} + \cdots$$

$$I_k^1 = \frac{k}{2} - \frac{k^3}{2^2 . 4} + \frac{k^5}{2^2 . 4^2 . 6} - \frac{k^7}{2^2 . 4^2 . 6^2 . 8} + \cdots$$

Ist nun $k = mR$ eine kleine Grösse, so kann man mit genügender Annäherung setzen: $\frac{I_k^1}{I_k^0} = \frac{k}{2}$, wodurch die Gleichung für m übergeht in:

$$m R \frac{I^1_{mR}}{I^0_{mR}} = \frac{(m R)^2}{2} = \frac{h}{k} R$$

Daraus folgt dann:

$$m^2 = \frac{2}{R} \cdot \frac{h}{k}$$

Beachtet man ferner, dass die Oberfläche des Cylinders:

$$O = 2 R \pi \; (R + \varDelta)$$

das Volumen des Cylinders:

$$V = R^2 \pi \cdot \varDelta \, ,$$

dass also das Verhältniss:

$$\frac{O}{V} = 2 \left(\frac{1}{\varDelta} + \frac{1}{R} \right)$$

so kann man die Summe $m^2 + q^2$ durch den einfachen Ausdruck darstellen:

$$m^2 + q^2 = \left(\frac{\pi}{2 \varDelta} \right)^2 + \frac{hO}{kV}$$

Dieser Werth in Gleichung (IV) eingesetzt, gibt schliesslich:

$$\text{V.} \qquad \frac{\log \operatorname{nat} \left(\frac{u_1}{u_2} \right)}{t_2 - t_1} = \frac{\pi^2}{4 \varDelta^2 \cdot \varrho \cdot c} k + \frac{O}{Mc} \cdot h$$

worin M die Masse des Cylinders bedeutet.

Aus dieser Gleichung (V) ist nun k zu berechnen, sobald man ausser den Dimensionen, der Dichte und der specifischen Wärme des Cylinders noch die Grösse h kennt. Der Einfluss dieser letztern kann jedoch bedeutend reducirt werden, indem man die Dimensionen des Cylinders so wählt, dass das zweite Glied gegenüber dem ersten möglichst klein ausfällt. Das Verhältniss der beiden Glieder ist:

$$\frac{4\Delta^2 \varrho c O h}{M c \pi^2 . k} = \frac{8}{\pi^2}\left(1 + \frac{\Delta}{R}\right) . \frac{h}{k}$$

also einerseits abhängig von der gegebenen Natur der Substanz, andrerseits aber von der geometrischen Grösse $\frac{\Delta}{R}$, die man willkürlich in der Hand hat. Da nun bei allen Metallen $\frac{h}{k}$ einen kleinen Werth besitzt, so wird man auch bei denjenigen unter ihnen, welche am schlechtesten leiten, immer ein praktisch ausführbares Verhältniss $\frac{\Delta}{R}$ finden können, so dass:

$$\frac{8}{\pi^2}\left(1 + \frac{\Delta}{R}\right)\frac{h}{k} \leqq 0{,}02$$

Man erreicht dadurch den Vortheil, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, die schon innerhalb eines kleinen Temperaturintervalls fühlbare Variabilität von h vernachlässigen, ja für h einen ziemlich rohen, für alle Metalle gültigen Mittelwerth setzen zu dürfen und auf diese Weise die innerhalb enger Temperaturgrenzen constant zu setzende Grösse k fast unabhängig von h bestimmen zu können. — Für sehr schlecht leitende Substanzen fällt dieser Vortheil weg, indem bei diesen die Grösse $\frac{h}{k}$ mit der Einheit vergleichbar ist. Man hätte in einem solchen Fall h auf

irgend eine Weise für das Temperaturintervall besonders zu bestimmen und darauf mit Hülfe eines angenäherten Werthes von k die Grössen m und q zu berechnen, aus denen sich dann ein genauerer Werth von k ergibt.

Experimenteller Theil.

Es erschien wünschbar, die Anfangstemperatur U des ganzen Cylinders höher als Zimmertemperatur zu nehmen, damit in dem Zeitpunkt, wo die Gleichung (III) gültig wird, trotz der raschen Abkühlung u immer noch den Werth von circa 9 Grad besitze. Zu diesem Zwecke, und auch um die Versuche rasch wiederholen zu können, wurden die Metallcylinder eine gewisse Zeit hindurch auf eine ebene heisse Messingplatte aufgesetzt und nachher so lange an der Luft stehen gelassen, bis man an den verschiedenen Stellen der Oberfläche dem Gefühle nach keinen Temperaturunterschied mehr wahrnahm. Wenn dann auch noch kleinere Ungleichheiten in der Vertheilung der Temperatur zurückblieben, wodurch die Gültigkeit der Gleichung hätte in Frage gestellt werden können, so wurden diese wohl dadurch compensirt, dass die Zeit vom Beginn des Versuches bis zur ersten Ablesung in der Mehrzahl der Fälle mindestens zwei Minuten betrug, während deren sich ein regelmässiger Wärmefluss im Cylinder einstellen konnte.

Nachdem der Cylinder in dieser Weise erwärmt, wurde er im Zeitmomente $t = 0$ auf eine ungefähr gleich grosse, planparallel geschliffene und möglichst horizontal gestellte Eisplatte von mindestens 3 cm. Dicke gesetzt, rasch mit einer Kappe überdeckt, bestehend aus zwei concentrischen

Cylindern aus Kupferblech, deren Zwischenraum mit Schnee gefüllt war, und darauf der Abkühlung überlassen. Es war anzunehmen, dass schon nach sehr kurzer Zeit die Bodenfläche des Cylinders, sowie die Umgebung desselben dieselbe Temperatur, nämlich Null Grad besassen und dass sämmtliche von dem Cylinder durch äussere Wärmeleitung und Strahlung abgegebene Wärme sogleich durch die umgebende dünne Luftschicht an den Schnee der Kappe überging. Andrerseits blieb auch die Temperatur der Bodenfläche constant auf Null Grad erhalten, da das Gewicht von Metallcylindern von beiläufig 16 Centimeter Durchmesser und mindestens 2,5 Centimeter Höhe genügend ist, das sich bildende Schmelzwasser continuirlich über die Seiten der Eisplatte hinunterfliessen zu machen.

Theoretisch ist es ganz gleichgültig, welchen Punkt man zur Temperaturbeobachtung wählt; aus praktischen Gründen wird man aber am besten den Mittelpunkt der obern Basisfläche dazu benützen, da dieser während der ganzen Versuchsdauer die höchste Temperatur besitzt.

Zur Messung des Temperaturverlaufes wurde ein Thermoelement angewandt, gebildet aus einem Neusilberdrath und zwei Kupferdräthen, die so dünn waren, dass die dem Körper durch sie mittelst Leitung entzogene Wärme gänzlich vernachlässigt werden konnte. Das eine Ende des Neusilberdrathes und des einen Kupferdrathes wurden im Mittelpunkt der obern Basisfläche des Cylinders eingelöthet und das mit dem zweiten Kupferdrath zusammengelöthete Ende des Neusilberdrathes dauernd in Schnee auf 0° erhalten. Indem man dann die freien Enden der beiden Kupferdräthe in den Stromkreis eines Wiedemann'schen Spiegelgalvanometers einschaltete, das für den vorliegenden Zweck aperiodisch gemacht war, erhielt man in den, jedem

Zeitmoment entsprechenden, auf Bögen reducirten Scalenausschlägen ein relatives Maass für die Temperatur der einen Löthstelle, wie das aus folgender Betrachtung hervorgehen wird.

Eine constante elektromotorische Kraft E kann für kleine Ausschlagswinkel φ des Galvanometermagneten immer proportional gesetzt werden dem auf Bögen reducirten Scalenausschlage x nach der Gleichung:

$$E = Iw = Cw \operatorname{tang} \varphi = Cw \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 2\varphi} - 1}{\operatorname{tang} 2\varphi} =$$

$$= \frac{Cw}{2}\left[\operatorname{tang} 2\varphi - \frac{1}{4}\operatorname{tang}^3 2\varphi + \ldots\right] = \frac{Cw}{2}\left[\frac{s}{D} - \frac{1}{4}\left(\frac{s}{D}\right)^3 + \frac{5}{64}\left(\frac{s}{D}\right)^5 - \ldots\right] \backsim$$

$$\backsim \frac{Cw}{2}\left[\frac{s}{D} - \frac{1}{3}\left(\frac{s}{D}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{s}{D}\right)^5 - \ldots\right] \backsim \frac{Cw}{2} x$$

worin I die durch E hervorgerufene Stromstärke, w den Widerstand im Stromkreis, s den abgelesenen, x den reducirten Scalenausschlag, D die Distanz von Spiegel und Scala und C eine vom Instrument abhängige Constante bedeuten.

Ferner lässt sich die in Folge der Temperaturdifferenz $u_1 - u_2$ der beiden Löthstellen eines Thermoelementes erregte elektromotorische Kraft für ein nicht zu grosses Temperaturintervall darstellen durch eine Gleichung von der Form:

$$E = A(u_1 - u_2) - B(u_1 - u_2)^2$$

woraus folgt, wenn $u_2 = 0$ und E durch x gemessen wird:

$$x = \alpha u - \beta u^2$$

Die Constanten α und β sind abhängig von dem benützten Galvanometer und den Substanzen, aus denen das Thermoelement zusammengesetzt ist. Für einen bestimmten Fall

werden sie experimentell erhalten, indem man die eine Löthstelle in Eis, die andere successiv in Wasser von verschiedenen Temperaturen einsetzt und die zugehörigen Galvanometerausschläge abliest. Bei den hier angewandten Drathsorten stellte sich β im Vergleich zu α so klein heraus (ungefähr wie 0,0001: 1), dass innerhalb des in Frage kommenden Temperaturintervalls das zweite Glied gegenüber dem ersten vernachlässigt werden durfte und dies um so eher, als nicht die absoluten Werthe u, sondern nur die Verhältnisse der zu verschiedenen Zeiten auftretenden Temperaturen zu kennen nöthig sind.

Für constante elektromotorische Kräfte E_1 und E_2, resp. constante Temperaturdifferenzen u_{t_1} und u_{t_2} würde man also bei der gemachten Anordnung unbedingt setzen dürfen:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{u_{t_1}}{u_{t_2}} = \frac{x_1}{x_2}$$

und es frägt sich jetzt nur noch, ob, da die Temperatur der einen Löthstelle sich stetig ändert, die Bewegung des Galvanometermagneten dieser Aenderung eben so stetig folgt, so dass der Ausschlag x in jedem Moment wirklich der vorhandenen Temperatur proportional gesetzt werden darf. Die Bedingungen, unter welchen diese Annahme zulässig, können in folgender Weise festgestellt werden.

Der Galvanometermagnet befinde sich bis zur Zeit $t = T$, wo T vorläufig eine beliebige, jedoch von Null verschiedene Grösse sein mag, im Zustande der Ruhe. In diesem Moment werde das Galvanometer plötzlich in den thermoelektrischen Kreis eingeschaltet und dauernd darin gelassen. Es geht dann der Magnet aus seiner Gleichgewichtslage und bewegt sich fürderhin nach einem Ge-

setze, das abhängig ist von der Einrichtung des Galvanometers und von der Variation des thermoelektrischen Stromes. Zur Zeit t nach der Schliessung des Stromkreises ist die Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen ausgedrückt durch:

$$u = l\sum_1^\infty A_l\, e^{-\frac{k}{\varrho c} m_l^2 (T+t)} \cdot i\sum_1^\infty C_i\, e^{-\frac{k}{\varrho c} q_i^2 (T+t)} \sin q_i \varDelta$$

also durch eine nach Potenzen von e fortschreitende Reihe von der Form:

$$u = a_1\, e^{-b_1 (T+t)} + a_2\, e^{-b_2 (T+t)} + a_3\, e^{-b_3 (T+t)} + \cdots$$

worin $b_1 < b_2 < b_3 \ldots.$ und die a eine im Allgemeinen abnehmende Reihe bilden. Beispielsweise ist bei der Wood'schen Legirung:

$$b_1 = \frac{k}{\varrho c}(m_1^2 + q_1^2) = 2{,}463 \qquad a_1 = A_1\, C_1 \sin q_1 \varDelta = 1{,}2360\ U$$

$$b_2 = \frac{k}{\varrho c}(m_2^2 + q_1^2) = 3{,}553 \qquad a_2 = A_2\, C_1 \sin q_1 \varDelta = 0{,}0184\ U$$

$$b_3 = \frac{k}{\varrho c}(m_3^2 + q_1^2) = 6{,}161 \qquad a_3 = A_3\, C_1 \sin q_1 \varDelta = 0{,}0074\ U$$

Dieser Temperaturdifferenz entspricht eine elektromotorische Kraft:

$$E = \alpha \cdot u$$

und eine Intensität des thermoelektrischen Stromes:

$$I = \frac{E}{W} = \frac{\alpha}{W} \cdot u$$

wenn W den Gesammtwiderstand im Stromkreis bedeutet. Bezeichnet man nun mit M das (magnetische) Moment des Galvanometermagneten und mit G die Empfindlichkeitsconstante des Galvanometers, so ist das vom Strome I zur Zeit t auf den Magneten ausgeübte Drehmoment:

$$M G \cdot \frac{\alpha \cdot u}{W}$$

unter der Voraussetzung, dass der Ablenkungswinkel φ des Magneten zur Zeit t so klein ist, dass der Cosinus desselben gleich 1 und somit, was für das Folgende nothwendig, der Sinus desselben: $\sin\varphi = \varphi$ gesetzt werden darf. — Ist endlich Q das Trägheitsmoment des Magneten, D die Grösse des auf die Einheit der Winkelgeschwindigkeit bezogenen Momentes der Dämpfung, herrührend von der den Magnet umgebenden Kupferhülse und dem Luftwiderstand — die Eigendämpfung des Galvanometers kommt wegen ihrer Kleinheit nicht in Betracht —, H die Horizontalcomponente der wirkenden Richtkraft (Erdmagnetismus und Hülfsmagnet), und S die Elasticitätsconstante des Aufhängefadens, so ist die Bewegung des Galvanometermagneten dargestellt durch die Differentialgleichung:

$$Q \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + D \frac{\partial \varphi}{\partial t} + (M H + S)\varphi - \frac{M \cdot G \cdot \alpha}{W} \cdot u = 0$$ [1]) oder:

$$1) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + A \frac{\partial \varphi}{\partial t} + B\varphi - C[a_1 e^{-b_1(T+t)} + a_2 e^{-b_2(T+t)} + \ldots\ldots] = 0$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird:

$$A = \frac{D}{Q}, \quad B = \frac{M H + S}{Q}, \quad C = \frac{M \cdot G \cdot \alpha}{Q \cdot W}$$

Das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung wird folgendermaassen erhalten.

Die Gleichung:

$$2) \qquad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + A \frac{\partial \varphi}{\partial t} + B\varphi = 0$$

[1]) Die elastische Nachwirkung des Aufhängfadens (Coconfadens) ist zu vernachlässigen.

wird befriedigt durch $e^{-\lambda t}$, wenn λ der quadratischen Gleichung:

$$\lambda^2 - A\lambda + B = 0$$

genügt. Sind also:

$$\lambda_1 = \frac{A}{2} + \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B} \quad \text{und} \quad \lambda_2 = \frac{A}{2} - \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}$$

die Wurzeln dieser letztern, so ist das allgemeine Integral der Differentialgleichung 2):

$$\varphi = M_1 e^{-\lambda_1 t} + M_2 e^{-\lambda_2 t} = \varphi_1$$

worin M_1 und M_2 zwei vorläufig unbestimmte Constanten sind. Aus φ_1 ergibt sich das allgemeine Integral der Differentialgleichung 1):

$$\varphi = \varphi_1 + \int_0^t z\, d\alpha$$

indem man $z = f(t, \alpha)$ so bestimmt, dass für $\alpha = t$:

$$z = 0 \text{ und } \frac{\partial z}{\partial t} = u_t = C\left[a_1 e^{-b_1(T+t)} + a_2 e^{-b_2(T+t)} + \ldots\right]$$

Diese Bedingungen sind erfüllt, indem man setzt:

$$z = C_1 e^{-\lambda_1 (t-\alpha)} + C_2 e^{-\lambda_2 (t-\alpha)}$$

$$C_1 + C_2 = 0 \quad \text{und} \quad C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 = -u_{t=\alpha} \quad \text{also:}$$

$$z = \frac{u_{t=\alpha}}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1(t-\alpha)} - e^{-\lambda_2(t-\alpha)}\right)$$

Darnach ist:

$$\int_0^t z\,d\alpha = \frac{C}{\lambda_2-\lambda_1}\int_0^t\left(e^{-\lambda_1(T+t)}-e^{-\lambda_2(T+t)}\right)\left(a_1 e^{-b_1(T+\alpha)}+a_2 e^{-b_2(T+\alpha)}+\ldots\ldots\right)d\alpha=$$

$$=\frac{Ca_1}{(\lambda_1-b_1)(\lambda_2-b_1)}e^{-b_1(T+t)}+\frac{Ca_2}{(\lambda_1-b_2)(\lambda_2-b_2)}e^{-b_2(T+t)}+\frac{Ca_3}{(\lambda_1-b_3)(\lambda_2-b_3)}e^{-b_3(T+t)}+\ldots$$

$$-e^{-\lambda_1 t}\left\{\frac{Ca_1 e^{-b_1 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_1-b_1)}+\frac{Ca_2 e^{-b_2 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_1-b_2)}+\frac{Ca_3 e^{-b_3 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_1-b_3)}+\ldots\right\}$$

$$+e^{-\lambda_2 t}\left\{\frac{Ca_1 e^{-b_1 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2-b_1)}+\frac{Ca_2 e^{-b_2 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2-b_2)}+\frac{Ca_3 e^{-b_3 T}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_2-b_3)}+\ldots\right\}$$

Die Coefficienten von $e^{-\lambda_1 t}$ und $e^{-\lambda_2 t}$ sind constante, und (wenn λ_2 und λ_1 verschieden sind) endliche Grössen. Man kann also diese Glieder mit den schon in φ_1 enthaltenen zusammenziehen und schreiben:

$$\varphi = P_1 e^{-\lambda_1 t} + P_2 e^{-\lambda_2 t} + N_1 e^{-b_1(T+t)} + N_2 e^{-b_2(T+t)} + \ldots\ldots$$

wo N_1, N_2, N_3 ... die Werthe haben:

$$N_1=\frac{Ca_1}{(\lambda_1-b_1)(\lambda_2-b_1)}=\frac{Ca_1}{B-b_1 A+b_1^2},\ N_2=\frac{Ca_2}{B-b_2 A+b_2^2},\ N_3=\frac{Ca_3}{B-b_3 A+b_3^2}$$

und P_1 und P_2 sich daraus ergeben, dass der Ausschlag des Magneten zur Zeit $t = 0$ gleich Null, seine Winkelgeschwindigkeit in diesem Moment z. B. gleich γ_0 ist. Diese Bedingungen werden durch die Gleichungen ausgedrückt:

$$0 = P_1 + P_2 + N_1 e^{-b_1 T} + N_2 e^{-b_2 T} + N_3 e^{-b_3 T} + \cdots$$

$$\gamma_0 = P_1\lambda_1 + P_2\lambda_2 + N_1 b_1 e^{-b_1 T} + N_2 b_2 e^{-b_2 T} + N_3 b_3 e^{-b_3 T} + \ldots$$

Aus ihnen folgt:

$$P_1 = -\frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left[\gamma_0 + N_1(\lambda_2-b_1)e^{-b_1 T} + N_2(\lambda_2-b_2)e^{-b_2 T} + \ldots\ldots\right]$$

$$P_2 = \frac{1}{\lambda_2-\lambda_1}\left[\gamma_0 + N_1(\lambda_1-b_1)e^{-b_1 T} + N_2(\lambda_1-b_2)e^{-b_2 T} + \ldots\right]$$

Damit nun das Galvanometer den gewünschten Zweck erfülle, d. h. dass sein Ausschlag in jedem Zeitmoment der vorhandenen Temperaturdifferenz der beiden Löthstellen proportional sei, muss Folgendes stattfinden:

1) Es soll das Galvanometer so eingerichtet sein, dass λ_1 und λ_2 reell und Beide gross sind im Verhältniss zu allen in Betracht kommenden bT, damit schon für einen kleinen Werth von t die beiden ersten Glieder: $P_1 e^{-\lambda_1 t}$ und $P_2 e^{-\lambda_2 t}$ gegenüber den folgenden nicht in Betracht kommen. Man erreicht dies, indem man einen Magneten von kleinem Trägheitsmoment und mit starker Dämpfung anwendet und den Hülfsmagneten so einstellt, dass das Galvanometer angenähert aperiodisch schwingt.

2) Es ist die Zeit des Anfanges der Beobachtungen $T + t_1$ so gross zu nehmen, dass sämmtliche auf das Glied $N_1 e^{-b_1 (T + t_1)}$ folgenden Glieder gegen dieses zu vernachlässigen sind.

Diesen Bedingungen war in allen Versuchen Genüge geleistet. Um die erste derselben zu prüfen, wurde folgendes Verfahren benutzt:

Der Galvanometermagnet wurde durch eine constante elektromotorische Kraft um einen (kleinen) Winkel φ_0 aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage abgelenkt, dann, im Zeitmomente $t = 0$, durch Oeffnen des Stromkreises plötzlich losgelassen. Er bewegte sich dann gegen die Ruhelage hin nach dem Gesetz:

$$Q \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + D \frac{\partial \varphi}{\partial t} + (M \cdot H + S)\, \varphi = 0 \qquad \text{oder:}$$

$$\varphi = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Für $t = 0$ ist $\varphi = \varphi_0$ und $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$ sei $= \gamma_0$. Dies gibt die zwei Gleichungen:

$$\varphi_0 = C_1 + C_2 \quad \text{und} \quad -\gamma_0 = C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 \quad \text{woraus:}$$

$$C_1 = \frac{\lambda_2\varphi_0 + \gamma_0}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad \text{und} \quad C_2 = -\frac{\lambda_1\varphi_0 + \gamma_0}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\varphi = \frac{\varphi_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}\right) + \frac{\gamma_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Bezeichnen nun φ_1, φ_2 die den zwei Zeiten t_1 und t_2 entsprechenden Ablenkungen des Magneten aus seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage, x_1 und x_2 die zugehörigen (auf Bögen reducirten) Scalenablesungen, so hat man:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{(\varphi_0\lambda_2 + \gamma_0)e^{-\lambda_1 t_1} - (\varphi_0\lambda_1 + \gamma_0)e^{-\lambda_2 t_1}}{(\varphi_0\lambda_2 + \gamma_0)e^{-\lambda_1 t_2} - (\varphi_0\lambda_1 + \gamma_0)e^{-\lambda_2 t_2}}$$

Liest man in gleichen Zeitintervallen ab, so dass $t_1 = \Delta t$, $t_2 = 2\Delta t$, $t_3 = 3\Delta t$, ... und bezeichnet man zur Abkürzung die Grösse $e^{-\lambda_1 \Delta t}$ mit m, die Grösse $e^{-\lambda_2 \Delta t}$ mit n, so ist:

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_1} = \frac{\varphi_0(\lambda_2 - \lambda_1)}{m(\lambda_2\varphi_0 + \gamma_0) - n(\lambda_1\varphi_0 + \gamma_0)} = a$$

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_2} = \frac{\varphi_0(\lambda_2 - \lambda_1)}{m^2(\lambda_2\varphi_0 + \gamma_0) - n^2(\lambda_1\varphi_0 + \gamma_0)} = b$$

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_3} = \frac{\varphi_0(\lambda_2 - \lambda_1)}{m^3(\lambda_2\varphi_0 + \gamma_0) - n^3(\lambda_1\varphi_0 + \gamma_0)} = c$$

. . . .

Aus den drei ersten Quotienten berechnet sich dann:

$$m\,n = \frac{a(ac - b^2)}{bc(b - a^2)} = A \qquad m + n = \frac{a(c - ab)}{c(b - a^2)} = B$$

$$m = \tfrac{1}{2}\left(B + \sqrt{B^2 - 4A}\right) \qquad n = \tfrac{1}{2}\left(B - \sqrt{B^2 - 4A}\right)$$

und daraus:

$$\lambda_1 = -\frac{\log \text{ nat } m}{\varDelta t} \qquad \lambda_2 = -\frac{\log \text{ nat } n}{\varDelta t}$$

Diese Formeln sind praktisch verwerthbar, wenn λ_1 und λ_2 nicht sehr verschieden sind. Im andern Fall dagegen wird n im Verhältniss zu B eine sehr kleine Grösse, die schwer genau zu bestimmen ist. Man kann dann aber, bei hinreichend grossem t_1 und t_2 den Werth von m direkt berechnen, indem man setzen darf:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = e^{-\lambda_2(t_1-t_2)} \cdot \frac{\frac{\varphi_0\lambda_2+\gamma_0}{\varphi_0\lambda_1+\gamma_0} e^{(\lambda_2-\lambda_1)t_1} - 1}{\frac{\varphi_0\lambda_2+\gamma_0}{\varphi_0\lambda_1+\gamma_0} e^{(\lambda_2-\lambda_1)t_2} - 1} = e^{\lambda_1(t_2-t_1)}$$

woraus folgt, wenn $t_2 - t_1 = \varDelta t$:

$$m = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \text{ und } n = B - m.$$

Auf diese Weise wurde bei einem Zeitintervall $\varDelta t = \frac{1}{20} =$ 3 Sekunden gefunden:

$$m = 0{,}5931 \qquad B = 0{,}6002 \qquad n = 0{,}0071$$

$$\lambda_1 = 10{,}45 \qquad \lambda_2 = 99$$

Setzt man diese Werthe in die für den Hauptversuch gültige Bewegungsgleichung des Galvanometermagneten ein:

$$\varphi = P_1 e^{-\lambda_1 t} + P_2 e^{-\lambda_2 t} + N_1 e^{-b_1(T+t)} + N_2 e^{-b_2(T+t)} + \ldots.$$

so sieht man, dass das Glied $P_2 e^{-\lambda_2 t}$ schon nach sehr kurzer Zeit völlig bedeutungslos wird. Berechnet man die übrigen Glieder für den Anfangsmoment $T + t_1$ der Beobachtungen, so erhält man z. B. bei der Wood'schen Legirung, wo die Umstände am ungünstigsten waren, indem T nur wenig

kleiner, t_1 wenig grösser als $\frac{1}{2}$ genommen werden konnten, folgende Verhältnisse (für $T + t_1 = 1$):

$$P_1 e^{-\frac{\lambda_1}{2}} : N_1 e^{-b_1} : N_2 e^{-b_2} : N_3 e^{-b_3} = 0{,}02 : 1 : 0{,}0058 : 0{,}00028$$

Es durften also in dem Ausdruck für φ alle auf $N_1 e^{-b_1(T+t)}$ folgenden Glieder ohne Weiteres vernachlässigt werden; und nur der Ausdruck $P_1 e^{-\lambda_1 t}$ mochte bei den Versuchen mit dem Wood'schen Metall auf die erste Ablesung einen geringen Einfluss ausgeübt haben. Bei den beiden andern der Untersuchung unterzogenen Metallen, wo mit dem Beginn der Ablesungen bedeutend länger zugewartet werden konnte, fiel dagegen das letzterwähnte Glied ganz ausser Berücksichtigung.

Durch die vorstehenden Betrachtungen ist erwiesen, dass die Bewegung des Galvanometermagneten jedenfalls von dem Zeitpunkt an, wo die Scalenablesungen begonnen wurden, durch die Gleichung dargestellt war:

$$\varphi = N_1 e^{-b_1(T+t)},$$

oder wenn man statt des Ablenkungswinkels φ den Scalenausschlag $x = \mu\varphi$ einführt und für N_1 und b_1 ihre Werthe einsetzt:

$$x = \frac{M.G.\mu\alpha}{Q \cdot W} \cdot \frac{a_1 e^{-\frac{k}{\varrho c}(m_1^2 + q_1^2)(T+t)}}{\left[\frac{k}{\varrho c}(m_1^2 + q_1^2)\right]^2 - \frac{k}{\varrho c}(m_1^2 + q_1^2) A + B} = \text{Const.}\, u_{T+t}$$

Man war also vollständig berechtigt, die von der Ruhelage aus gemessenen Scalenausschläge als Maass der Temperatur zu benutzen. Unter dieser Voraussetzung kann man dann die Formel (V) auch schreiben:

$$\mathrm{V^a.} \qquad \log \operatorname{nat}\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = (t_2 - t_1)\left\{\frac{\pi^2 k}{4\,\varrho c\,\Delta^2} + \frac{O\cdot h}{M\cdot c}\right\} = \mathrm{Const.}$$

Es geht daraus hervor, dass das logarithmische Decrement der Scalenablesungen für gleiche Zeiten eine constante Grösse ist, ein Resultat, das sich bei den gut verlaufenden Versuchsreihen bestätigt hat.

Die Ausführung der Versuche geschah in der Regel in folgender Weise.

Fünf Minuten vor dem als $t = 0$ bezeichneten Zeitmomente wurde die Stellung der Ruhelage des Magneten von Minute zu Minute vorgemerkt, dann bei $t = 0$ der Metallcylinder auf die Eisplatte aufgesetzt und rasch mit der abgekühlten Kupferhülle überdeckt, bei $t = 1$ (Minute) die Ruhelage noch einmal abgelesen und zugleich der Stromkreis geschlossen und bei $t = 2$ endlich der erste Scalenausschlag markirt. Von diesem Zeitpunkte an wurde je nach Umständen alle 10 oder alle 15 Sekunden der Theilstrich abgelesen, der das Fadenkreuz des Fernrohrs passirte, jedoch war es in allen Fällen während höchstens zwei Minuten möglich, noch brauchbare, d. h. wegen ihrer Kleinheit nicht zu unzuverlässige Ablesungen zu machen. Nach Oeffnung des Stromkreises wurde noch eine Minute gewartet, um die Ruhelage noch einmal zu bestimmen und dann die Variation der letztern während der Dauer des Versuches auf alle einzelnen Beobachtungen vertheilt. Schliesslich wurden je zwei der Zeit nach um eine Minute auseinander liegende Beobachtungen combinirt und aus den so erhaltenen Resultaten das Mittel gezogen.

Zur schliesslichen Bestimmung von k sind ausser den Dimensionen und dem Gewichte des Körpers noch die

Dichte, die specifische Wärme und die Grösse h zu kennen nöthig, und zwar streng genommen für das Temperaturintervall von 1° bis 9°. Nun variirt aber die Dichte der Metalle sehr langsam mit der Temperatur. Es genügte daher für den vorliegenden Zweck, dieselbe für Zimmertemperatur zu bestimmen.

Etwas stärker, als die Dichte, ist die specifische Wärme c der Metalle von der Temperatur abhängig. Es erschien desswegen wünschbar, c für eine mittlere Temperatur zu bestimmen, welche wenig verschieden war von der bei den Hauptversuchen auftretenden. Zu diesem Zwecke wurde das Wassercalorimeter angewandt und die einzuwerfende Substanz in einem dünnwandigen, wohlverschlossenen Glasrohr etwa ³/₄ Stunden lang in eine Kältemischung aus zerstossenem Eis und Kochsalz eingesetzt, und dadurch auf circa — 20° abgekühlt. Die zur Berechnung dienende Gleichung war:

$$Mc\,(U-u) = (W+m\gamma)\,(u-u_0) + \text{Correctionsgrösse},$$

in welcher bedeutet:

M, c, U Masse, specifische Wärme und Anfangstemperatur des zu untersuchenden Körpers, W das Gewicht des Wassers im Calorimeter, $m\gamma$ den Wasserwerth des Calorimetergefässes sammt Rührer, u_0 die Anfangstemperatur von Wasser und Gefäss, u die Minimaltemperatur der Mischung. Die Correktionsgrösse, welche die Wärmemittheilung von und nach Aussen berücksichtigt, konnte weggelassen werden, da bei der kleinen specifischen Wärme der drei Metalle Wismuth, Blei und Wood'sche Legirung die Minimaltemperatur sehr schnell (schon nach einer Viertelminute) erreicht und überdiess nicht sehr verschieden (im Maximum 2 Grad) von u_0, sowie der Temperatur der Umgebung war.

Bei den ausgeführten Versuchen betrug:

$m\gamma = 4{,}51 \qquad W + m\gamma = 210 - 230 \qquad M = 200 - 250$ Grm.

$U = -19^\circ{,}5$ bis $-20^\circ{,}7 \qquad u_0 = 17^\circ$ bis 18°

und es wurde gefunden als Mittel für:

Blei $c = 0{,}0296$ Wismuth $c = 0{,}0294$ Wood's Metall $c = 0{,}0362$

Was endlich das äussere Wärmeleitungsvermögen h anbetrifft, so wurde bei allen drei Metallen diese Grösse gleich 0,01 gesetzt, da dieselbe auf die Bestimmung von k von geringem Einfluss ist, nur als Correktionsgrösse fungirt und desshalb durchaus nicht genau bestimmt zu werden braucht. Um jedoch einen Anhaltspunkt zu gewinnen, wurden einige Abkühlungsversuche mit einem Bleicylinder vorgenommen, vom Durchmesser 2,25 cm. und der Länge 5,7 cm., dessen Dimensionen also so klein waren, dass man annehmen konnte, seine sämmtlichen Bestandtheile haben in jedem Zeitmomente dieselbe Temperatur. Derselbe wurde, nachdem er die Temperatur des Zimmers angenommen, an zwei Fäden im Innern einer kupfernen Hülle frei aufgehängt, die aussen von einer grossen Menge Schnee umgeben war und dann der Abkühlung überlassen. Der Temperaturverlauf wurde durch ein Thermoelement von der oben beschriebenen Art gemessen, dessen eine Löthstelle in die Oberfläche des Bleicylinders eingelöthet, die andere in Schnee gesetzt war, und dessen freie Enden in den Stromkreis des für den Hauptversuch benutzten Galvanometers eingeschaltet wurden. Bedeutet u_0 die Anfangstemperatur, u die der Zeit t entsprechende Temperatur des Cylinders, x_0 und x die zugehörigen Scalenausschläge, ferner O die Oberfläche, M die Masse und c die specifische Wärme des Körpers, so wird die Grösse h durch die Gleichung bestimmt:

$$\log \text{nat} \frac{u_0}{u} = \log \text{nat} \frac{x_0}{x} = \frac{hO}{Mc} t$$

aus der die Versuche ergaben:

$$h = 0{,}0091.$$

Resultate der Beobachtungen.

1) Das erste der untersuchten Metalle war Blei, in Form eines Cylinders, dessen Radius $R = 8{,}03$ cm., Höhe $\Delta = 6{,}00$ cm., Oberfläche $O = 707{,}8$ □ cm., Masse $M = 13790$ gr. Das specifische Gewicht wurde gefunden zu $\varrho = 11{,}352$, die specifische Wärme $c = 0{,}0296$ für das Temperaturintervall von $-20°$ bis $+17°$.

Das Blei war nicht chemisch rein.

Nachdem der Cylinder aufgesetzt, wurde in der Regel zwei Minuten gewartet, dann die Ruhelage noch einmal abgelesen und der Stromkreis geschlossen und nach einer weitern Minute die erste Scalenablesung gemacht, denen die weitern in Intervallen von 15 zu 15 Sekunden folgten. Nach Verfluss von zwei Minuten wurde der Stromkreis geöffnet und am Ende der dritten Minute die Ruhelage des Magneten abermals markirt.

Bedeutet also x die der Zeit t entsprechende, auf Bogen reducirte Ablenkung in Millimetern, $\log x$ den gewöhnlichen Logarithmus dieser Zahl, $\Delta_1 \log x$ die Differenz der gewöhnlichen Logarithmen von zwei der Zeit nach um 15 Sekunden, $\Delta_2 \log x$ die Differenz der gewöhnlichen Logarithmen von zwei um eine Minute auseinander liegenden Ablenkungen, so hat man z. B.:

Zeit	x	$\log x$	$\varDelta_1 \log x$	$\varDelta_2 \log x$
3^h 49′	412,9	2,61584		
			0,09838	0,39888
49′15″	329,2	2,51746		
			0,10015	0,40118
49′30″	261,4	2,41731		
			0,09946	0,40532
49′45″	207,9	2,31785		
			0,10089	0,40351
50′	164,8	2,21696		
			0,10068	0,40606
50′15″	130,7	2,11628		
			0,10429	
50′30″	102,8	2,01199		
			0,09765	
50′45″	82,1	1,91434		
			0,10344	
51′	64,7	1,81090		

Die Ruhelage wanderte dabei in 4 Minuten um 3 Skalentheile.

Das Mittel aus den vier ersten Zahlen der letzten Columne ist:

0,40222

und entspricht einer gewissen mittleren Temperatur, die unter der Voraussetzung, dass ϱ, c, k, h constante Grössen sind, durch den Ausdruck dargestellt wird:

$$u_m = \frac{A}{mR\,(t_2 - t_1)} \int\limits_{t_1}^{t_2} \int\limits_0^{\varDelta} \int\limits_0^R I_{mr}^0 \sin qx \; e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t} \cdot dr\,dx\,dt =$$

$$= A\,\frac{1-\cos q\varDelta}{q\varDelta}\;\frac{e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t_1} - e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t_2}}{\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)(t_2-t_1)} \cdot \frac{1}{R}\int\limits_0^R I_{mr}^0\,dr$$

wenn t_1 den Zeitmoment der ersten, t_2 den Zeitmoment der letzten in Betracht gezogenen Ablesung bedeutet. Entsprechen diesen Zeitmomenten die Temperaturen u_1 und u_2 (im Mittelpunkt der obern Basisfläche des Cylinders), so hat man:

$$A \left\{ e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t_1} - e^{-\frac{k}{\varrho c}(m^2+q^2)t_2} \right\} = \frac{u_1 - u_2}{\sin q \varDelta} \cdot$$

$\frac{k}{\varrho c}(m^2 + q^2)(t_2 - t_1) = \log \text{nat}\, u_1 - \log \text{nat}\, u_2$ ferner ist:

$$\frac{1}{R}\int_0^R I^0_{mr}\, dr = 1 - \frac{(mR)^2}{2^2 \cdot 3} + \frac{(mR)^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 5} - \cdots\cdots$$

wofür man in der vorliegenden Frage füglich 1 setzen kann. Endlich darf man annehmen:

$$\frac{1 - \cos q \varDelta}{q \varDelta \sin q \varDelta} = \frac{1 + \dfrac{\frac{h}{k}\varDelta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}}{\left[\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\frac{h}{k}\varDelta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right]\left[1 - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\frac{h}{k}\varDelta}{\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)^2\right]} = \frac{2}{\pi}$$

Setzt man alle diese Werthe in den Ausdruck für u_m ein, so geht der letztere über in:

$$u_m = \frac{2}{\pi} \frac{u_1 - u_2}{\log \text{nat}\left(\frac{u_1}{u_2}\right)}$$

Das benutzte Thermoelement zeigte nun einen solchen Zusammenhang zwischen der Temperaturdifferenz u der beiden Löthstellen, deren eine immer auf 0 Grad abgekühlt war, und den Ausschlägen des Galvanometermagneten, dass in der denselben darstellenden Gleichung:

$$u = \alpha \cdot x$$

die Constante α den Werth $\alpha = 0{,}0211$ besass.

Darnach wird für den oben beschriebenen Versuch mit dem Bleicylinder:

$$u_1 = 8^\circ{,}712 \qquad u_2 = 1^\circ{,}732 \qquad u_m = 2^\circ{,}751$$

Würde man die Mitteltemperatur u_m einfach auffassen als halbes arithmetisches Mittel (da die Basisfläche 0 °) aus den, den verschiedenen Zeitmomenten entsprechenden Temperaturen des Mittelpunktes der obern Fläche, so erhielte man:

$$u_m = \frac{1691{,}8 \cdot 0{,}0211}{16} = 2^0{,}231$$

In der folgenden Tabelle sind die Resultate einer Reihe von Versuchen zusammengestellt, die in der Weise, wie der soeben beschriebene, vorgenommen wurden. Die Zahlen bedeuten die Briggs'schen Logarithmen der Verhältnisse $\frac{u_1}{u_2}$ pro 1 Minute, wie sie sich als Mittelwerthe aus je vier bis fünf Logarithmendifferenzen eines Versuches ergaben. Die mittlere Temperatur des Bleicylinders, berechnet nach der obigen Formel, variirte zwischen 2°,40 und 2°,75.

Log brigg $\frac{u_1}{u_2}$ =

0,39809	0,40124	0,40496	0,39763
0,40370	0,39901	0,39967	0,40427
0,40120	0,40222	0,40362	

Der Mittelwerth aller dieser Logarithmen ist:

0,40142

dies in die Formel V^a eingesetzt, gibt:

$$0{,}92432 = 0{,}204 \cdot k + 1{,}734 \cdot h$$

Setzt man nun $h = 0{,}01$, so wird das Verhältniss der beiden Glieder rechts: 1 : 0,019 und man findet für k:

$$k = 4{,}446 \left\{ \begin{array}{l} \text{cent.} \\ \text{min.} \\ 1^\circ\,\text{C.} \end{array} \right.$$

Dieser Werth bezieht sich also auf eine mittlere Temperatur von beiläufig 2°,6.

Aus den drei Grössen ϱ, c, k leitet sich ein Coefficient ab, der in der Wärmelehre eine nicht unwichtige Rolle spielt, nämlich der sog. Temperaturleitungscoefficient η, welcher gleich ist dem Quotienten aus der Wärmeleitungsfähigkeit und der specifischen Wärme der Volumeneinheit.

$$\eta = \frac{k}{\varrho c}$$

Da die Methode in Folge ihrer Eigenthümlichkeit nicht unmittelbar diese Grösse selbst ergibt, so soll sie hier aus den drei einzeln beobachteten Stücken ϱ, c, k berechnet werden:

Für das untersuchte Blei ergibt sich so, dass innerhalb des betrachteten Temperaturintervalls η den Werth besitzt:

$$\eta = \frac{k}{\varrho c} = 13{,}23$$

2) Als zweite Substanz, die der Untersuchung unterzogen wurde, war chemisch reines Wismuth gewählt worden. Die dabei auftretenden Constanten waren:

$R = 8{,}275$ cm.	$O = 494{,}51$ □ cm.	$\varrho = 9{,}843$
$\Delta = 2{,}47$ „	$M = 5232$ gr.	$c = 0{,}0294$

Der Stromkreis wurde eine Minute nach dem Aufsetzen des Cylinders geschlossen und in der Regel nach Verfluss einer weitern Minute mit den Ablesungen begonnen, die während zwei Minuten von 15 zu 15 Sekunden fortgesetzt wurden. Eine Minute nach Oeffnen des Kreises

las man dann die Ruhelage des Magneten noch einmal ab, um die Variation desselben zu controlliren. — So erhielt man z. B.:

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta_1 \log x$	$\Delta_2 \log x$
10h 47′	490,0	10°,34	2,67431		
				0,10028	0,40526
47′ 15″	387,0	8°,16	2,57403		
				0,10127	0,40465
47′ 30″	306,9	6°,47	2,47276		
				0,10392	0,40161
47′ 45″	242,7	5°,12	2,36884		
				0,09979	0,39942
48′	193,0	4°,07	2,26905		
				0,09967	0,40276
48′ 15″	153,4	3°,24	2,16938		
				0,09823	
48′ 30″	122,5	2°,58	2,07115		
				0,10173	
48′ 45″	97,5	2°,06	1,96942		
				0,10313	
49′	78,3	1°,65	1,86629		

Das Mittel der Logarithmen ist: 0,40274 und entspricht einer mittlern Temperatur $u_m = 3°,0$.

In ähnlicher Weise wurde gefunden:

$$\log \text{brigg} \frac{u_1}{u_2} =$$

0,40217	0,39960	0,40088
0,40218	0,40274	0,40247
0,40032	0,40273	
0,39800	0,40444	

Hieraus ergibt sich als Gesammtmittel der Werth:

0,40155

Setzt man diesen in die Gleichung (V^a), so erhält man:

$$0{,}92103 = 1{,}3975\, k + 3{,}215\, h$$

Das Verhältniss vom Hauptglied zum Correktionsglied ist, wenn wiederum $h = 0{,}01$ gesetzt wird: 1 : 0,036 und als Werth von k folgt schliesslich:

$$k = 0{,}639$$

für eine mittlere Temperatur von:

$$u_m = 2^\circ,8$$

Die Temperaturleitungsfähigkeit des Wismuth ist daher für dieses u_m angenähert:

$$\frac{k}{\varrho c} = 2,21$$

also viel kleiner als diejenige des Eisens. Denn nach den neuesten Messungen der Herren Kirchhoff und Hansemann ist für Eisen bei einer Temperatur von 15°:

$$\frac{k}{\varrho c} = 16,94 \left\{ \begin{array}{l} \text{mill} \\ \text{sec} \\ 1^\circ \text{C.} \end{array} \right. \text{oder} = 10,16 \left\{ \begin{array}{l} \text{cent.} \\ \text{min.} \\ 1^\circ \text{C.} \end{array} \right.$$

Die bekannte Erscheinung, dass ein Wachsüberzug auf eine Wismuthplatte schneller schmilzt, als auf einer gleich dicken und in gleicher Weise erwärmten Eisenplatte, muss somit einen andern Grund haben als die ungleiche Temperaturleitungsfähigkeit derselben Metalle; und es ist desswegen auch anzunehmen, dass die von Ingenhouss [1]) zur Bestimmung der relativen Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Metalle angewandte Methode des Schmelzens von Wachsüberzügen nicht allzu grosse Zuverlässigkeit beanspruchen kann.

3) Das dritte Metall, dessen Leitungsfähigkeit für die Wärme bestimmt wurde, war die sogen. Wood'sche Metalllegirung. Der verwendete Cylinder zeigte folgende Verhältnisse:

R = 8,31 cm.	O = 533,3 □ cm.	ϱ = 9,730
Δ = 2,29 cm.	M = 4826 gr.	c = 0,0362

Da die Höhe Δ sehr gering und die Wärmeleitungsfähigkeit bedeutend besser als bei Wismuth, so gieng die Abkühlung sehr rasch vor sich. Es wurde desswegen eine

[1]) Ingenhouss. Journal de physique, T. XXXIV.

halbe Minute nach dem Aufsetzen des Cylinders der Stromkreis geschlossen und nach einer weitern halben Minute mit den Ablesungen begonnen. Da aber der Cylinder wegen des niedern Schmelzpunktes des Metalles nicht stark erwärmt werden konnte, so betrug der erste abgelesene Scalenausschlag nie mehr als ungefähr 200 mm. und die folgenden nahmen im Laufe einer Minute, während der sie von 10 zu 10 Sekunden markirt wurden, fast bis zu Null ab.

Als Beispiel möge folgende Reihe dienen:

Zeit	x	u	$\log x$	$\Delta \log x$ (pro 10″)
10^h 10′	216,4 (?)			
10′ 10″	165,5	3°,49	2,21880	
				0,17597
10′ 20″	110,4	2°,33	2,04297	
				0,17787
10′ 30″	73,3	1°,55	1,86510	
				0,17846
10′ 40″	48,6	1°,02	1,68664	
				0,17744
10′ 50″	32,3	0°,68	1,50920	
				0,18082
11′ —	21,3	0°,45	1,32838	

Das Mittel aus diesen Zahlen ist:

pro 10″ : 0,17811 pro 1′ : 1,06867

und bezieht sich auf eine mittlere Temperatur von:

$$u_m = 0°,98$$

Andere Versuche ergaben pro 1 Minute:

log brigg $\frac{u_1}{u_2}$ =	u_m =	log brigg $\frac{u_1}{u_2}$ =	u_m =
1,07799	1°,27	1,08070	1°,05
1,04372	0°,80	1,08294	1°,18
1,08940	0°,78	1,08066	1°,63
1,05000	1°,71	1,05294	1°,10
1,07202	1°,30		

Das Mittel aus allen Logarithmen ist:

1,06990

Das Mittel aus allen u_m:

1°,20

Darnach erhält man die Gleichung:

$$2{,}46352 = 1{,}335\,k + 3{,}053\,h$$

oder wenn $h = 0{,}01$ gesetzt wird:

$$k = 1{,}823$$

Das Verhältniss vom Hauptglied zum Correktionsglied ist hier:

$$1 : 0{,}0125$$

Schliesslich hat man:

$$\frac{k}{\varrho c} = 5{,}176$$

Zusammenstellung der Resultate.

Es wurde gefunden für:

Blei:	$\varrho = 11{,}352$	$c = 0{,}0296$	für $u_m = 2^\circ{,}6$
	$k = 4{,}446$	$\frac{k}{\varrho c} = 13{,}23$	
Wismuth:	$\varrho = 9{,}843$	$c = 0{,}0294$	für $u_m = 2^\circ{,}8$
	$k = 0{,}639$	$\frac{k}{\varrho c} = 2{,}21$	
Wood's Metall:	$\varrho = 9{,}730$	$c = 0{,}0362$	für $u_m = 1^\circ{,}2$
	$k = 1{,}823$	$\frac{k}{\varrho c} = 5{,}176$	

Von frühern Untersuchungen derselben Metalle standen mir nur folgende Resultate zu Gebote:

1) Von Péclet [1]) für Blei:

$k = 3{,}84$	$q = 1$ □m $d = 1$ mm Secunde Kilogramm 1° Celsius	oder reducirt $k = 2{,}3$	Centimeter Minute Gramm 1° Celsius

[1]) Pogg. Ann. Bd. 55 (1842).

2) Von Wiedemann und Franz[1]) und Despretz[2]) die relativen Werthe:

	Ag	*Cu*	*Pb*	*Bi*	Wood'sches Metall
Despretz	973	898,2	179,6		
W. u. F.	100	73,6	8,5	1,8	2,8 (Rose's Metall)

Würde man den absoluten Werth von k für Kupfer gleich 50 setzen, so ergäbe sich nach Wiedemann und Franz für:

Blei $k = 5{,}8$, Wismuth $k = 1{,}22$, Rose's Metall $k = 1{,}90$.

---

[1]) Pogg. Ann. Bd. 89 (1853).
[2]) Pogg. Ann. Bd. 12 (1828).

Notizen.

Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Niederschläge. Die deutliche Beziehung zur Jahreszeit, welche nach den gegebenen Zahlen die Gewitter auszeichnen, sucht man in einer Uebersicht der Vertheilung der Niederschläge (Regen, Schnee und Schlossen) beinahe umsonst auf. Allerdings zeigt der Dezember die kleinste, der Juni die grösste Zahl von Niederschlägen; aber auch manche Tage des Jänner, März, April, September und Oktober zeichnen sich durch eine geringe Zahl von Niederschlägen aus und dazwischen liegen dagegen kürzere Zeiten mit einer verhältnissmässig grossen Anzahl derselben. Nachfolgende Uebersicht ist das Ergebniss aus 94jährigen Beobachtungen, die indess, wegen mancher Lücken, nur zur Bildung von 92 vollständigen Jahrgängen benutzt werden konnten. Zu den früher angeführten Beobachtungen sind noch die fünf Jahre 1762—66, beobachtet von J. J. Ott und Spitalmeister Meyer in Zürich, hinzugekommen, während das Jahr 1828 für den vorliegenden Zweck nicht benutzt werden konnte. Die Gesammtzahl der in den 92 Jahren

vorgekommenen Tage mit Regen, Schnee oder Schlossen beträgt 12,148 oder durchschnittlich 132 auf 1 Jahr und sie vertheilte sich auf 10tägige Zeiträume (jeder enthält also 920 Tage, mit Ausnahme des Anhangs vom 28. Dezember bis 1. Januar, der nur 460 Tage umfasst), wie folgt:

Vom	2.	Jänner	bis	11.	Jänner	293	Niederschläge.
-	12.	-	-	21.	-	283	-
-	22.	-	-	31.	-	338	-
Vom	1.	Februar	bis	10.	Februar	355	Niederschläge.
-	11.	-	-	20.	-	324	-
-	21.	-	-	2.	März	354	-
Vom	3.	März	bis	12.	März	316	Niederschläge.
-	13.	-	-	22.	-	343	-
-	23.	-	-	1.	April	342	-
Vom	2.	April	bis	11.	April	338	Niederschläge.
-	12.	-	-	21.	-	385	-
-	22.	-	-	1.	-	331	-
Vom	2.	Mai	bis	11.	Mai	355	Niederschläge.
-	12.	-	-	21.	-	363	-
-	22.	-	-	31.	-	347	-
Vom	1.	Juni	bis	10.	Juni	379	Niederschläge.
-	11.	-	-	20.	-	419	-
-	21.	-	-	30.	-	420	-
Vom	1.	Juli	bis	10.	Juli	373	Niederschläge.
-	11.	-	-	20.	-	360	-
-	21.	-	-	30.	-	332	-
Vom	31.	Juli	bis	9.	August	339	Niederschläge.
-	10.	August	-	19.	-	328	-
-	20.	-	-	29.	-	360	-
Vom	30.	August	bis	8.	Septbr.	293	Niederschläge.
-	9.	Septbr.	-	18.	-	280	-
-	19.	-	-	28.	-	311	-
Vom	29.	Septbr.	bis	8.	Oktober	296	Niederschläge.
-	9.	Oktober	-	18.	-	311	-
-	19.	-	-	28.	-	286	-

Vom 29. Oktober	bis	7. Novbr.	318	Niederschläge.
- 8. Novbr.	-	17. -	354	-
- 18. -	-	27. -	304	-
Vom 28. Novbr.	bis	7. Dezbr.	288	Niederschläge.
- 8. Dezbr.	-	17. -	289	-
- 18. -	-	27. -	288	-
Vom 28. Dezbr.	bis	1. Januar	149	Niederschläge.

Aus den Unregelmässigkeiten dieser Uebersicht heben sich einige so merklich heraus, dass sie nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit nicht als zufällig betrachtet werden können, sondern vielmehr einer alljährlich wiederkehrenden Veranlassung zugeschrieben werden müssen. Diess sind voraus die grossen Zahlen vom 1.—10. Februar, 12.—21. April, 11.—30. Juni, 20.—29. August und 8.—17. November, deren Ursache in regelmässigen Luftströmungen aus Westen und Süden gesucht werden muss. Verhältnissmässig trocken sind die Tage vom 12.—21. Januar, 3.—12. März, 22. April bis 1. Mai, 10.—19. August, 9.—18. September, 19.—28. Oktober, und der Monat Dezember.

Wenn auch die Vertheilung der Regen- und Schneefälle oder der Niederschläge auf 10tägige Zeiträume nur geringe Regelmässigkeit zeigt, so sind doch einzelne Tage durch eine verhältnissmässig grosse oder kleine Zahl von Niederschlägen ausgezeichnet, die mehr als ein Spiel des Zufalls sein dürfte. Die Uebersicht der Vertheilung auf die einzelnen Tage lässt erkennen, dass der 26. Februar, 17. und 18. April, 18. und 20. Juni, 30. Juni, 1. Juli und der 16. November die nassesten Tage des Jahres gewesen sind, und dass durchschnittlich in diesen Tagen in zwei Jahren wenigstens 1 Mal Regen, Schnee oder Schlossen gefallen sind. Umgekehrt müssen als sehr trockene Tage bezeichnet werden: der 11.—12. Jänner, 9.—13. März, 23. Mai, 25. Juli, 10.—12. August, 7., 14., 27.—29. September, 22. Oktober, 9.—10. November und 27. November, indem an diesen Tagen durchschnittlich nur 1 Niederschlag in 4 Jahren vorgekommen ist. Als der trockenste Tag des Jahres erscheint der 22. Oktober, auf den erst in 5 oder 6 Jahren im Mittel 1 Niederschlag zu fallen scheint.

Ueberschaut man die Vertheilung der sämmtlichen 12,148 Niederschläge auf die einzelnen Tage mit einem Blicke, so erscheinen dieselben wohl stellenweise häufiger, wie bereits bemerkt worden ist, allein von einer andern regelmässigen Erscheinung und namentlich von irgend einem Gesetze der Aufeinanderfolge ist nicht die leiseste Spur wahrzunehmen, so dass die Hoffnung auf das einstige Gelingen einer Vorausbestimmung der Witterung jedenfalls noch auf eine lange Zeit hinaus vertagt werden muss. Es zeigt sich ferner, dass, wenn auch während mehrerer Wochen bei nahe gleichen Mondsstellungen, die Witterung in verschiedenen Jahren gleich ausgefallen ist, sie nachher nichts destoweniger die grössten Verschiedenheiten zeigt. Wer solche Erscheinungen ohne Vorurtheil betrachtet, wird diess ganz natürlich finden, weil sehr oft die kleinste Wärmeänderung hinreicht, heitern Himmel in trüben zu verwandeln und umgekehrt, sowie bei sehr zu Gewittern geneigtem Luftzustande dieselben ausbleiben und dagegen bei geringern Graden der Elektrizität sich heftig und andauernd einstellen können.

So unangenehm es für den Kenner der Witterungskunde ist, den Glauben an dereinstige Vorausbestimmung der Witterung, wenn nicht zerstören, so doch mindestens erschüttern zu müssen, so wenig darf er sich dieser Pflicht entziehen. Er kann sich übrigens mit einiger Befriedigung derselben entledigen, weil ihm nicht entgehen wird, dass er dadurch einerseits mancher falschen Spekulation vorbiegt und anderseits zur Aufklärung über ein bedeutendes Moment unsers Daseins das Seinige beiträgt.

Wie regellos indessen die Vertheilung der Zahl der Niederschläge erscheinen mag, eine ebenso bestimmte Regel zeigt sich dagegen in der Vertheilung der Menge des herabfallenden Wassers. Wird nämlich dieses in einem eigens eingerichteten Gefässe aufgefangen (wobei der Schnee natürlich geschmolzen werden muss) und gemessen, ein Verzeichniss hierüber geführt und am Jahresschlusse die Rechnung gemacht, so zeigt es sich, dass jährlich 30—40 Zoll tief Wasser aus der Luft herabfällt, d. h. dass es im Gefässe noch so hoch stehen würde, wenn keines verdunstet wäre. Nach wenigen Jahren gelangt

man bereits zur bestimmten Ueberzeugung, dass im Sommer weit mehr Wasser erhalten wird, als im Winter, und eine grössere Zahl von Jahren lässt endlich erkennen, dass eine besonders grosse oder kleine, an gewissen Tagen gefallene Regenmenge nicht ein Spiel des Zufalls sein kann, sondern von einer regelmässig auftretenden Ursache herrühren muss.

Die bisher mitgetheilten Ergebnisse von Beobachtungen beruhen sämmtlich auf persönlichen Wahrnehmungen und sind daher von der Auffassungsweise der einzelnen Beobachter zum Theil abhängig. Nicht so verhält es sich mit der Bestimmung des jährlich vom Himmel herabfallenden Wassers in der Form von Regen, Schnee oder Schlossen, denn hiezu sind besonders eingerichtete Werkzeuge angewendet worden. Die diessfälligen Beobachtungen umfassen zwar nur 22 Jahrgänge, allein diese reichen schon hin, um wenigstens die wichtigsten Erscheinungen in der Vertheilung der Wassermenge über den Bereich jedes zulässigen Zweifels hinauszuheben. Es gehört diess zu den Vorzügen jeder wissenschaftlichen Richtung, dass mit dem Beginn der Messungen (anstatt bloss persönlicher Schätzungen) die Ergebnisse ohne Vergleich schneller der Gewissheit sich nähern. — Die 22 Jahrgänge sind aus zwei sehr verschiedenen Zeiten zusammengebracht, nämlich 7 Jahrgänge datiren von 1708 bis 1711 und von 1717—19 und sind Beobachtungen von Prof. J. J. Scheuchzer aus Zürich, 15 Jahrgänge (1836—50) müssen den Bemühungen der Herren Prof. A. Mousson und Hofmeister aus Zürich verdankt werden.

Die in diesen 22 Jahrgängen beobachtete, also aus Regen, Schnee und Schlossen erhaltene Wassermenge beträgt zusammen 74 Fuss 4 Zoll Neu-Schweizermass, somit die mittlere jährliche etwa 33 Zoll 8 Linien. So hoch müsste durchschnittlich das Wasser nach Jahresverfluss das ganze Land bedecken, wenn keines ablaufen und verdunsten würde. In nachstehender Uebersicht ist nun angegeben, wie hoch im Durchschnitte das Wasser von Regen, Schnee und Schlossen in den vorgemerkten 10tägigen Zeiträumen (vom 28. Dezember bis 1. Januar allein ist ein anderer, nur fünftägiger Zeitraum aufgeführt) alljährlich sich belaufen hat.

						Neu-Schweizermass.			
Vom	2.	Jänner	bis	11.	Jänner	5	Linien	9	Striche.
-	12.	-	-	21.	-	6	-	—	-
-	22.	-	-	31.	-	10	-	4	-
Vom	1.	Februar	bis	10.	Februar	7	Linien	5	Striche.
-	11.	-	-	20.	-	6	-	5	-
-	21.	-	-	2.	März	7	-	8	-
Vom	3.	März	bis	12.	März	4	Linien	2	Striche.
-	13.	-	-	22.	-	7	-	9	-
-	23.	-	-	1.	April	8	-	6	-
Vom	2.	April	bis	11.	April	9	Linien	4	Striche.
-	12.	-	-	21.	-	9	-	5	-
-	22.	-	-	1.	Mai	6	-	2	-
Vom	2.	Mai	bis	11.	Mai	7	Linien	8	Striche.
-	12.	-	-	21.	-	11	-	5	-
-	22.	-	-	31.	-	10	-	5	-
Vom	1.	Juni	bis	10.	Juni	11	Linien	6	Striche.
-	11.	-	-	20.	-	13	-	8	-
-	21.	-	-	30.	-	12	-	2	-
Vom	1.	Juli	bis	10.	Juli	13	Linien	3	Striche.
-	11.	-	-	20.	-	14	-	9	-
-	21.	-	-	30.	-	9	-	6	-
Vom	31.	Juli	bis	9.	August	13	Linien	4	Striche.
-	10.	August	bis	19.	-	8	-	6	-
-	20.	-	-	29.	-	14	-	2	-
Vom	30.	August	bis	8.	Septmbr.	8	Linien	—	Striche.
-	9.	Septmbr.	-	18.	-	11	-	1	-
-	19.	-	-	28.	-	6	-	5	-
Vom	29.	Septmbr.	bis	8.	Oktober	11	Linien	7	Striche.
-	9.	Oktober	-	18.	-	10	-	6	-
-	19.	-	-	28.	-	10	-	7	-
Vom	29.	Oktober	bis	7.	November	5	Linien	7	Striche.
-	8.	Novmbr.	-	17.	-	9	-	9	-
-	18.	-	-	27.	-	9	-	9	-

Vom 28. November bis	7. Dezember	8 Linien	7 Striche.
- 8. Dezember	- 17. -	6 -	7 -
- 18. -	- 27. -	7 -	2 -
Vom 28. Dezember bis	1. Jänner	2 Linien	3 Striche.

Die grössten Wassermengen fallen demnach Ende Jänners, Mitte Aprils, von Anfang Mai bis in der Mitte des Juli, Anfang und Ende Augusts, Mitte Septembers, im Oktober und in der Mitte des Dezembers; die grösste überhaupt in der Mitte des Juli, die kleinste im Anfang des März, die nächstkleinste mit Ende und Anfang des Jahres.

Die tägliche Ueberschau der aus dem Luftkreise herabfallenden Wassermengen zeigt ebenfalls mehrere, durch auffallende Anhäufung oder auffallend geringe Zahlen ausgezeichnete Tage, wovon die nachstehenden nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit nicht als zufällig betrachtet werden dürfen.

Grosse Wassermengen: 27.—29. Jänner, 24.—27. Februar, 26.—28. März, 15.—17. April, 18. Mai, 29.—31. Mai, 7.—9. Juni, 18.—20. Juni, 30. Juni—1. Juli, 12.—13. Juli, 19.—21. Juli, 22.—26. August, 15.—16 September, 6.—9. Oktober, 15. bis 18. November.

Geringe Wassermengen: 10. Jänner, 11. Februar, 3.—13. März, 21. April, 1. Mai, 28. Mai, 3. Juli, 10. August, 5.—7. September, 27.—28. September, 14. Oktober, 28. Oktober, 2. November, 9.—11. Dezember, 29. Dezember.

Die stärkste Regenmenge fällt nach dem 22jährigen Durchschnitte vom 18.—20. Juni und beträgt im Mittel 7 Linien Wasserhöhe, die geringste vom 27.—28. September, welche sich nicht ganz auf eine halbe Linie beläuft. Erst eine grössere Zahl von Jahren kann entscheiden, ob diese Tage bleibend als die ausgezeichnetsten im ganzen Jahre zu betrachten sein werden.

Schliesslich mag nun noch derjenigen Erscheinungen gedacht werden, die von den verschiedenen Beobachtern als sehr seltene betrachtet und daher besonders angemerkt worden sind. Die neuesten dieser Art, die noch in Jedermanns Angedenken leben werden, sind aus diesem Grunde hier weggelassen.

1546—47. Von Ende Wintermonats (alter Styl) bis in den Hornung hinein fiel weder Regen, noch Schnee; darauf folgte ein gutes Korn- und Weinjahr.
1552. Am 4. Juni Regen und Schnee in Zürich, in Küssnacht Hagel.
1553. Vom 17.—18. März die grösste Winterkälte (nach persönlichem Urtheil).
1559. Am 7. Mai blühende Trauben in Thalwyl; die Weinlese begann aber erst Anfangs Oktober.
1560. Am 16. März fiel starker Regen aus heiterm Himmel.
1570. Am 5. Dezember fiel in den Dörfern um Augsburg ein Blutregen (wahrscheinlich Staub mit Regen vermischt.)
1571. Den 5. Juni in Chur ausserordentlich tiefer Schnee.
1576. Am 21. Juni starker Reif und auf stillliegendem Wasser Eis.
1762—63. Vom 4. Dezember bis 3. Februar fiel weder Schnee noch Regen.
1764. Am 30. September erster Schnee.
1793. Den 30. Mai und 1. Juni Schnee, mit Regen vermischt; am 22. September wieder Schnee an nahen und fernen Gebirgen (z. B. am Albis). [H. Denzler 1851.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 5. Juli 1880.

1) Herr Bibliothekar Dr. Horner legt folgendes Verzeichniss der Bücher-Eingänge vor:

A. Geschenke.

Vom Eidg. Baubureau.

Rapport trimestriel sur les travaux du S. Gothard. 30.
Rapport mensuel sur les travaux du S. Gothard. 90.

Von der Eidg. Bundeskanzlei.

Internationale Fischerei-Ausstellung. 8 Leipzig 1880.

Von der Museumsgesellschaft in Zürich.

Jahresbericht, 46.

Von der k. k. geolog. Reichsanst. in Wien.

Bd. XII. 1.

Von Prof. Otto Struve.

Mesures micrométriques corrigées des étoiles doubles.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the zoolog. soc. of London, 1880, 1 and catalogue of the library.
Société entomologique de Belgique, IIe sér. 66—68.
Report of the U. S. geolog. survey. Vol. VII.
Illustrations of Cretacous and tertiary plants. 4. Washington. 1878.
Jahrbücher der k. k. Centralanst. f. Meteorol. N. F. XIV.
Atti della R. accademia dei Lincei III Fasc. 6. vol. IV.
Monatsbericht der k. preuss. Akademie, 1880. 2.
Bulletin de la soc. Vaud. des sc. nat. Vol. XVI.
Atti della soc. Toscana di scienze nat. 1880. Maggio.
Verhandlungen d. phys. med. Gesell. z. Würzburg. XIV. 3. 4.
Archives du Musée Teyler. V. 2.
Archives Néerlandaises des sciences nat. XV. 1. 2.
Bulletin de la soc. imp. des naturalistes. 1879. 4.
Annuario della società dei natural. in Modena. XIV. 1. 2.
Journal of the R. microscop. soc. Vol. III. 3.
Oversigt over det k. Danske V. S. forhandlinger. 1879. 3. 80. 1.
Rigaische Industrie-Zeitung. 1880. 9. 10.
Annual report of the geolog. and geogr. survey 11 (1877).
Proceedings of the London math. soc. 159. 160.
Schriften d. naturforsch. Gesellschaft in Danzig. N. F. IV. 4.
Sveriges geologiska undersökning. 4 Hefte in 4° und 4 Hefte in 8°.
Sitzungsberichte d. math.-phys. Classe d. Akademie in München. 1880. 2.
Mittheilungen der k. k. geogr. Gesellsch. in Wien. 1879.

C. Von Redactionen.

Berichte d. deutschen chemischen Gesellschaft. 1880. 10. 11.

D. Durch Anschaffung.

Liebig, Annalen der Chemie. Bd. 202. 3.
Preilitschke, Die geographische Erforschung d. Afrikanischen Continents. 8. Wien. 1880.
Martens, E. v. Conchologische Mittheil. Bd. I. 1. 2.

2. Herr Dr. Hans v. Wyss wird einstimmig als Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

3. Herr Carl v. Lilienkron-Ringk, Apotheker in Zürich, meldet sich zur Aufnahme in die Gesellschaft.

4. Der Vorstand wird beauftragt für eine Delegation an die Jahresversammlung der schweiz. naturf. Gesellschaft in Brieg zu sorgen.

5. Herr Seminardirektor Dr. Wettstein hält einen Vortrag: „Ueber eine kosmische Strömungsursache“, worin er die von ihm aufgestellte Hypothese von der veränderlichen Wirkung der Sonnengravitation auf die einzelnen Punkte der Erde während der Periode der Erdumdrehung kurz darstellt. Auf jene gestützt versucht der Redner eine Reihe von Strömungserscheinungen auf der Erdoberfläche zu erklären, die er alle in seinem Werke über „die Strömungen des Festen, Flüssigen und Gasförmigen“, auf das hier verwiesen werden kann, einlässlich bespricht.

In der darauf folgenden Diskussion untersuchte Herr Prof. Weilenmann zunächst die Grundlage der Wettstein'schen Hypothese, welche als Problem der analytischen Mechanik mathematisch geprüft werden kann. Er weist nach, dass durch die Sonnenwirkung die Winkelgeschwindigkeit der Drehung der Erde um ihre Axe allerdings verzögert wird, dass aber dieser Einfluss für alle Punkte desselben Radius bis auf eine Grösse, die im Maximum nur etwa $^1/_{20000}$ der ganzen ohnehin kleinen Aenderung beträgt, constant ist und dass der letztere sehr kleine Betrag sogar noch im Sinne von West nach Ost, d. h. gerade der von der Wettstein'schen Entwicklung geforderten Richtung entgegengesetzt wirken muss. Ebenso kann nach der Rechnung auch keine gegenseitige Verschiebung der Theile eines Meridians stattfinden. Damit aber fällt der Grundstein, auf welchen Herr Wettstein sein Lehrgebäude errichtet hat, dahin.

Von anderer Seite wird aber auch die Nothwendigkeit, die verschiedenen Strömungserscheinungen auf ein Prinzip zurückzuführen, bestritten. Herr Prof. Heim macht z. B. darauf aufmerksam, dass in den sogenannten geographischen Homologien Vieles, was einzelne Autoren auf eine gemeinschaftliche Ursache

zurückzuführen bestrebt sind, durch Zufall erklärt werden könne. — Herr Prof. Weber bestreitet die Zulässigkeit der Annahme, dass elektrische Ströme in den Erdgesteinen durch blosse Druckdifferenzen entstehen, wie Herr Wettstein für die Erklärung der erdmagnetischen Erscheinungen nach seiner Hypothese anzunehmen genöthigt ist. Zunächst müsste diese Annahme experimentell festgestellt werden, wie es überhaupt Pflicht des Naturforschers ist, Hypothesen zu prüfen, wo immer es geschehen kann. — Herr Billwiller macht noch darauf aufmerksam, dass die tägliche Periode der Windintensität bereits in genügender Weise erklärt sei, ohne dass es nöthig gewesen wäre, das Wettstein'sche Prinzip zu Hülfe zu nehmen.

[R. Billwiller.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

277. (Forts.) Die Rechnungen machten ihm etwas Mühe, da sich oft Fehler einschlichen; Jacobi sollte ihm diese Fehler suchen helfen, — dieser machte so (wie sich Steiner ausdrückte) einen verfluchten Judenkniff, und hatte binnen fünf Minuten beendigt, was Steiner in ein paar Stunden nicht zu Stande bringen konnte. Diese Virtuosität im Rechnen veranlasste Steiner seinem Freunde alle Rechnungen zu überlassen, während er selbst eifrig auf geometrische Entdeckungen ausging, die sich so reichlich einstellten, dass er Jacobi täglich, wenn er ihn zum Spazieren abholte, mehrere neue Sätze mittheilen konnte. Von Neugierde geplagt, ob er auch wirkliche Entdeckungen gemacht habe, wandte er sich an Dirksen und Grüson, die Professoren der Mathematik in Berlin. Letzterer glaubte in Gergonne etwas Aehnliches gesehen zu haben, und wie Steiner dies Journal zur Hand nahm, fand er wirklich zu seiner grossen Demüthigung Satz für Satz darin enthalten. Dies machte ihn mehrere Tage niedergeschlagen, bis er endlich bei genauerer Vergleichung mit diesem Werke fand, dass er doch manchen Satz besser und allgemeiner bewiesen. So wuchs sein Kamm abermals, und er dehnte seine Unter-

suchungen nun auch auf den Raum aus; aber er sollte noch einmal gedemüthigt werden: Jacobi kehrte einst aus seiner Vaterstadt Potsdamm mit der Nachricht zurück, er habe die Anzeige von einem Werke von Poncelet gelesen, in dem ähnliche Untersuchungen enthalten sein müssen. Lange konnte Steiner dies Buch nicht erhalten, bis er endlich das Herz in beide Hände nahm und zum Geheimen Oberbaurath Crelle ging, von dem er nun dasselbe erhielt, und zugleich Bekanntschaft mit ihm machte. Zu aufgeregt um selbst zu lesen, ging er damit sofort zu Jacobi, der ihm Satz für Satz übersetzte, — es waren alle seine Sätze und noch mehr. Nach langer Niedergeschlagenheit raffte er sich wieder auf, kehrte zur Ergründung der Principien zurück, drehte die Sache nach allen Seiten, und kam so endlich auf seine Strahlenbüschel, die, von ihm selbst veranlasst, bald den Namen der Steiner'schen Dampfmaschine erhielten. Nun fürchtete er keine Franzosen mehr.“ — Ich füge dieser Notiz von 1838 bei, dass ich später noch viel, theils bei verschiedenen Besuchen in Berlin, namentlich aber in Bern, wo er jedes zweite Jahr einige Jugendfreunde besuchte, zuletzt noch in Zürich, mit Steiner verkehrte, — und so leider sehen musste, wie er nach und nach in Folge körperlicher Leiden immer düsterer und arbeitsunlustiger wurde, zuletzt mit sich selbst, ja mit Gott und der ganzen Welt zerfiel. Noch erinnere ich mich lebhaft, wie der arme Mann, als er mich in seinem letzten Lebensjahre in Zürich aufsuchte, über die furchtbare Langeweile jammerte, der er nicht entfliehen könne: „Es ist begreiflich“, sprach er dann leise vor sich. hin, „ich trage die Langeweile in mir, und so begleitet sie mich, ich mag hingehen wo ich will.“

278. Herr Bibliothekar P. Gabriel Meier in Einsiedeln hatte die Güte mir Bruchstücke eines Wandkalenders auf 1594 „Gestelt durch Caspar Wolfen, der Arznyen Doctor zu Zürich“, und „Getruckt zu Zürych bei Johans Wolffen“ mitzutheilen. Die Jahrzahl fehlt zwar; aber dagegen haben sich die auf 1594 passenden Theile der Ueberschrift „... So man zelt nach Chri..... ander nach dem Schaltjar unn dess.... Der Römern zinsszal VII. Sonnen Circkel VII.....“ erhalten,

so dass sie in Verbindung mit dem Sonntagsbuchstaben f keinen Zweifel an ihrer Richtigkeit aufkommen lassen. Ebenso fehlte auf den erhaltenen Bruchstücken die Unterschrift von Caspar Wolf; aber da diejenige seines Neffen Johannes Wolf vorhanden ist, und man weiss (v. Biogr. I 50—52), dass Kaspar Wolf wirklich während langen Jahren Kalender der verschiedensten Art ausgab, so ist wohl auch da kein Zweifel zulässig. — Was diesen Kalender auszeichnet, das sind die mit Holzschnitten illustrirten und durch Verschen characterisirten „Zähen Alter“, — links des Mannes, rechts des Weibes, — von welchen sich auf den vorliegenden Bruchstücken die fünf ersten links und die fünf letzten rechts erhalten haben. Die Ueberschriften und Verschen der Erstern lauten:

„X Jar ein Kind. Wie lieblich ist die jugend doch — Da nach verstand ist nit so hoch — Sy springend fröhlich mütig här — Glych einem Gitzle ungefär.

„XX Jar ein Jüngling. Ich hab die zwänzig jar erläbt — Ganz fröudig min gedanken schwäbt — Zum weidwerck, dantzen, schön jungfrouwen — Bin gleich eim jungen Rind anzschouwen.

„XXX Jar ein Mann. Das wybisch gmüt ist mir vergangen — Darfür eins helden mut empfangen — Min mann vertritt ich yeder zyt — Glych wie ein starker Ochs im stryt.

„XL Jar Wolgethan. Eim Löuwen man verglychet mich — Diewyl yetz bin im stercksten ich — Erläbt die viertig jar mit eeren — Hab dient und gwont, by fürsten, herren.

„L Jar Still stan. Gar guten gschwinden, statten raht — Findt man by disen alters staat — Glych einem Fuchs, dann durch sin kunst — Und practicka schöpfft er im gunst.“

und die der Letztern:

„LX Jar jr usswarten kan. Gantz mässig wolbefindt und bedacht — Hab ich min läben so wyt bracht — .... (abgeschnitten).

„LXX Jar nimmt ab jr gstalt. Eim fressigen Gyren bin ich glych — Wyl ich so alt ud über rych — Ligt

mir doch stehts in miném mut — Mir mangle am zytlichen gut.

„LXXX Jar hässlich und alt. Wo ich hin kumm ist grannen hülen — Glych wie im finsteren Wald die Ülen — Lang mer zu läben ist mir schwär — Dann achtzig jar reich ich mit gfähr.

„XC Jar der wält schabab. Ach wenn ist's mit mim läben uss — Mir alte schülche Flädermuss — Uff erd ich nit mer wandlen kan — Schon ich zwo krucken by mir han.

„C Jar füllt uss das Grab. Nun scheid ich säligklichen ab — Wyl ich die hundert jar gläbt hab — Herr nimm mich zu dir in din Rych — Und mach mich den säligen glych."

Der Kalender selbst gleicht den übrigen Kalendern jener Zeit, nur dass die Buchstabenfolge a, b, c, d, e, f, g die Namen der Wochentage in ähnlicher Weise ersetzt, wie es sonst nur bei den immerwährenden Kalendern gebräuchlich ist.

279. Nach der interessanten Publication von Prof. Bruhns „Briefe zwischen Humboldt und Gauss. Leipzig 1877 in 8" schrieb Humboldt 1839 III 23 an Gauss: „Diese Zeilen enthalten die Bitte dem Ueberbringer, Hrn. Plantamour, einem jungen, sehr angenehmen und bescheidenen Menschen, eine freundliche Aufnahme zu schenken und ihm besonders die Erlaubniss zu geben, sich von Ihren herrlichen magnetischen Arbeiten zu unterrichten. Ich habe den jungen Mann, der zum Director der Sternwarte in Genf bestimmt ist, wenn der kranke Gautier sich zurückzieht, lange in Paris auf der dortigen Sternwarte gekannt. Er hat den guten Sinn gehabt auf $1^1/_2$ Jahre zu Bessel nach Königsberg zu gehen, wo er erst die eigentliche Grundlage seiner astronomischen Ausbildung gelegt. Bessel ist sehr mit ihm zufrieden gewesen und lobt ihn als Beobachter."

280. In dem „Catalogue of the extraordinary collection of splendid Manuscripts formed by M. Guglielmo Libri. London 1859 in 8" findet sich unter Nr. 364 (p. 84) das Manuscript: „Fabritii (Sebastiani, Tigurini). De Compositione Astrolabii Liber unus a D. M. Vito Ardijseo Rheto publice

Basilea nunc privatim a D. Samuele Pellicano traditus et auctus 1551. Astrolabii quoque usus (qui multiplex est) hoc libro continetur. — Compositio et usus sphæræ a planetis pretusæ (a Jos. Simlero). — Fabricatio sphæræ. — Fabricatio horologiorum. — De Quadrantibus. — Compendium geographiæ. — Beschribung des Wellt-Spiegels, with 112 illuminated figures (including map of America). 4to. Sac. XVI (1551). On Paper.“ Demselben ist durch Libri Folgendes zur Erklärung beigegeben: „An autograph manuscript of S. Fabritius. On one of the pages is the following inscription: Finivit scribere Seb. Fab. 24 die Septembris, cum D. Josias Simlerus nuptias cum Bullingeri filia celebrabat 1551. We do not find any mention of Seb. Fabritius, Pellicanus, or V. Ardijseus in Lalande's Bibliographie astronomique. This important collection, full of volvelles and figures of ancient astronomical instruments, is very interesting. At the beginning of the Compositio Sphæræ we find written by an other hand. D. Nicolaus Copernicus in Prüssen. Simler was the son-in-law of the celebrated Henry Bullinger, whose life he wrote, as well as a Treatise de Principiis Astronomiæ, and other works relative to Switzerland, one of which, the Vallesiæ Descriptio, has often been reprinted. No notice has been taken of this work on the Sphere by any of his numerous biographers, and as it is not mentionned by Lalande, who quotes the De Principiis, we may safely presume it to be unpublished.“ Für Sebastian Fabritius v. Biogr. II. 15; für Josias Simmler I 27.

281. Im Jahrgange 1762 des Journal des sçavans wird auf pag. 48—52 ein „Traité du Déluge, par l'Auteur de la Méthode d'un Thermomètre universel. A Bâle, de l'imprimerie d'Emanuel Tourneisen, 1761. Brochure in 4^{0} de 30 pages, avec une Planche“ einlässlich besprochen, — also offenbar eine mir früher unbekannte Arbeit des I 229—260 behandelten Bartol. Micheli du Crest von Genf.

282. Zu dem I 43—56 über Kaspar Wolf und seine Familie Mitgetheilten, findet sich in dem von mir zu Gunsten des zürcherischen Waisenhauses geschriebenen Neujahrsblatte „Johannes Wolf und Salomon Wolf. Zwei Zürcherische Theo-

logen, sammt ihren Familien. Zürich 1874 in 4" viel Ergänzendes. Zu weiterer Ergänzung und theilweisen Berichtigung des früher (Neujahrsblatt p. 11) Mitgetheilten kann ich nun noch aus gefälligen Erhebungen, welche Herr Ritzler auf meine Bitte hin im Archive des Windeggs machte, mittheilen, dass eine Urkunde von 1570 existirt, in welcher Dr. med. Caspar Wolff als Besitzer des Hauses „so erst neu gebauen" erscheint. Etwa 1581 verkaufte er dasselbe an einen Metzger Jakob Locher, und von dessen Nachkommen ging es nach einem spätern Abtenstücke unter dem nun zuerst auftauchenden Namen Windegg 1606 an Hs. Ulrich Wolff, Vogt in Kyburg (Neffe von Caspar, der 1618 als „Statthalter der Statt Zürich" das in meinem Besitze befindliche Wolfen-Wappen, und zwar muthmasslich für die Safran, auf Glas malen liess, und von welchem sich in Basel ein 1602 gemaltes Oelbild erhalten hat) über. Es blieb sodann längere Zeit im Besitze dieses Zweiges der Familie Wolf, der daher den Namen der Windegg-Wolfen erhielt, und noch in einem Papiere von 1643 wird Hans Rudolf Wolff als im vordern, und Hs. Wilhelm Wolff als im hintern Windegg wohnend, erwähnt. Das vordere Windegg wurde dann später (wahrscheinlich 1676, wo der ebengenannte Enkel Ulrichs, der Apotheker Rudolf Wolf, starb) verkauft, und war 1683 im Besitz von Hs. Rud. Hoffmeister, — das hintere dagegen ging erst 1694 aus der Hand von Hs. Kaspar Wolff (der Professor der griechischen und hebräischen Sprache und ein Neffe des obgenannten Rathsherrn und Stadtschreiber Wilhelm Wolf, also durch ihn ebenfalls Enkel von Ulrich Wolf war) an Joh. Jak. Leu, und von diesem im folgenden Jahre ebenfalls an Hs. Rud. Hoffmeister, den Schwager des Leu, über. Endlich kam 1700 das vordere und 1733 auch das hintere Windegg an Christoph Bodmer, bei dessen Familie dasselbe dann bis auf die neuere Zeit geblieben ist.

283. Herr Professor Georg v. Wyss macht mich aufmerksam, dass das II 353 gegebene Geburtsdatum von Joh. Kaspar Horner falsch, und auch mit II 359 im Widerspruche ist. Horner wurde nach dem Taufbuche von St. Peter am 13. März 1774 getauft, also spätestens und (wegen II 359) auch höchst

wahrscheinlich am 12. März geboren, und jedenfalls nicht erst am 21. März.

284. Es dürfen hier wohl auch meine beiden Schriften „Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, als historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Commission. Zürich 1879 in 4", und: „Das schweizerische Polytechnikum. Historische Skizze zur Feier des 25jährigen Jubiläums entworfen. Zürich 1880 in 4", Erwähnung finden, zumal ich im Falle sein werde hier von Zeit zu Zeit Ergänzungen und Berichtigungen zu denselben zu geben. So mag hier bereits erwähnt werden, dass der Gesch. d. Verm. 209 erwähnte, um die Kartographie der Schweiz hochverdiente Joh. Ulrich Wurster von Winterthur am 16. Juli 1880 auf einer sog. Erholungsreise zu Utznach einem Schlaganfall erlag.

285. Ein zu Chur erschienener „Alt und Neuer Stadt Churer Schreib-Calender auf das Jahr 1737 durch Johannes Rosenschild, Astrologus und Mathematicus" zeigt auf der Rückseite des Titels ein angebliches, an das Bild von Rosius auf den spätern Rosius-Kalendern erinnerndes Bild des Verfassers, und nimmt für denselben die Kunst des „Himmels Lauff" und dessen „Würckung" vorauszubestimmen, gegenüber dem Leser mit den Worten in Anspruch: „Erkennst du jenen nicht, kanst nichts von dieser schliessen, — Solt dan ein andrer auch, so wenig als du wissen? — Wann du ein Esel bist, ein Lang-Ohr auch darzu, — Solt dann ein andrer auch, ein Esel seyn wie du?" — Leu's Lexikon führt Rosenschilt als ein ausgestorbenes Luzerner-Geschlecht auf, — Holzhalb kennt diesen Namen gar nicht, — und Antiquar Sprecher in Chur sagt mir, dass es in Chur nie eine Familie Rosenschild gegeben habe, und der Kalender—Rosenschild wahrscheinlich ein Pseudonymus sei, zumal derselbe 1742 und später in einen Rosenmund übergehe, was auf baslerischen Ursprung des Kalenders, und eine weitere Verwandtschaft desselben mit dem gleichzeitig in Bern und Basel erscheinenden Rosius-Kalender deuten könnte, der natürlich damals mit Rosius selbst (v. I 119—132) auch nichts mehr zu thun hatte.

286. Zur Ergänzung und Berichtigung meiner Geschichte

der Vermessungen füge ich Folgendes bei: Zu pag. 42: Ich habe auf der Stadtbibliothek zu Bern ein von R. Holzhalb gestochenes Porträt gefunden, auf dem man liest: „Joseph Plepp, Mahler und Bildhauer. Ward Baumeister zu Bern 1635, starb 1642.“ — Zu pag. 44: „Albert Keiser, Die Familie Muos von Zug (Geschichtsfr. Bd. 34). — Zu pag. 113: „Ch. Dufour, Notice nécrologique sur M. Frédérich Burnier (Bull. Vaud. XVI 467—71). — Herr Prof. Fritz Burckhardt schrieb mir 1879 IX 19 aus Basel: „In der Geschichte der Vermessungen (p. 212 und Nachtrag in VI) reden Sie von dem Wocher'schen Panorama in Thun, und sagen, Sie hätten über dessen späteres Schicksal nichts erfahren können. Sie haben mich doch gewiss nie gefragt. Das Panorama ist seit den 20ger Jahren in einem eigens konstruirten Rundbau in einem Privatgarten dahier aufgestellt, war früher in allen Reisehandbüchern als eine Hauptsehenswürdigkeit Basels gerühmt und ist jetzt noch zu sehen. Wenn Sie also bald wieder einmal kommen, so gehen wir hin ins Steinengässchen, und sehen uns diess wohl erhaltene Kunstwerk an.“ — An der Aufnahme der Zürcher-Karte war (nicht, wie ich auf p. 266 glaubte, Arnold, sondern) Julius Bürkli bethätigt. — Der vorübergehend am Stiche der Dufour-Karte bethätigte Werdmüller war nicht (wie p. 278 angenommen wurde) der jetzige Professor, sondern sein Vetter Joh. Konrad Werdmüller (Zürich 1826 — Genf 1849), der, nachdem er seine Lehrzeit bei Kupferstecher Oberkogler in Zürich gemacht hatte, 1847 durch Vermittlung von Bressanini auf das topographische Bureau in Genf kam, und durch sein Geschick im Schraffiren Dufour sehr befriedigte, dann aber dem Typhus erlag.

(Forts. folgt.) [R. Wolf.]

---

und dem Fleckenstande der Sonne zweifeln. — Für weitern Detail auf die «Annales de la Oficina meteorologica Argentina por su Director Benjamin A. Gould. Tomo I. Buenos Aires 1878 in 4» und Nr. 2216 der Astronomischen Nachrichten verweisend, will ich mich hier darauf beschränken kurz anzudeuten, wie ich mir den Gedankengang zu reconstruiren suchte, welcher Gould bei Aufstellung jener Formel leiten mochte: Zieht man aus den von Gould für Buenos-Aires den Beobachtungen enthobenen, in beistehende Tafel eingetragenen mittleren Jahrestemperaturen T und mittlern Windrichtungen φ die Mittel

$$M = \frac{1}{20} \Sigma T = 17^{0},22 \qquad \mu = \frac{1}{20} \Sigma \varphi = 106^{0}$$

und vergleicht diese mit den einzelnen Werthen, so erhält man die zwei Differenzreihen $T - M$ und $\mu - \varphi$, welche einen so ähnlichen Gang zeigen, dass man fast denken muss, es möchte sich Erstere durch Letztere darstellen lassen. Zugleich ergeben sich

$$\Sigma\,(T - M)^2 = 5{,}6827 \qquad \Sigma\,(\mu - \varphi)^2 = 5212$$

$$\varDelta T = \sqrt{\frac{\Sigma (T - M)^2}{20}} = \pm\, 0^{0},533 \quad \varDelta \varphi = \sqrt{\frac{\Sigma (\mu - \varphi)^2}{20}} = \pm\, 16^{0},1$$

und somit

$$\varDelta T = 0{,}033 \,.\, \varDelta \varphi$$

so dass man versucht sein möchte, die einzelnen $\varDelta T = T - M$ durch

$$\varDelta T' = 0{,}033\ (\mu - \varphi)$$

darzustellen. Und in der That, wenn man die nach dieser Formel berechneten und in die Tafel eingetragenen Werthe von $\varDelta T'$ mit den $\varDelta T$ vergleicht, so erhält man theils die wirklich wesentlich kleinern Werthe

$$\Sigma (\varDelta T - \varDelta T')^2 = 1{,}9168 \quad \varDelta T' = \sqrt{\frac{\Sigma (\varDelta T - \varDelta T')^2}{20}} = \pm\, 0^{0},310$$

Jahr	T	$T-M$	φ	$\mu-\varphi$	$\Delta T'$	$\Delta T-\Delta T'$	$\Delta T''$	$\Delta T-\Delta T''$	r	$m-r$	T'	$T-T'$	T''	$T-T''$
1856	17°,59	0°,37	111°	- 5°	-0°,16	0°,53	-0°,08	0°,45	4,3	52,9	17°,48	0°,11	17°,49	0°,10
57	18,44	1,22	70	36	1,19	0,03	0,97	0,25	22,8	34,4	18,68	-0,24	18,43	0,01
58	17,28	0,06	108	- 2	-0,07	0,13	0,03	0,03	54,8	2,4	17,14	0,14	17,28	0,00
59	16,93	-0,29	111	- 5	-0,16	-0,13	-0,08	-0,21	93,8	-36,6	16,76	0,17	16,86	0,07
60	16,30	-0,92	123	-17	-0,56	-0,36	-0,60	-0,32	95,7	-38,5	16,35	-0,05	16,30	0,00
1861	16,92	-0,30	112	- 6	-0,20	-0,10	-0,13	-0,17	77,2	-20,0	16,86	0,06	16,94	-0,02
62	17,03	-0,19	113	- 7	-0,23	0,04	-0,16	-0,03	59,1	- 1,9	16,97	0,06	17,03	0,00
63	16,61	-0,61	125	-19	-0,63	0,02	-0,69	0,08	44,0	13,2	16,69	-0,08	16,61	0,00
64	17,33	0,11	108	- 2	-0,07	0,18	0,03	0,08	46,9	10,3	17,23	0,10	17,31	0,02
65	18,22	1,00	79	27	0,89	0,11	0,80	0,20	30,5	26,7	18,32	-0,10	18,19	0,03
1866	17,57	0,35	107	- 1	-0,03	0,36	0,07	0,28	16,3	40,9	17,51	0,06	17,56	0,01
67	17,20	-0,02	120	-14	-0,46	0,44	-0,45	0,43	7,3	49,9	17,15	0,05	17,10	0,10
68	17,84	0,62	92	14	0,46	0,16	0,52	0,10	37,3	19,9	17,83	0,01	17,86	-0,02
69	17,21	-0,01	105	1	0,03	-0,04	0,14	-0,15	73,9	-16,7	17,11	0,10	17,23	-0,02
70	17,31	0,09	77	29	0,96	-0,87	0,84	-0,75	139,1	-81,9	17,52	-0,21	17,47	-0,16
1871	16,68	-0,54	111	- 5	-0,16	-0,38	-0,08	-0,46	111,2	-54,0	16,62	0,06	16,75	-0,07
72	17,35	0,13	92	14	0,46	-0,33	0,52	-0,39	101,7	-44,5	17,32	0,03	17,41	-0,06
73	17,29	0,07	105	1	0,03	0,04	0,14	-0,07	66,3	- 9,1	17,17	0,12	17,28	0,01
74	16,43	-0,79	130	-24	-0,79	0,00	-0,93	0,14	44,6	12,6	16,52	-0,09	16,36	0,07
75	16,82	-0,40	125	-19	-0,63	0,23	-0,69	0,29	17,1	40,1	16,90	-0,08	16,80	0,02

theils erzeigen die neuen Differenzen einen so systematischen Gang, dass man auf die Möglichkeit einer noch genaueren Darstellung hingewiesen wird. Ehe wir jedoch dieses Letztere weiter verfolgen, ist zu bemerken nöthig, dass Gould hier etwas von dem durch mich eingeschlagenen Weg abwich, und,

$$\varDelta T = a \,.\, Si\,(\varphi + \alpha) + b \,.\, Si\,(2\,\varphi + \beta) + c \,.\, Si\,(3\,\varphi + \gamma)$$

setzend, nach der Methode der kleinsten Quadrate aus den so erhaltenen 20 Gleichungen die Werthe der a, b, c, α, β, γ ableitete, wobei er die in der oben mitgetheilten Formel eingetragenen Werthe erhielt, mit deren Hülfe er rückwärts für $\varDelta T$ die in die Tafel eingetragenen 20 Zahlen $\varDelta T''$ fand, welche die von den obigen etwas verschiedenen Differenzen $\varDelta T - \varDelta T''$ ergeben, aus welchen die noch etwas kleineren Werthe

$$\Sigma(\varDelta T - \varDelta T'')^2 = 1{,}8407 \qquad \varDelta T'' = \sqrt{\frac{\Sigma(\varDelta T - \varDelta T'')^2}{20}} = \pm\, 0^0{,}303$$

folgen. — Die beiden Differenzreihen $\varDelta T - \varDelta T'$ und $\varDelta T - \varDelta T''$ haben, wie für Erstere schon angedeutet wurde, einen ausgesprochenen systematischen Gang, und zwar fallen bei beiden, wie jedem Kenner der Sonnenfleckencurve sofort auffällt, die negativen Werthe mit den Maximaljahren, die positiven mit den Minimaljahren zusammen, — ja man erhält, wenn man aus den zukommenden Relativzahlen r ihr Mittel

$$m = \frac{1}{20}\,\Sigma r = 57{,}2$$

und die Differenzen $m - r$ berechnet, wirklich, wie die Tafel zeigt, eine ganz entsprechende Reihe, aus welcher

$$\Sigma\,(m - r)^2 = 26497{,}33 \qquad \varDelta r = \sqrt{\frac{\Sigma\,(m - r)^2}{20}} = \pm\, 36{,}4$$

folgen, so dass

$$\varDelta T' = 0{,}0085 \,.\, \varDelta r$$

wird. Setzt man entsprechend $\varDelta T' = 0{,}0085\,(m - r)$, oder noch etwas besser, indem man 0,0085 durch den aus den 20 Gleichungen

$$\varDelta T - \varDelta T' = a\,(m - r)$$

folgenden Werth

$$a = \frac{\Sigma(\varDelta T - \varDelta T')\,(m - r)}{\Sigma(m - r)^2} = 0{,}00796$$

ersetzt,

$$\varDelta T_1' = 0{,}00796\,(m - r) = 0^0{,}45 - 0{,}00796 \,.\, r$$

und sodann

$$\begin{aligned} T' &= M + \varDelta T' + \varDelta T_1' \\ &= 17^0{,}67 + 0{,}033\,(106^0 - \varphi) - 0{,}00796 \,.\, r \;.\;.\;.\;.\;.\; \text{II} \end{aligned}$$

so erhält man die in die Tafel eingetragenen Werthe, und durch Vergleichung mit dem T die Differenzen $T - T'$, aus welchen

$$\Sigma(T - T')^2 = 0{,}2480 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma(T - T')^2}{20}} = \pm\, 0^0{,}11$$

folgen, so dass schon die einfache Formel II die mittleren Jahrestemperaturen von Buenos-Aires bis auf $^1/_{10}{}^0$ genau zu berechnen erlaubt. Noch etwas besser fährt man natürlich, wenn man statt den $\varDelta T - \varDelta T'$ die $\varDelta T - \varDelta T''$ verwendet, woraus sich nach Gould, der überdiess für die 6 ersten Jahre noch meine älteren, übrigens wenig von den neuern abweichenden Bestimmungen von r benutzte,

$$\varDelta T_1'' = 0^0{,}39 - 0{,}00727 \,.\, r$$

und damit eben die oben mitgetheilte Formel I ergibt. Aus den nach dieser letztern Formel berechneten, ebenfalls in die Tabelle eingetragenen Werthen von T'' und $T - T''$ folgen nämlich die noch merklich kleinern Werthe

$$\Sigma(T - T'')^2 = 0{,}0671 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma T - T'')^2}{20}} = \pm\, 0^0{,}06$$

also eine Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung von durchschnittlich nur $^6/_{100}$ eines Grades. — Die durch Einführung der Sonnenflecken erhaltene Uebereinstimmung lässt, wie ich glaube, für Zweifel an dem Einflusse der Sonnenfleckenperiode auf die Temperatur keinen Raum; aber zugleich ergibt sich aus der vorstehenden Untersuchung, dass ein solcher Einfluss erst dann hervortritt, wenn gewisse locale Einflüsse bereits eliminirt sind, und diese Elimination dürfte bei manchen Stationen ziemlich schwierig sein: Während sie Gould, ausser für Buenos-Aires, auch noch für Bahia Blanca (v. A. N. 2216) vollkommen gelang, so konnte sie dagegen Moesta für Santiago (v. A. N. 2246) nur theilweise durchführen, und für viele andere Stationen möchte sich die Sache noch mehr compliciren. Immerhin wäre es eine verdienstliche und muthmasslich auch lohnende Aufgabe für jüngere Männer nach dieser Seite hin, und namentlich unter Zugrundelegung von bis gegen die Mitte des vorigen Jahrhunderts, wo meine Reihe der Relativzahlen beginnt, hinaufreichende Serien, betreffende Untersuchungen anzustellen, und so vielleicht interessante Aufschlüsse über die Anomalien der achtziger Jahre zu Tage zu fördern.

In der letztern Zeit sind vier neue Variationsreihen zur Kenntniss gelangt, welche das bisher von mir discutirte Material bedeutend vervollständigen, und daher auch hier zur Besprechung gelangen mögen: Die erste dieser Reihen, welche Superintendent William Ellis in Greenwich in seiner, dem Jahrgange 1880 der Philosophical Transactions einverleibten und mir freundlichst vom Verfasser in Extraabdruck übersandten Abhandlung «On the Relation between the diurnal range of magnetic Declination and Horizontal Force, as observed at the Royal Observatory,

Greenwich, during the years 1841 to 1877, and the Period of Solar Spot Frequency» publicirt, discutirt und illustrirt hat, gibt die sämmtlichen Monatmittel der in Greenwich von 1841 bis 1847 durch zweistündliche Beobachtung, von 1848 bis 1877 durch photographische Registrirung erhaltenen, in Minuten ansgedrückten Declinationsvariationen, unter Beifügung der durch deren Ausgleichung (in der von mir seit Jahren angewandten Weise) erhaltenen, von dem jährlichen Gange befreiten Zahlenfolge; beide, durch Länge und Zuverlässigkeit gleich ausgezeichnete Serien, finden sich beistehend auf Tab. I.—II. vollständig, und unter Beisetzung der von mir berechneten, beidseitigen Jahresmittel, reproducirt. Die zweite dieser Reihen ist eine von Ellis in derselben Abhandlung publicirte, die gleiche Jahresfolge in entsprechender Weise beschlagende Reihe der in Zehntausendsteln der ganzen Horizontalintensität ausgedrückten Monatsmittel ihrer Variationen, wieder unter Beifügung der durch entsprechende Ausgleichung erhaltenen Zahlenfolge; auch diese beiden, in ihrer Art wohl bis jetzt einzigen, und eine längstgefühlte Lücke in schönster Weise ausfüllenden Serien finden sich beistehend auf Tab. III—IV vollständig und wieder unter Beisetzung der von mir berechneten beidseitigen Jahresmittel, reproducirt. Die dritte der Reihen, welche ich, obschon sie bedeutend kürzer ist, und muthmasslich nicht auf mit ebenso vollkommenen Apparaten erhaltenen Beobachtungen beruht, die M. Van der Ster von 1855 bis 1874 zu Helder in Nordholland täglich um 2, 8 und 20^{h} astr. Zeit machte, doch als von entschiedenem Interesse taxire, habe ich der in Band XIII des Archives Néerlandaises enthaltenen, mir aber auch von ihrem Verfasser freundlichst in Extraabdruck zugesandten Abhandlung «Sur

Greenwich: Beobachtete DV. Tab. I.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1841	8,0	10,8	10,6	12,2	11,1	12,3	9,6	11,1	9,2	8,3	6,8	6,1	9,67
42	6,5	8,9	10,1	10,2	11,3	9,1	10,4	10,3	10,2	9,6	6,5	5,4	9,04
43	6,5	7,3	8,3	11,4	10,7	12,0	10,6	10,9	11,1	8,3	5,4	5,6	9,01
44	5,7	6,8	9,9	10,6	9,8	10,7	10,1	10,8	9,0	9,0	6,7	5,1	8,68
45	5,8	7,6	8,7	12,4	10,6	9,0	11,8	14,3	10,5	7,9	6,5	6,8	9,32
46	6,3	7,1	11,5	12,2	13,9	11,6	11,7	9,8	9,4	8,7	7,3	5,9	9,62
1847	8,4	6,9	10,7	11,4	12,0	11,0	12,7	15,1	13,1	11,5	10,5	8,8	11,01
48	10,7	11,2	13,1	13,5	13,3	14,5	14,5	14.5	12,5	12,0	9,4	7,4	12,22
49	9,0	10,6	13,9	14,0	13,3	14,3	13,4	11,4	12,2	10,3	8,3	5,9	11,38
50	8,0	10,5	11,7	12,3	12,5	13,2	12,4	13,0	13,1	10,2	7,3	5,1	10,77
51	6,5	6,8	8,9	11,3	10,8	10,2	11,2	11,6	10,3	9,1	7,1	6,1	9,16
52	6,2	7,1	10,2	12,8	10,3	11,3	9,2	10,0	10,2	9,5	7,4	6,7	9,24
1853	6,0	6,8	8,9	8,9	8,5	10,3	10,1	8,5	8,0	9,1	5,9	5,7	8,06
54	7,6	9,5	9,1	10,8	10,7	9,5	9,2	10,1	8,5	7,4	4,9	4,7	8,50
55	5,9	7,1	9,3	10,8	8,2	8,0	7,4	9,7	8,5	7,9	6.3	4,4	7,79
56	3,1	5,1	5,8	8,1	7,9	8,6	8,5	9,8	8,6	6,5	5,5	4,7	6,85
57	5,7	6,0	7,3	8,3	8,6	5,7	4,7	6,5	8,1	7,1	5,9	5,5	6,62
58	5,6	7,4	10,3	11,8	10,3	8,5	11,2	11,1	11,8	11,5	6,8	6,2	9,37
1859	6,2	9,5	11,6	16,4	14,7	13,5	11,5	11,4	12,7	11,2	6,9	6,1	11,22
60	5,7	7,4	15,5	13,0	12,2	14,5	13.4	14,9	11,4	10,8	8,1	7,0	11,16
61	7,5	9,9	12,6	14,6	11,9	12,3	10,9	12,6	10,4	8,8	7,4	7,7	10,55
62	7,5	8,0	8,8	11,3	9,9	12,1	8,2	7,8	9,2	8,7	5,8	4,3	8,47
63	9,1	8,3	10,2	11,0	10,8	10,5	9,3	9,6	10,4	9,5	8,1	7,6	9,53
64	7,8	9,0	10,0	11.3	10,8	10,5	9,6	9,9	10,3	9,2	7,6	6,1	9,34
1865	6,5	9,7	9,8	11,6	10,8	10,5	9,9	10,1	10,2	8,9	7,1	4,7	9,15
66	6,4	9,0	8,3	11,1	10,2	10,2	9,8	8,9	7,8	8,1	7,4	4,7	8,49
67	4,9	6,5	8,2	10,1	9,1	9,2	9,3	9,9	8,7	7,8	6,3	4,2	7,95
68	5,7	7,4	9,5	12,4	9,3	10,0	10,7	11,7	9,2	8,5	6,9	5,9	8,93
69	6,6	8,2	10,0	12,2	11,9	13,3	13,2	12,1	11,5	9,0	7,7	5,6	10,11
70	7,4	8,9	13,4	16,0	15,9	14,7	16,1	15,6	13,5	12,1	10,1	6,6	12,52
1871	8,0	10,1	13,5	17,7	14,2	15,6	14,2	16,0	12,7	11,5	9,3	7,6	12,53
72	8,9	9,4	12,9	15,0	13,2	14,5	13,2	14,7	13,4	10,1	8,8	7,8	11,91
73	9,6	9,3	13,0	14,7	11,2	10,8	11,4	11,9	10,4	8,7	6,8	5,9	10,31
74	7,4	7,6	10,0	12,0	10,8	10,4	10,9	11,3	9,9	7,1	7,2	4,2	9,07
75	4,3	5,3	9,0	11,1	9,9	9,3	8,2	9,7	7,9	6,8	5,2	4,3	7,58
76	5,0	4,9	7,5	9,2	8,6	9,7	10,2	10,1	7,9	6,6	5,4	4,3	7,45
77	4,4	4,7	6,7	8,8	7,8	9,2	9,4	9,7	7,8	6,1	4,3	3,3	6,85

Greenwich: Ausgeglichene DV. Tab. II.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1841	—	—	—	—	—	—	9,62	9,47	9,38	9,27	9,19	9,07	—
42	8,97	8,97	8,97	9,07	9,12	9,07	9,04	8,98	8,83	8,81	8,83	8,93	8,97
43	9,06	9,09	9,16	9,13	9,04	9,00	8,97	8,92	8,97	9,00	8,93	8,83	9,01
44	8,77	8,73	8,65	8,58	8,68	8,70	8,69	8,72	8,71	8,73	8,84	8,80	8,72
45	8,81	9,02	9,23	9,24	9,19	9,26	9,34	9,35	9,44	9,55	9,68	9,92	9,34
46	10,03	9,83	9,61	9,59	9,66	9,65	9,71	9,78	9,74	9,68	9,56	9,46	9,69
1847	9,47	9,74	10,11	10,38	10,63	10,89	11,10	11,38	11,66	11,84	11,99	12,18	10,95
48	12,41	12,46	12,41	12,41	12,38	12,27	12,15	12,05	12,06	12,11	12,13	12,13	12,25
49	12,07	11,89	11,76	11,67	11,56	11,44	11,34	11,30	11,20	11,03	10,93	10,86	11,42
50	10,77	10,79	10,89	10,93	10,88	10,81	10,71	10,50	10,23	10,07	9,95	9,76	10,52
51	9,58	9,47	9,30	9,14	9,08	9,12	9,14	9,15	9,21	9,33	9,37	9,40	9,27
52	9,36	9,21	9,13	9,15	9,18	9,22	9,23	9,21	9,15	8,93	8,69	8,57	9,09
1853	8,58	8,55	8,39	8,28	8,21	8,10	8,12	8,30	8,43	8,52	8,68	8,74	8,41
54	8,67	8,70	8,79	8,73	8,62	8,54	8,43	8,26	8,17	8,18	8,07	7,91	8,42
55	7,77	7,67	7,66	7,68	7,76	7,81	7,68	7,47	7,24	6,99	6,86	6,88	7,46
56	6,95	6,99	7,01	6,95	6,86	6,83	6,96	7,11	7,20	7,27	7,32	7,22	7,06
57	6,94	6,65	6,48	6,49	6,53	6,58	6,62	6,67	6,85	7,12	7,34	7,53	6,82
58	7,91	8,37	8,73	9,06	9,28	9,35	9,40	9,52	9,65	9,90	10,27	10,67	9,34
1859	10,89	11,04	11,22	11,23	11,23	11,23	11,21	11,09	11,17	11,19	10,94	10,88	11,11
60	11,01	11,10	11,08	11,00	11,03	11,12	11,23	11,42	11,39	11,34	11,40	11,29	11,21
61	11,09	10,90	10,76	10,63	10,52	10,52	10,55	10,47	10,23	9,93	9,72	9,63	10,41
62	9,51	9,19	8,94	8,88	8,82	8,61	8,53	8,62	8,68	8,72	8,76	8,73	8,83
63	8,70	8,82	8,95	9,03	9,17	9,39	9,48	9,45	9,48	9,48	9,49	9,49	9,24
64	9,50	9,53	9,54	9,52	9,49	9,40	9,29	9,26	9,28	9,29	9,30	9,30	9,39
1865	9,32	9,33	9,34	9,32	9,29	9,21	9,14	9,12	9,02	8,94	8,89	8,85	9,15
66	8,84	8,78	8,63	8,50	8.47	8,49	8,43	8,26	8,16	8,11	8,02	7,93	8,39
67	7,87	7,89	7,98	8,00	7,94	7,87	7,88	7,96	8,04	8,20	8,30	8,34	8,02
68	8,43	8,57	8,66	8,72	8,77	8,86	8,97	9,04	9,09	9,11	9,21	9,46	8,91
69	9,69	9,82	9,93	10,04	10,10	10,13	10,14	10,21	10,37	10,68	11,00	11,22	10,28
70	11,40	11,68	11,90	12,12	12,34	12,48	12,55	12,62	12,68	12,76	12,75	12,72	12,33
1871	12,68	12,62	12,60	12,54	12,48	12,49	12,57	12,58	12,52	12,39	12,23	12,14	12,49
72	12,06	11,97	11,93	11,91	11,83	11,82	11,86	11,87	11,88	11,87	11,78	11,54	11,86
73	11,31	11,12	10,87	10,69	10,55	10,38	10,22	10,06	9,86	9,62	9,49	9,46	10,30
74	9,43	9,37	9,33	9,24	9,19	9,14	8,93	8,72	8,57	8,49	8,43	8,33	8,93
75	8,18	8,00	7,85	7,75	7,66	7,58	7,61	7,62	7,55	7,40	7,28	7,23	7,64
76	7,33	7,43	7,45	7,44	7,44	7,45	7,42	7,39	7,35	7,30	7,25	7,19	7,37
77	7,14	7,09	7,08	7,04	6,98	6,89	—	—	—	—	—	—	—

Greenwich: Beobachtete JV. Tab. III.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1841	21	14	17	28	26	31	32	26	25	18	17	10	22,1
42	6	8	17	28	26	20	25	27	25	19	7	8	18,0
43	12	7	11	18	28	29	26	28	23	23	12	5	18,5
44	11	13	20	29	29	29	28	30	28	18	9	13	21,4
45	12	11	21	29	30	28	25	30	25	16	11	12	20,8
46	7	8	16	28	33	34	37	39	27	20	14	13	23,0
1847	11	9	20	31	31	28	33	26	26	22	18	12	22,3
48	16	23	24	32	30	29	42	35	30	24	15	14	26,2
49	17	21	24	36	34	31	33	21	21	18	14	12	23,5
50	13	20	22	29	26	18	26	24	26	25	21	18	22,3
51	18	20	19	28	27	25	21	17	21	17	11	11	19,6
52	18	20	22	28	27	24	24	20	21	23	18	15	21,7
1853	17	17	20	20	24	31	27	20	20	19	16	20	20,9
54	16	19	15	16	20	20	20	14	18	15	15	12	16,7
55	12	12	16	19	19	15	15	19	15	17	15	15	15,8
56	14	14	17	21	16	23	16	20	26	14	11	12	17,0
57	18	15	14	16	17	24	23	20	18	17	19	19	18,3
58	21	26	28	26	25	34	30	18	26	27	23	20	25,3
1859	24	29	29	35	24	25	28	25	38	27	26	22	27,7
60	25	24	30	33	31	35	32	34	31	25	20	16	28,0
61	28	26	33	35	23	22	23	23	24	20	18	19	24,5
62	12	13	20	29	28	29	32	35	26	22	12	12	22,5
63	12	13	25	38	38	33	27	26	18	24	10	11	22,9
64	11	11	21	29	31	29	26	27	19	21	11	9	20,4
1865	9	9	17	19	25	25	25	27	21	18	12	7	17,8
66	8	9	15	24	21	21	23	21	19	20	11	6	16,5
67	9	9	15	23	25	24	20	21	19	17	10	8	16,7
68	7	9	18	27	22	25	24	24	19	18	11	8	17,7
69	12	14	21	28	30	38	36	29	28	19	15	10	13,3
70	13	22	29	37	40	44	38	40	37	28	22	14	30,3
1871	15	18	28	46	40	37	38	34	26	23	19	14	28,2
72	15	16	22	33	34	37	32	30	26	26	19	7	24,8
73	13	15	24	33	28	28	33	25	21	18	11	7	21,3
74	9	15	18	25	27	26	24	22	21	18	9	5	18,3
75	6	6	12	21	20	21	22	18	16	12	9	6	14,1
76	7	8	11	18	19	19	21	20	16	11	11	4	13,8
77	5	6	11	18	20	19	19	17	16	13	8	5	13,1

Greenwich: Ausgeglichene JV. Tab. IV.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1841	—	—	—	—	—	—	21,5	20,6	20,3	20,3	20,3	19,9	—
42	19,1	18,9	18,9	19,0	18,6	18,1	18,3	18,5	18,2	17,5	17,2	17,6	18,32
43	18,0	18,1	18,1	18,2	18,5	18,6	18,5	18,7	19,3	20,1	20,6	20,7	18,95
44	20,7	20,9	21,0	20,8	20,5	20,7	21,0	21,0	21,0	21,0	21,0	21,0	20,88
45	20,9	20,8	20,8	20,8	20,8	20,9	20,6	20,3	20,0	19,7	19,8	20,2	20,47
46	20,9	21,8	22,2	22,5	22,8	23,0	23,2	23,4	23,6	23,9	23,9	23,6	22,90
1847	23,2	22,5	21,9	21,9	22,2	22,3	22,5	23,3	24,0	24,2	24,2	24,2	23,03
48	24,6	25,4	25,9	26,2	26,1	26,1	26,2	26,2	26,1	26,2	26,6	26,8	26,03
49	26,5	25,6	24,6	24,0	23,7	23,6	23,3	23,1	23,0	22,6	22,0	21,1	23,59
50	20,3	20,1	20,5	21,0	21,5	22,1	22,5	22,8	22,6	22,5	22,5	22,8	21,77
51	22,9	22,4	21,9	21,3	20,6	19,9	19,6	19,6	19,7	19,8	19,8	19,8	20,61
52	19,9	20,1	20,2	20,5	21,0	21,5	21,6	21,5	21,3	20,8	20,4	20,5	20,78
1853	21,0	21,1	21,0	20,8	20,6	20,7	20,9	20,9	20,8	20,4	20,1	19,5	20,65
54	18,7	18,2	17,8	17,6	17,4	17,0	16,5	16,0	15,8	16,0	16,0	15,8	16,90
55	15,4	15,4	15,5	15,4	15,5	15,6	15,8	16,0	16,1	16,2	16,2	16,4	15,79
56	16,8	16,9	17,4	17,7	17,4	17,1	17,2	17,4	17,3	17,0	16,8	16,9	17,16
57	17,2	17,5	17,2	17,0	17,4	18,0	18,5	19,0	20,1	21,1	21,8	22,6	18,95
58	23,3	23,5	23,8	24,5	25,1	25,3	25,5	25,7	25,9	26,3	26,6	26,2	25,14
1859	25,7	26,0	26,8	27,2	27,4	27,6	27,7	27,5	27,4	27,3	27,5	28,3	27,20
60	28,8	29,4	29,5	29,1	28,7	28,3	28,1	28,3	28,5	28,7	28,5	27,6	28,62
61	26,7	25,9	25,1	24,6	24,3	24,4	23,8	22,6	21,5	20,7	20,7	21,2	23,46
62	21,9	22,8	23,3	23,5	23,3	22,8	22,5	22,5	22,7	23,3	24,1	24,7	23,12
63	24,6	24,0	23,3	23,1	23,1	23,0	22,9	22,7	22,5	22,0	21,3	20,8	22,78
64	20,6	20,6	20,7	20,6	20,5	20,5	20,3	20,2	19,9	19,3	18,7	18,3	20,02
1865	18,0	18,0	18,1	18,0	18,0	17,9	17,8	17,7	17,7	17,8	17,8	17,5	17,86
66	17,3	16,9	16,6	16,6	16,6	16,5	16,5	16,6	16,6	16,5	16,7	17,0	16,70
67	17,0	16,8	16,8	16,7	16,5	16,6	16,6	16,5	16,6	16,9	17,0	16,9	16,74
68	17,1	17,4	17,5	17,5	17,6	17,7	17,9	18,3	18,6	18,8	19,2	20,0	18,13
69	21,1	21,8	22,4	22,8	23,0	23,2	23,4	23,8	24,4	25,1	26,7	26,6	23,69
70	26,9	27,5	28,3	29,0	29,7	30,2	30,4	30,3	30,1	30,5	30,8	30,5	29,52
1871	30,3	30,0	29,3	28,6	28,3	28,2	28,2	28,1	27,7	27,0	26,2	25,9	28,15
72	25,7	25,3	25,1	25,2	25,3	25,0	24,7	24,5	24,6	24,7	24,4	23,8	24,86
73	23,5	23,3	22,9	22,3	21,7	21,3	21,2	21,0	20,7	20,2	19,8	19,7	21,47
74	19,2	18,7	18,6	18,6	18,5	18,3	18,1	17,6	17,0	16,6	16,1	15,6	17,74
75	15,3	15,1	14,7	14,3	14,0	14,0	14,1	14,2	14,3	14,1	14,0	13,8	14,32
76	13,7	13,8	13,8	13,8	13,8	13,8	13,7	13,5	13,4	13,4	13,5	13,5	13,64
77	13,4	13,2	13,1	13,2	13,1	13,0	—	—	—	—	—	—	—

Helder: Beobachtete DV. Tab. V.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1855	3,42	5,00	6,99	9,01	7,33	7,38	7,33	7,82	5,81	5,61	3,90	1,02	5,88
56	2,12	4,63	6,29	8,29	7,09	8,88	7,31	7,51	6,55	6,35	3,11	2,75	5,91
57	2,80	5,43	5,86	7,61	8,60	8,39	7,55	6,64	5,22	6,52	5,53	3,92	6,17
58	4,43	6,57	9,32	10,35	9,61	7,55	9,55	9,19	9,71	10,56	5,12	4,38	8,03
59	4,21	7,73	9,41	13,39	9,60	10,00	10,42	10,80	10,57	9,41	6,04	5,19	8,90
1860	5,08	7,82	12,09	10,95	10,18	12,05	11,80	10,96	9,16	9,20	5,31	3,55	9,01
61	5,78	7,64	9,95	13,37	11,12	11,19	9,37	9,84	8,12	7,14	5,23	4,22	8,58
62	3,55	5,71	7,78	8,88	7,23	10,75	9,60	7,99	6,82	7,35	6,47	4,75	7,24
63	4,85	4,71	7,81	9,39	9,59	9,68	9,10	8,86	5,66	6,15	4,80	3,02	7,00
64	4,40	4,54	8,65	8,11	7,96	8,27	8,60	9,74	4,75	3,80	3,10	0,76	6,06
1865	1,92	3,81	8,33	4.96	0,76	3,13	5,78	7,71	5,27	6,78	3,40	2,47	4,53
66	3,46	5,63	6,47	7,61	7,64	7,95	7,04	6,27	4,73	5,65	3,97	3,20	5,80
67	2,63	5,23	7,02	7,63	5,66	7,06	7,56	5,90	5,61	4,53	2,16	2,17	5,26
68	2,67	4,75	7,58	9,59	5,81	7,25	7,67	7,31	6,10	5,77	4,05	4,12	6,06
69	4,66	5,77	8,27	10,30	7,62	10,35	9,55	7,48	7,28	6,38	4,51	2,56	7,06
1870	3,52	6,28	10,99	11,71	12,59	11,65	11,65	9,75	8,26	9,08	6,71	5,65	8,99
71	4,95	7,88	11,37	12,47	9,83	12,89	10,05	10,59	7,73	7,90	6,14	4,33	8,84
72	6,02	5,75	9,09	11,68	9,71	11,23	10,27	9,20	9,54	6,97	4,50	3.26	8,10
73	6,17	5,57	7,94	11,13	8,08	8,00	8,69	7,56	6,97	5,47	4,02	3,28	6,91
74	4,33	5,43	7,46	9,20	8,47	7,95	8,22	7,15	6,86	6,71	3,40	2,07	6,44

les variations de la déclinaison magnétique en Néerlande, déduites de vingt années d'observations au Helder, par J. P. Van der Stok, Vice-Directeur de l'observatoire de Batavia» in der Weise entnommen, dass ich aus den mitmitgetheilten Zahlenreihen, um ein mit den übrigen Zahlenreihen möglichst conformes Material zu erhalten, die ursprünglichen Bestimmungen der Monatmittel für alle drei Stunden wiederherstellte, dann daraus die Variation nach der Formel

$$v = \frac{2^h + \text{Max.}}{2} - \frac{20^h + \text{Min.}}{2}$$

Helder: Ausgeglichene DV. Tab. VI.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1855	—	—	—	—	—	—	5,83	5,76	5,72	5,66	5,62	5,67	—
56	5,73	5,72	5,74	5,80	5,79	5,83	5,93	6,00	6,01	5,97	6,00	6,04	5,88
57	6,05	6,01	5,91	5,88	5,97	6,12	6,24	6,33	6,55	6,81	6,96	6,99	6,32
58	7,02	7,21	7,50	7,86	8,01	8,01	8,02	8,06	8,11	8,24	8,37	8,47	7,91
59	8,61	8,71	8,81	8,80	8,79	8,91	8,93	8,97	9,09	9,10	9,02	9,13	8,91
1860	9,27	9,34	9,29	9,22	9,18	9,08	9,04	9,06	8,97	8,98	9,12	9,12	9,14
61	8,98	8,84	8,75	8,62	8,53	8,55	8,49	8,31	8,14	7,87	7,52	7,34	8,33
62	7,33	7.26	7,13	7,08	7,14	7,22	7,29	7,31	7,27	7,31	7,44	7,50	7,27
63	7,48	7,45	7,43	7,33	7,22	7,07	6,98	6,96	6,99	6,95	6,81	6,68	7,11
64	6,61	6,62	6,62	6,48	6,32	6,15	5,95	5,82	5,78	5,63	5,20	4,69	5,99
1865	4,35	4,15	4,09	4,23	4,38	4,46	4,59	4,73	4,73	4,76	5,16	5,65	4,61
66	5,90	5,89	5,81	5,74	5,72	5,77	5,77	5,72	5,72	5,75	5,75	5,54	5,76
67	5,58	5,53	5,56	5,55	5,42	5,31	5,27	5,25	5,25	5,35	5,44	5,46	5,41
68	5,47	5,53	5,61	5,68	5,81	5,97	6,14	6,26	6,34	6,39	6,50	6,70	6,03
69	6,91	6,99	7,05	7,13	7,17	7,13	7,10	6,99	7,12	7,29	7,56	7,82	7,19
1870	7,96	8,14	8,28	8,43	8,64	8,86	9,05	9,17	9,25	9,30	9,22	9,16	8,79
71	9,14	9,11	9,12	9,05	8,98	8,90	8,89	8,84	8,66	8,53	8,50	8,42	8,84
72	8,36	8,31	8,33	8,37	8,26	8,15	8,11	8,11	8,05	7,98	7,89	7,69	8,13
73	7,49	7,35	7,18	7,01	6,93	6,91	6,83	6,75	6,72	6,62	6,56	6,57	6,91
74	6,55	6,51	6,49	6,54	6,56	6,49	—	—	—	—	—	—	—

berechnete, und durch Multiplication mit dem 50″ = 0′,833 betragenden Werthe eines Scalentheils auf Minuten reducirte; die so erhaltenen Zahlenreihen, sammt den von mir berechneten zugehörigen Jahresmitteln sind in Tab. V, die durch Ausgleichung derselben erhaltenen Werthe sammt den nunmehrigen Jahresmitteln in Tab. VI vollständig gegeben. Die vierte der Reihen endlich gibt die, nach den die Jahre 1860 bis 1878 beschlagenden Beobachtungen des P. Secchi und P. Ferrari in Rom aus den Differenzen der täglichen Extreme berechneten Monatmittel der Declinationsvariationen, und zwar sind letztere für die Jahre

Rom: Beobachtete DV. Tab. VII.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1859	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10,87
60	6,20	11,92	12,39	14,02	12,79	13,47	13,21	14,96	10,83	10,83	6,38	4,56	10,96
61	6,85	8,30	9,88	13,55	11,16	13,17	11,34	12,77	9,64	7,61	6,35	6,67	9,77
62	6,26	6,71	8,75	10,76	9,51	11,39	11,65	10,57	10,27	8,47	6,86	5,35	8,88
63	6,90	6,52	7,49	10,35	12,23	10,84	9,49	7,99	6,64	5,23	5,35	5,54	7,88
1864	4,85	5,53	9,02	10,21	10,55	11,91	9,64	10,16	8,50	6,87	7,20	5,46	8,32
65	5,05	6,78	8,30	8,84	9,09	8,76	8,30	8,80	8,32	7,28	5,97	3,49	7,42
66	4,46	8,06	7,56	9,39	8,46	9,28	8,39	7,54	6,93	7,38	4,85	3,93	7,19
67	4,60	5,86	7,24	8,38	8,36	8,52	8,42	7,05	6,94	5,96	3,83	3,09	6,52
68	3,27	4,68	7,63	10,80	9,10	8,61	9,16	8,68	7,95	7,50	5,11	4,42	7,24
1869	4,41	5,96	8,98	11,92	12,07	12,88	12,24	11,29	9,98	7,99	3,93	4,61	8,86
70	5,63	7,27	10,95	14,17	14,29	12,83	13,68	13,61	13,69	12,70	8,71	6,61	11,18
71	6,50	8,17	12,59	16,21	13,42	12,65	11,38	14,69	11,46	10,71	9,73	6,19	11,14
72	7,00	8,32	11,58	13,60	12,06	13,10	12,05	12,68	11,03	10,84	7,21	6,00	10,46
73	7,47	7,15	10,40	12,75	10,47	10,60	10,29	10,23	9,54	7,56	5,63	5,20	8,94
1874	7,01	7,67	8,80	11,16	9,72	9,17	8,43	7,68	7,79	8,87	5,78	4,13	8,02
75	4,05	4,49	8,16	10,29	9,30	8,64	7,79	8,50	7,76	6,01	4,57	4,15	6,98
76	4,55	4,59	6,93	9,27	7,39	9,04	9,04	8,78	7,31	6,78	4,83	3,94	6,87
77	4,08	4,27	6,75	8,58	7,82	8,98	8,67	8,38	7,20	6,69	4,08	3,23	6,56
78	3,50	4,42	6,48	8,82	7,52	9,14	8,12	7,60	7,05	5,04	3,63	3,74	6,26

1860—76 den von Ferrari im Dezemberheft 1877 des «Bulletino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio Romano» publicirten Quadro B unter Multiplication mit dem sie auf Minuten reducirenden Factor 1,369 entnommen, für 1877—78 aber der gefälligen schriftlichen Mittheilung desselben; sie ist, unter Beifügung der von mir berechneten Jahresmittel und einer mir früher von P. Secchi gemachten Angabe über die Grösse des Jahresmittels der Variationen im Jahre 1859, in Tab. VII vollständig gegeben, während Tab. VIII die durch ihre Ausgleichung erhaltene Zahlenreihe, unter Beifügung der Letzerer entsprechenden Jahres-

Rom: Ausgeglichene DV. Tab. VIII.

Jahr	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	Mittel
1859	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
60	—	—	—	—	—	—	10,99	10,87	10,61	10,49	10,40	10,32	—
61	10,23	10,06	9,92	9,74	9,60	9,69	9,75	9,66	9,54	9,38	9,20	9,05	9,65
62	8,99	8,91	8,85	8,91	8,97	8,93	8,91	8,92	8,86	8,79	8,89	8,98	8,91
63	8,87	8,67	8,41	8,13	7,93	7,87	7,80	7,67	7,69	7,76	7,67	7,65	8,01
1864	7,70	7,80	7,96	8,11	8,25	8,33	8,33	8,39	8,42	8,33	8,21	8,02	8,16
65	7,83	7,72	7,65	7,66	7,63	7,50	7,39	7,42	7,44	7,43	7,43	7,43	7,54
66	7,45	7,40	7,29	7,24	7,20	7,17	7,19	7,11	7,00	6,95	6.90	6,86	7,15
67	6,83	6,81	6,79	6,74	6,63	6,56	6,47	6,36	6,33	6,45	6,58	6,61	6,60
68	6,65	6,74	6,86	6,96	7,08	7,19	7,29	7,39	7,50	7,60	7,77	8,07	7,26
1869	8,38	8,62	8,81	8,92	8,89	8,85	8,91	9,01	9,15	9,32	9,51	9,60	9,00
70	9,66	9,82	10,07	10,42	10,81	11,10	11,21	11,29	11,39	11,55	11,60	11,55	10,87
71	11,45	11,40	11,35	11,17	11,13	11,16	11,16	11,19	11,15	11,00	10,84	10,80	11,15
72	10,85	10,79	10,69	10,68	10,58	10,46	10,48	10,45	10,35	10,26	10,16	9,99	10,48
73	9,81	9,64	9,47	9,28	9,07	8,97	8,92	8,92	8,88	8,75	8,65	8,56	9,09
1874	8,42	8,24	8,06	8,04	8,10	8.06	7,89	7,64	7,48	7,42	7,36	7,32	7,84
75	7,27	7,28	7,31	7,19	7,02	6,97	7,00	7,02	6,97	6,88	6,76	6,70	7,03
76	6,76	6,83	6,82	6,83	6,88	6,88	6,85	6,82	6,80	6,76	6,75	6,77	6,81
77	6,75	6,72	6,69	6.69	6,65	6,59	6,54	6,52	6,51	6,51	6,51	6,50	6,60
78	6,49	6,43	6,39	6,32	6,23	6,23	—	—	—	—	—	—	—

mittel, zur Kenntniss bringt. — Die auf Tab. I—VIII mitgetheilten vier Doppelreihen wurden vorläufig von mir nach zwei Richtungen benutzt: Zunächst ermittelte ich mit Hülfe der vier ausgeglichenen Reihen, zum Theil unter Berathung der die Zahlen darstellenden Curven, die Epochen der von ihnen beschlagenen Minima und Maxima so genau als möglich, und erhielt so unter Zuzug der früher in diesen Mittheilungen publicirten Reihen für Mailand, München, Christiania und Prag (welche ich, soweit es nicht ohnehin schon geschehen war, zu diesem Zwecke ebenfalls ausglich) folgende 6×6 Bestimmungen:

Min. 1843:		*Max. 1848:*	
Greenwich D .	1844,30	Greenwich D .	1848,13
— J .	42,88	— J .	48,96
Mailand . . .	43,54	Mailand . . .	48,12
München . . .	44,46	München . . .	48,88
Christiania . .	44,21	Christiania . .	48,87
Prag	44,54	Prag	48,96
Mittel .	1843,99 ± 0,26	Mittel .	1848,65 ± 0,17

Min. 1856:		*Max. 1860:*	
Greenwich D .	1857,25	Greenwich D .	1860,75
— J .	55,20	— J .	60,17
Mailand . . .	55,96	Helder . . .	60,13
München . . .	56,54	Mailand . . .	60,13
Christiania . .	55,87	Christiania . .	59,71
Prag	56,12	Prag	60,12
Mittel .	1856,12 ± 0,28	Mittel .	1860,17 ± 0,15

Min. 1866:		*Max. 1870:*	
Greenwich D .	1867,30	Greenwich D .	1870,83
— J .	67,17	— J .	70,86
Helder . . .	65,21	Helder . . .	70,80
Rom	67,70	Rom	70,87
Mailand . . .	67,21	Mailand . . .	70,62
Prag	66.96	Prag	70,79
Mittel .	1866,93 ± 0,36	Mittel .	1870,79 ± 0,04

Die Quadratsumme der Abweichungen der Mittel von den einzelnen Bestimmungen, aus welchen die beigesetzten Unsicherheiten der Mittel abgeleitet wurden, betrugen für

Min. 1843 . .	2,1025	Max. 1848 . .	0,8448
— 1856 . .	2,3878	— 1860 . .	0,6337
— 1866 . .	3,8251	— 1870 . .	0,0419
Summe .	8,3154	Summe .	1,5204

woraus sich für die mittlere Abweichung einer einzelnen Bestimmung vom Mittel für ein

Minimum ± 0.68 Maximum ± 0,29

ergibt, — während die Min. und Max. zusammen speziell für

Greenwich D . .	± 0,59	Helder	± 0,85
— J . .	0,61	Rom	0,50
Mailand	0,32	Christiania . . .	0,34
München	0,34	Prag	0,26

ergeben. Da diese Abweichungen (vielleicht abgesehen von derjenigen bei Helder) wohl zunächst localen Einflüssen zuzuschreiben sind, so geht hieraus hervor, dass diese sich zur Zeit eines Minimums bedeutend mehr geltend machen, als zur Zeit eines Maximums, was auch ganz plausibel erscheint — und sodann, dass sie in England, und zwar in Declination und Intensität fast genau in gleichen Beträgen, im Allgemeinen stärker auftreten als auf dem Continente. — Dass sich überhaupt für die Intensitätsvariationen allseitig dasselbe Verhältniss herausstellt wie für die Declinationsvariationen, ist von höchstem Interesse, und entkräftet die von einzelnen Physikern immer noch gehegten Zweifel an der Realität des Zusammenhanges zwischen der Grösse der magnetischen Variationen und der Häufigkeit der Sonnenflecken wohl vollständig und es ist daher Herrn Ellis, für dessen eigene Untersuchungen und graphischen Darstellungen auf die Abhandlung selbst verwiesen werden muss, der grösste Dank dafür auszusprechen, dass er diese Reihen zugänglich gemacht hat. — Vergleichen wir endlich noch, unter Beiziehung der in Nr. L erhaltenen Bestimmungen, die Epochen der magnetischen Variationen mit denjenigen der Sonnenflecken, so erhalten wir, unter der plausiblen Annahme, es sei bei den Sonnenflecken 0,2 die durchschnittliche Unsicherheit einer Minimumsepoche und 0,3 diejenige einer Maximumsepoche, folgende Tafel:

Variationen V			Sonnenflecken S			$V-S$	
Min.	1844,0	± 0,3	Min.	1843.5	± 0,2	0,5	± 0,4
Max.	1848,6	0,2	Max.	1848,1	0,3	0,5	0,4
Min.	1856,1	0,3	Min.	1856,0	0,2	0,1	0,4
Max.	1860,2	0,1	Max.	1860,1	0,3	0,1	0,3
Min.	1866,9	0,4	Min.	1867,2	0,1	-0,3	0,4
Max.	1870,8	0,0	Max.	1870,6	0,3	0,2	0,3
Min.	1878,5	0,1	Min.	1878,9	0,2	-0,4	0,2
			Mittel .			±0,3	±0,3

Es geht daraus wohl mit aller wünschbaren Sicherheit hervor, dass die beiden Epochenreihen so gut zusammenstimmen als es ihre Bestimmung erlaubt, und dass man somit bei gegenwärtiger Sachlage noch davon abstrahiren muss, von einer Verschiedenheit, wie sie Ellis in seiner Abhandlung im einen und ich in Nr. L im andern Sinne nachgewiesen zu haben glaubte, zu sprechen. — In zweiter Linie enthob ich den vier direct aus der Beobachtung hervorgegangenen Reihen die Jahresmittel, und stellte sie in Tab. IX und X mit den Sonnenfleckenrelativzahlen r zusammen: Tab. IX enthält neben den r unter v und i die Declinations- und Intensitäts-Variationen von Greenwich für die 37 Jahre 1841—1877, und diese Reihen ergeben

$$m' = \frac{1}{37}\Sigma r = 52,5 \qquad m'' = \frac{1}{37}\Sigma v = 9,44 \qquad m''' = \frac{1}{37}\Sigma i = 21,0$$

$$\Sigma(m'-r)^2 = 47473,30 \qquad \Sigma(m''-v)^2 = 89,4329 \qquad \Sigma(m'''-i)^2 = 646,63$$

$$\Delta r = \sqrt{\frac{\Sigma(m'-r)^2}{37}} = \pm 35,8 \quad \Delta v = \sqrt{\frac{\Sigma(m''-v)^2}{37}} = \pm 1,55 \quad \Delta i = \sqrt{\frac{\Sigma(m'''-i)^2}{37}} = \pm 4$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta r} = 0,043 \qquad \frac{\Delta i}{\Delta r} = 0,115$$

Ersetzen wir ersteres Verhältniss durch den benachbarten, aus den mitteleuropäischen Stationen erhaltenen Mittel-

Tab. IX.

DV. Greenwich					Jahr	r	$\Delta r'$	$\Delta r''$	JV. Greenwich				
v	v'	$v-v'$	v''	$v-v''$					i	i'	$i-i'$	i''	$i-i''$
9,67	8,76	0,91	8,83	0,84	1841	36,8	1,62	4,2	22,1	19,2	2,9	19,4	2,7
9,04	8,20	0,84	8,33	0,71	42	24,2	1,06	2,8	**18,0**	17,8	0,2	18,1	-0,1
9,01	7,61	1,40	7,79	1,22	43	**10,7**	0,47	1,2	18,5	16,2	2,3	16,8	1,7
8,68	7,80	0,88	7,96	0,72	44	15,0	0,66	1,7	21,4	16,7	4,7	17,2	4,2
9,32	8,90	0,42	8,96	0,36	45	40,1	1,76	4,6	20,8	19,6	1,2	19,7	1,1
9,62	9,85	-0,23	9,82	-0,20	46	61,5	2,71	7,1	23,0	22,1	0,9	21,9	1,1
11,01	11,47	-0,46	11,30	-0,29	1847	98,4	4,33	11,3	22,3	26,3	-4,0	25,6	-3,3
12,22	12,71	-0,49	12,33	-0,11	48	**124,3**	5,57	14,3	**26,2**	29,3	-3,1	28,2	-2,0
11,38	11,37	0,01	11,20	0,18	49	95,9	4,23	11,0	23,5	26,0	-2,5	25,3	-1,8
10,77	10 07	0,70	10,02	0,75	50	66,5	2,93	7,6	22,3	22,6	-0,3	22,4	-0,1
9,16	9,98	-0,82	9,94	-0,78	51	64,5	2,84	7,4	19,6	22,4	-2,8	22,2	-2,6
9,24	9,52	-0,28	9,53	-0,29	52	54,2	2,38	6,2	21,7	21,2	0,5	21,1	0,6
8,06	8,86	-0,80	8,92	-0,86	1853	39,0	1,72	4,5	20,9	19,5	1,4	19,6	1,3
8,50	8,05	0,45	8,18	0,32	54	20,6	0,91	2,4	16,7	17,4	-0,7	17,8	-1,1
7,79	7,43	0,36	7,63	0,16	55	6,7	0,29	0,8	**15,8**	15,8	0,0	16,4	-0,6
6,85	7,33	-0,48	7,53	-0,68	56	**4,3**	0,19	0,5	17,0	15,5	1,5	16,1	0,9
6,62	8,14	-1,52	8,27	-1,65	57	22,8	1,00	2,6	18,3	17,6	0,7	18,0	0,3
9,37	9,55	-0,18	9,55	-0,18	58	54,8	2,41	6,3	25,3	21,3	4,0	21,2	4,1
11,22	11,27	-0,05	11,11	0,11	1859	93,8	4,13	10,8	27,7	25,8	1,9	25,1	2,6
11,16	11,35	-0,19	11,19	-0,03	60	**95,7**	4,21	11,0	**28,0**	26,0	2,0	25,3	2,7
10,55	10,54	0,01	10,45	0,10	61	77,2	3,40	8,9	24,5	23,9	0,6	23,4	1,1
8,47	9,74	-1,27	9,72	-1,25	62	59,1	2,60	6,8	22,5	21,8	0,7	21,6	0,9
9,53	9,08	0,45	9,12	0,41	63	44,0	1,94	5,0	22,9	20,0	2,9	20,1	2,8
9,34	9,20	0,14	9,24	0,10	64	46,9	2,06	5,4	20,4	20,4	0,0	20,4	0,0
9,15	8,48	0,67	8,58	0,57	1865	30,5	1,34	3,5	17,8	18,5	-0,7	18,8	-1,0
8,49	7,86	0,63	8,01	0,48	66	16,3	0,72	1,9	**16,5**	16,9	-0,4	17,3	-0,8
7,95	7,46	0,49	7,65	0,30	67	**7,3**	0,32	0,8	16,7	15,8	0,9	16,4	0,3
8,93	8,78	0,15	8,85	0,08	68	37,3	1,64	4,3	17,7	19,3	-1,6	19,4	-1,7
10,11	10,39	-0,28	10,32	-0,21	69	73,9	3,25	8,5	23,3	23,5	-0,2	23,1	0,2
12,52	13,36	-0,84	12,92	-0,40	70	**139,1**	6,22	16,0	**30,3**	31,0	-0,7	29,7	0,6
12,53	12,13	0,40	11,81	0,72	1871	111,2	4,99	12,8	28,2	27,8	0,4	26,9	1,3
11,91	11,71	0,20	11,43	0,48	72	101,7	4,57	11,7	24,8	26,7	-1,9	25,9	-1,1
10,31	10,06	0,25	10,01	0,30	73	66,3	2,92	7,6	21,3	22,6	-1,3	22,3	-1,0
9,07	9,10	-0,03	9,14	-0,07	74	44,6	1,96	5,1	18,3	20,1	-1,8	20,2	-1,9
7,58	7,89	-0,31	8,04	-0,46	75	17,1	0,75	2,0	14,1	17,0	-2,9	17,4	-3,4
7,45	7,64	-0,19	7,81	-0,36	76	11,3	0,50	1,3	13,8	16,3	-2,5	16,8	-3,0
6,85	7,68	-0,83	7,85	-1,00	77	12,3	0,54	1,4	13,1	16,4	-3,3	16,9	-3,8

werth 0,045, — behalten dagegen Letzteres, für das noch kein Analogon vorhanden ist, unverändert bei, so kann somit provisorisch

$$\Delta r' = 0{,}045 \,.\, r \qquad \Delta r'' = 0{,}115 \,.\, r$$

gesetzt werden, womit sich sodann

$$\frac{1}{37}\,\Sigma(v - \Delta r') = 7{,}14 \qquad \frac{1}{37}\,\Sigma(i - \Delta r'') = 15{,}0$$

und somit für Greenwich die provisorischen Variationsformeln

$$v' = 7{,}14 + 0{,}045 \,.\, r \ldots \underline{1'} \qquad i' = 15{,}0 + 0{,}115 \,.\, r \ldots \underline{2'}$$

ergeben, und damit die in die Tafel eingetragenen Werthe v' und i', sowie die Differenzen $v - v'$ und $i - i'$. Aus Letztern ergeben sich nun

$$\Sigma(v - v')^2 = 14{,}5859 \qquad \Sigma(i - i')^2 = 154{,}98$$

$$\Delta v' = \sqrt{\frac{\Sigma(v - v')^2}{37}} = \pm 0{,}63 \qquad \Delta i' = \sqrt{\frac{\Sigma(i - i')^2}{37}} = \pm 2{,}0$$

so dass schon diese provisorischen Formeln die beiden Variationsreihen ganz ordentlich darstellen. Ich glaubte mich jedoch damit nicht begnügen zu sollen, sondern berechnete unmittelbar aus beiden Reihen in gewohnter Weise die in den Formeln

$$v = a + b \,.\, r \qquad i = \alpha + \beta \,.\, r$$

vorkommenden Constanten, wobei ich für

	a	b	α	β
1841—1852 .	a = 8,254	b = 0,029	α = 18,74	β = 0,050
1853—1864 . .	6,837	45	16,02	120
1865—1877 . .	7,237	43	13,30	124
oder im Mittel	a = 7,443	b = 0,039	α = 16,02	β = 0,098

erhielt, und nahe, diesen Mitteln entsprechend, direct für

1841—1877 . . $a = 7{,}362$ $b = 0{,}040$ $\alpha = 15{,}69$ $\beta = 0{,}101$

Da es mir nach frühern Erfahrungen für einstweilen noch zu gewagt erschien, auf die für die verschiedenen Gruppen erhaltenen scheinbaren Abänderungen von a, b,

α, β ein grosses Gewicht zu legen, und die Zeit in meine Formeln einzuführen, so setzte ich entsprechend den letzten Werthen die definitiven Variationsformeln für Greenwich

$$v'' = 7{,}36 + 0{,}040 \,.\, r \ldots \underline{1''} \qquad i'' = 15{,}7 + 0{,}101 \,.\, r \ldots \underline{2''}$$

fest, und berechnete nach ihnen die in die Tafel eingetragenen Werthe von v'', $v - v''$, i und $i - i''$, welche mir sodann schliesslich

$$\Sigma(v - v'')^2 = 13{,}6566 \qquad \Sigma(i - i'')^2 = 148{,}72$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma(v - v'')^2}{37}} = \pm\, 0{,}61 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma(i - i'')^2}{37}} = \pm\, 2{,}0$$

also wirklich gegenüber den provisorischen Formeln eine kleine Verbesserung ergaben. — Tab. X enthält ganz in ähnlicher Weise die, die 20 Jahre 1855—1874 beschlagende Serie von Helder, und die, die 20 Jahre 1859—1878 beschlagende Serie von Rom, und es mag genügen hier noch die ihr theils zu Grunde liegenden, theils aus ihr folgenden Werthe beizufügen: Es ergaben sich für

Helder mit $\Delta r = 0{,}045 \,.\, r$ — Rom mit $\Delta r = 0{,}045 \,.\, r$

$$\frac{1}{20}\,\Sigma(v - \Delta r) = 4{,}53 \qquad \frac{1}{20}\,\Sigma(v - \Delta r) = 6{,}10$$

und somit die provisorischen Formeln

$$v' = 4{,}53 + 0{,}045 \,.\, r \ldots \underline{3'} \qquad v' = 6{,}10 + 0{,}045 \,.\, r \ldots \underline{4'}$$

nach welchen die in die Tafel eingetragenen v' und $v - v'$ berechnet wurden, die

$$\Sigma(v - v')^2 = 13{,}0951 \qquad \Sigma(v - v')^2 = 2{,}8585$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma(v - v')^2}{20}} = \pm\, 0{,}81 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma(v - v')^2}{20}} = \pm\, 0.38$$

ergeben. Als definitive Formeln aber wurden auf die

Tab. X.

DV. Helder							DV. Rom						
Jahr	r	v	v'	$v-v'$	v''	$v-v''$	Jahr	r	v	v'	$v-v'$	v''	$v-v''$
1855	6,7	**5,88**	4,82	1,06	5,56	0,32	1859	93,8	10,87	10,23	0,64	10,17	0,70
56	**4,3**	5,91	4,72	1,19	5,49	0,42	60	**95,7**	**10,96**	10,31	0,65	10,25	0,71
57	22,8	6,17	5,53	0,64	6,03	0,14	61	77,2	9,77	9,50	0,27	9,47	0,30
58	54,8	8,03	6,94	1,09	6,96	1,07	62	59,1	8,88	8,70	0,18	8,71	0,17
59	93,8	8,90	8,66	0,24	8,09	0,81	63	44,0	7,88	8,04	-0,16	8,08	-0,20
1860	**95,7**	**9,01**	8,74	0,27	8,15	0,86	1864	46,9	8,32	8,16	0,16	8,18	0,14
61	77,2	8,58	7,93	0,65	7,61	0,97	65	30,5	7,42	7,44	-0,02	7,51	-0,09
62	59,1	7,24	7,13	0,11	7,08	0,16	66	16,3	7,19	6,82	0,37	6,91	0,28
63	44,0	7,00	6,47	0,53	6,65	0,35	67	**7,3**	**6,52**	6,42	0,10	6,54	-0,02
64	46,9	6,06	6,59	-0,53	6,73	-0,67	68	37,3	7,24	7,74	-0,50	7,80	-0,56
1865	30,5	**4,53**	5,87	-1,34	6,25	-1,72	1869	73,9	8,86	9,35	-0,49	9,33	-0,47
66	16,3	5,80	5,25	0,55	5,84	-0,04	70	**139,1**	**11,18**	12,22	-1,04	11,87	-0,69
67	**7,3**	5,26	5,85	-0,59	5,58	-0,32	71	111,2	11,14	11,09	0,05	10,90	0,24
68	37,3	6,06	6,17	-0,11	6,45	-0,39	72	101,7	10,46	10,67	-0,21	10,50	-0,04
69	73,9	7,06	7,78	-0,72	7,51	-0,45	73	66,3	8,94	9,02	-0,08	9,01	-0,07
1870	**139,1**	**8,99**	10,75	-1,76	9,40	-0,41	1874	44,6	8.02	8,06	-0,04	8,10	-0,08
71	111,2	8,44	9,52	-0,68	8,59	.0,15	75	17,1	6,98	6,85	0,13	6,95	0,03
72	101,7	8,10	9,10	-1,00	8,32	-0,22	76	11,3	6,87	6,60	0,27	6,70	0,17
73	66,3	6,91	7,45	-0,54	7,29	-0,38	77	12,3	6,56	6,64	-0,08	6,75	-0,19
74	44,6	6,44	6,49	-0,05	6,66	-0,22	78	**3,4**	**6,26**	6,25	0,01	6,37	-0,11

frühere Weise

$$v'' = 5{,}37 + 0{,}029 \,.\, r \ldots \underline{3''} \qquad v'' = 6{,}23 + 0{,}042 \,.\, r \ldots \underline{4''}$$

erhalten, und damit die v'' und $v-v''$ der Tafel, aus denen die wesentlich besseren, und namentlich für Rom, vollständig befriedigenden Werthe

$$\Sigma(v - v'')^2 = 8{,}2255 \qquad \Sigma(v - v'')^2 = 2{,}4186$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma(v - v'')^2}{20}} = \pm\, 0{,}64 \qquad \sqrt{\frac{\Sigma(v - v'')^2}{20}} = \pm\, 0{,}35$$

folgen, — so dass somit im Ganzen vier neue Formeln erhalten sind, von welchen ganz besonders die 2 als erste Formel für Intensitätsvariationen von hohem Werthe ist.

Herr Assistent Alfred Wolfer hat eine interessante Studie über die muthmasslich auch bei Declinations-Be-

stimmungen vorkommenden Personal-Fehler angestellt. Ich freue mich dieselbe im Folgenden in extenso veröffentlichen zu können. Herr Wolfer schreibt:

«Es ist bereits mehrfach darauf hingewiesen worden, dass die bei Meridianbeobachtungen fast durchweg gebräuchliche Einstellungsmethode, bei welcher der zu beobachtende Stern in die Mitte zwischen zwei Horizontalfaden, statt hinter einen Faden gebracht wird, einen persönlichen Fehler möglich mache und dass hierin vielleicht ein Grund zu suchen sei, wesshalb bei gewissen Fundamentalbestimmungen, beispielsweise Polhöhenbestimmungen, von verschiedenen Beobachtern an demselben Punkte mit gleichen Mitteln ausgeführt, trotz möglichster Berücksichtigung aller bekannten systematischen Fehlerquellen sich oft Differenzen zwischen den einzelnen Beobachtern ergaben, welche die mittleren Fehler der Schlussresultate bedeutend überstiegen.

«Schon Arago[1]) glaubte eine solche «collimation individuelle» voraussetzen zu müssen, um Differenzen der bezeichneten Art, die sich zwischen ihm, Humboldt und Mathieu bei der Bestimmung der Pariser Polhöhe zeigten und bis auf mehrere Sekunden anstiegen, erklären zu können, und die später (1837—40) von Mauvais, Bonvard und Laugier[2]) am Pariser Mauerkreise angestellten Beobachtungen machten, obgleich die angewandte Methode die Mitwirkung anderweitiger Fehlerquellen nicht vollständig ausschloss, Arago's Annahme noch wahrscheinlicher, indem sie für die gesuchten persönlichen Fehler die, zu den Kreisablesungen südlicher Sterne zu addirenden Werthe lieferten:

---

[1]) Arago, œuvres; Mém. scient. T. II p. 229.

[2]) Arago, œuvres; Mém. scient. T. II p. 230.

Mauvais . . .	— 2,5″
Bonvard . . .	+ 1,4
Laugier . . .	+ 0,3

während im 2. Bande der «Annales de l'obs. de Paris» (observations) für dieselben 3 Beobachter und Plantamour die Zahlen angegeben sind:

	1837	1838	1839	1840
Mauvais . .	— 1,2″	— 1,3″	— 1,6″	— 1,9″
Bonvard . .	+ 1,6	+ 1,7	+ 1,7	+ 1,7
Laugier . .	+ 0,6	+ 0,8	+ 1,0	+ 1,0
Plantamour .	+ 0,9	+ 0,8	+ 1,0	+ 1,0

die zugleich eine grössere oder geringere Veränderlichkeit des Personalfehlers mit der Zeit anzudeuten scheinen.

«Entsprechende Beobachtungen hat ferner 1861 Winnecke in Pulkowa[1]) gemacht, indem er, unter Berücksichtigung, dass jener Fehler in verschiedenem Sinne wirkt, jenachdem der Beobachter nach Süden oder Norden hinsieht, die Declinationsdifferenz eines zenithalen Sternpaares in der Weise bestimmte, dass er am ersten Tage den einen Stern bei «Füsse Nord», den andern bei «Füsse Süd», am zweiten Tag dagegen je bei entgegengesetzter Körperlage einstellte und so, unabhängig von Refraction, Biegung, Fehlern der Sterndeclinationen etc., als Unterschied der beiden Declinationsdifferenzen den vierfachen Werth des Personalfehlers erhielt; allerdings fand er für letztern nur den geringen Betrag von

$$+ 0{,}05'' \pm 0{,}025$$

welcher zu den Kreisablesungen für südliche Sterne, also bei «Füsse Süd» hinzuzufügen war.

---

1) Mém. de l'Acad. de St. Pétersb. T. VI. Nro. 7. Beobachtungen des Mars um die Zeit der Opposition 1862.

«Bei den 1878 und 1879 am hiesigen Ertel'schen Meridiankreise angestellten Refractionsbeobachtungen hatte ich an jedem Abend ausser den Refractionssternen noch einige zenithale Fundamentalsterne beobachtet, um für den aus directen Nadirbeobachtungen abgeleiteten Zenithpunkt eine Controle zu erhalten; nach der jetzt theilweise durchgeführten Berechnung dieser Beobachtungen zeigte sich aber, dass der aus den südlichen Zenithsternen ermittelte Zenithpunkt fast regelmässig in demselben Sinne von dem aus den nördlichen Sternen erhaltenen um einen Betrag abwich, der in keiner Weise durch Biegungs- oder Refractionseinflüsse hätte erklärt werden können; so lag der Gedanke nahe, die Ursache in dem besprochenen Personalfehler zu suchen und ich begann daher vergangenen Herbst am Meridiankreise eine betreffende Beobachtungsreihe, indem ich die Declinationsdifferenzen der 6 zenithalen Sternpaare:

		m.	α	δ
I	e Cygni . .	5,5	$19^h\ 58^m$	$49^0\ 46'$
	31o Cygni . .	4,5	20 10	46 23
II	Br 2621 . .	7	20 15	49 7
	ω^2 Cygni . .	5	20 26	48 33
III	51 Cygni . .	5,5	20 39	49 55
	55 Cygni . .	5,5	20 45	45 40
IV	Br 2720 . .	6,5	20 52	46 57
	60 Cygni . .	6	20 57	45 41
V	f^2 Cygni . .	5,5	21 2	47 10
	Br 2792 . .	6	21 21	46 12
VI	g' Cygni . .	5	21 25	46 1
	π' Cygni . .	4,5	21 38	50 39

die rasch nacheinander den Meridian passiren und in der Helligkeit einander ziemlich nahe stehen, an 24 Abenden

N. S.

1880	I	II	III	IV	V	VI
VII 23	3°23′33,86″	0°34′23,67″	4°14′28,69″	1°16′24,27″	0°58′18,37″	-4°37′47,55′
28	34,96	24,11	24,16	22,93	18,86	50,62
VIII 19	32,54	24,25	23,84	24,40	20,89	—
27	34,49	22,91	25,36	23,84	19,51	50,16
IX 2	31,13	23,22	23,00	22,90	20,19	49,08
4	34,94	23,67	22,38	24,08	19,64	49,50
25	34,66	21,05	20,29	20,90	18,61	49,69
27	33,69	23,45	24,20	24,59	20,08	51,93
29	37,13	22,79	22,83	24,64	21,56	50,49
X 2	34,86	23,55	22,19	24,29	18,64	50,53
25	32,61	24,16	23,59	21,74	21,96	48,77
29	35,13	23,25	23,44	24,13	19,14	—
	34,17	23,34	23,66	23,56	19,79	49,83
$f = \pm$	1,55	0,86	2,02	1,20	1,19	1,20
$v = \pm$	0,45	0,25	0,58	0,35	0,35	0,38

in der von Winnecke angegebenen Weise bestimmte. Bei der Berechnung ist nur die Biegung vernachlässigt, die Refraction dagegen trotz der geringen Variationen berücksichtigt und ausserdem die Reduction aller Beobachtungen auf 1880,0 ausgeführt worden. Die beistehende Zusammenstellung enthält die reducirten Declinationsdifferenzen der 6 Sternpaare, wobei die Bezeichnung «*N. S*» angibt, dass je der erste Stern bei «Füsse Nord», der zweite bei «Füsse Süd» beobachtet wurde, während «*S. N*» die umgekehrten Körperlagen andeutet, so dass also, wenn x die Correction ist, welche man einem bei «Füsse Süd» beobachteten Sterne wegen des Personalfehlers hinzuzufügen hat, dieselbe sich nach:

$$x = \frac{1}{4}(S.\,N - N.\,S)$$

ergibt.

S. N.

1880	I	II	III	IV	V	VI
VII 24	3°23'30,90"	0°34'22,04"	4°14'23,23"	1°16'20,65"	0°58'16,58"	-4°37'51,91"
VIII 18	32,12	20,77	21,46	22,05	15,52	52,23
23	33,76	20 ,59	22,83	24,17	19,20	51,90
28	31,93	22,52	20,98	23,35	19,77	50,57
IX 3	33.11	22,34	23,36	23,35	18,37	52.06
6	33,52	22,50	21,65	24,05	20,54	47,88
26	32,50	22,56	22,34	22,44	17,56	49,66
28	33,48	23,03	21,53	22,80	19,89	50,22
30	33,21	23,76	24,70	21,56	19,11	51,77
X 15	34,44	22,41	22,89	23,90	20,71	49,57
28	34,82	22,39	23,39	23,14	18,50	50,83
30	32,59	20,46	24.71	22,82	18,43	51,33
	33,03	22,11	22,76	22,86	18,68	50,83
	± 1,09	1.01	1,22	1,05	1,55	1,31
	± 0,32	0,29	0,35	0,30	0,45	0,38

«Da sämmtliche Declinationsdifferenzen sich auf 1880,0 beziehen, so ist unter der Voraussetzung, dass die Correction x während der ganzen Beobachtungszeit constant geblieben sei, einfach für jedes Sternpaar in beiden Gruppen je das Mittel gezogen und dessen mittlerer Fehler v, sowie der mittlere Fehler einer einzelnen Bestimmung berechnet worden. Hieraus ergeben sich zunächst folgende 6 Werthe des vierfachen Personalfehlers:

$$
\begin{array}{rlll}
4x = & -1{,}14'' & \pm 0{,}55'' & p = 1 \\
 & -1{,}23 & 0{,}38 & 2 \\
 & -0{,}90 & 0{,}68 & 0{,}6 \\
 & -0{,}70 & 0{,}46 & 1{,}4 \\
 & -1{,}11 & 0{,}57 & 1 \\
 & -1{,}00 & 0{,}53 & 1
\end{array}
$$

welche unter Berücksichtigung der Gewichte p ($p = 1$ für $v = \pm\, 0{,}54$) den Mittelwerth liefern:

$$4x = -1{,}03'' \quad \pm 0{,}09''$$
$$\text{od.} \quad x = -0{,}26'' \quad \pm 0{,}05''$$

«Sodann folgt aus den einzelnen Werthen von f, dass der mittlere Fehler einer Declinationsdifferenz $\pm$ 1,30″, also der mittlere Einstellungsfehler für einen Stern $\pm$ 0,90″ beträgt; obwohl nun der für den Personalfehler gefundene Werth kleiner ist als der mittlere Fehler einer einzelnen Sternbeobachtung, so weisen die obigen Zahlen doch augenscheinlich darauf hin, dass hier wirklich ein systematischer Fehler vorliegt, der bei der einzelnen Beobachtung allerdings im Beobachtungsfehler verschwindet, in längeren Reihen aber deutlich hervortreten kann und daher berücksichtigt werden muss.

«Ich habe übrigens noch in anderer Weise versucht, das Auftreten des persönlichen Einstellungsfehlers zu constatiren, resp. seinen Werth zu ermitteln, indem ich statt der Declinationsdifferenz zweier Sterne den halben Abstand der Spiegelbilder der beiden Horizontalfaden, die durch den im Nadir aufgestellten Quecksilberhorizont entworfen werden, mass und zwar ebenfalls in der Weise, dass ich, das eine Mal nach Norden, das andere Mal nach Süden sehend, die beiden Fadenbilder successive zwischen die Faden brachte und nachher dieselben Einstellungen, aber je bei entgegengesetzten Körperstellungen, wiederholte.

«Beifolgend stehen die an 4 Tagen erhaltenen Werthe des halben Abstandes der beiden Fadenbilder, wobei *N. S* und *S. N* die nämliche Bedeutung wie früher haben: Man hat also für $4x$ die Zahlen:

		p
— 1,14″	$\pm$ 0,26	0,5
— 1,03	0,16	1,5
— 0,68	0,15	1,5
— 1,32	0,29	0,5

XI 23		XII 3		XII 8		XII 9	
N S.	S N.	S N.	S N.	S N.	S N.	S N.	S. N
19,34″	17,75″	20,04″	18,86″	19,79″	19,01″	21,02″	18,94″
19,82	18,43	20,36	18,90	19,40	18,65	21,03	18,83
19,94	18,07	19,72	18,52	19,51	19,49	20,25	18,71
19,76	18,38	19,55	18,87	20,05	19,07	19,96	18,65
18,71	19,19	19,44	18,59	19,99	19,03	19,31	18,74
19,55	18,46	19,41	18,60	19,71	19,11	19,43	19,21
19,52	18,38	19,75	18,72	19,74	19,06	20,17	18,85
0,45	0,48	0,38	0,17	0,26	0,27	0,68	0,20
0,18	0,19	0,15	0,07	0,10	0,11	0,28	0,08

aus denen mit den Gewichten p folgt:

$$4\,x = -0{,}95'' \pm 0{,}13''$$
$$\text{od.}\quad x = -0{,}24'' \pm 0{,}07$$

«Trotz der geringen Anzahl der Beobachtungen stimmt dieser Werth so gut mit dem frühern überein, dass die zweite Methode der ersten wohl an die Seite gestellt werden darf; und da sie in kurzer Zeit ohne viel Rechnung zu Resultaten führt, so sind nach derselben bereits weitere Beobachtungen begonnen worden, um namentlich die Frage zu entscheiden, ob der Abstand der beiden Horizontalfaden und die angewandte Vergrösserung eventuell einen Einfluss auf den Betrag des persönlichen Fehlers ausüben können.»

Zum Schlusse lasse ich noch eine kleine Fortsetzung des in Nr. 29 begonnenen, dann wiederholt und zuletzt noch in Nr. 48 fortgesetzten Verzeichnisses der Instrumente, Apparate und übrigen Sammlungen der Zürcher Sternwarte folgen:

242) Transparente Sternkarten. — Mss.

Eine auf zwei Schachteln à 12 Karten berechnete Samm-

lung, welche ich durch einen frühern Schüler des Polytechnikums, Namens Schlatter, der Beschäftigung nöthig hatte, zu Gunsten der Astrognosie unter Zugrundelegung von Argelander's Uranographie beginnen liess, die aber bis jetzt nicht vollendet wurde. Die Karten können in einem, auf einem Pyramidalstativ drehbaren Kasten mit Lampen eingesetzt werden.

243) Achromatisches Fernrohr von Adams. — Vom Inventar der alten Sternwarte.

Ein 2½füssiges, die Aufschrift „D* Adams, Charing Cross" zeigendes, noch brauchbares Fernrohr mit Dreifuss, das ein astronomisches und ein terrestrisches Ocular mit Sonnenglas besitzt, und zur Zeit von Feer auf seiner kleinen Sternwarte bei der Kronenpforte benutzt wurde.

244) Aelteres Thermometer. — Geschenkt von Prof. Fritz Burckhardt in Basel.

Ein Weingeistthermometer nach Micheli du Crest, das vom Tempéré aufwärts 54 und abwärts 58 Grade zeigt, und die Aufschrift „Hans Ulrich Schweizer von Titterten" trägt. Als höchste in Basel beobachtete Temperatur wird + 22 (etwa 29° C), als tiefste — 33 (etwa — 20° C) angegeben; erstere traf, wenn ich die vergilbten Zahlen richtig deute, 1753, — letztere 1778 ein. — Nach Mittheilung von Hrn. Prof. Fritz Burckhardt war Ulrich Schweizer von Titterten bei Reigoldswyl (1778—1855) eigentlich Bäcker, fabricirte aber nebenbei massenhaft und nicht ohne Geschick Thermometer und Barometer. Immerhin wurde er von seinem Nachfolger Hans Scholer (1802—1873), der auch in Mathematik und Astronomie ganz artige Kenntnisse besass, und beim Bau der Centralbahn zeitweise Verwendung fand, bedeutend übertroffen.

245) Verschiedene astronomische Abbildungen. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Zwölf Tafeln mit Abbildungen aus allen Theilen der Astronomie, welche der Zeitschrift Sirius, der Astronomie von Lalande etc. enthoben würden.

246) Verbreitungsbezirke der Eglisauer Erdbeben seit 1823. — Mss.

Eine aus dem Nachlasse von Ingenieur J. H. Denzler stammende, von ihm selbst entworfene Karte.

247) Italienische Weltkarte aus der Mitte des 16. Jahrhunderts mit dem Schiffskurs der ersten Erdumseglung. — Geschenkt von Prof. Wolf.

Peschel hat dieses Facsimile einer auf der Münchner-Bibliothek vorgefundenen handschriftlichen Karte, für deren wohl nach Apian ausgeführte Projection auf pag. 367 von „Germain, Traité des projections des cartes géographiques" verwiesen werden mag, unter Beigabe einer kurzen Besprechung, dem 11. Jahresberichte des Vereins von Freunden der Erdkunde zu Leipzig beigelegt und auch im Separatabdruck (Leipzig 1872) erscheinen lassen.

248) Drei Zeichnungen aus dem Nachlasse von Joh. Heinrich Hurter. — Geschenkt durch dessen Enkel, den Justizrath Heinrich von Hurter in Elberfeld.

Die drei Zeichnungen stellen Hurter's tragbares Equatoreal, seine Luftpumpe und seinen Barometer vor. Für Hurter vergleiche pag. 144—145 meiner „Geschichte der Vermessungen in der Schweiz".

249) Karten und Abbildungen von Mars. — Geschenkt von Hrn. Prof. Schiaparelli in Mailand.

Sie wurden dessen classischer Abhandlung über Mars beigegeben.

250) Abbildungen von Mars und Jupiter. — Mss.

Sie sind nach meinem Wunsche durch Hrn. Assistent Wolfer nach eigenen, im Jahre 1877 gemachten Aufnahmen für die Sammlung ausgeführt worden.

251) Holländisches Astrolabium. — Geschenkt von Hrn. Prof. Osw. Heer.

Ein ohne Zweifel aus dem Ende des 17. oder dem Anfange des 18. Jahrhunderts stammender messingener, für Höhenwinkel an einem Henkel zu haltender oder für andere

Winkel mittelst einem Kugelgelenke über einem Stative anzubringender Halbkreis, der entsprechend der Nulllinie zwei feste Diopter trägt, — über dem Centrum eine Boussole mit Gradtheilung und 32theiliger Windrose hat, um welche sich eine Alhidade mit zwei Diopteru dreht, und auf letzterer die Inscription „C. Metz fecit Amstelodami" zeigt. Der Durchmesser des in Grade getheilten Hauptkreises hält 170^{mm}. Von zwei äussern Kreisen trägt der eine ebenfalls Striche, welche um 1°, der andere dagegen Striche, welche um $^1/_2{}^\circ$ auseinander stehen, und dabei so gestellt sind, dass die erstern den Mitten der Grade der Haupttheilung, die letztern ihren Viertheilen entsprechen, so dass somit ohne Ueberladung der Haupttheilung direct Viertelgrade, ja durch Schätzung leicht Achtelgrade abgelesen werden können. — Auf einem innern Halbkreise ist der eine Quadrant so in 200 ungleiche Theile getheilt, dass die Theilstriche

$$0 \qquad a \qquad 100 \qquad b \qquad 0$$

den Graden

$$0 \qquad Arc\ Tg\ \frac{a}{100} \qquad 45 \qquad Arc\ Tg\ \frac{100}{b} \qquad 90$$

entsprechen, und er somit erlaubt, zu jedem Winkel die Tangente aufzuschlagen und vice versa; so z. B. stehen neben $36^1/_2{}^\circ$ und $71^3/_4{}^\circ$ die Zahlen 74 und 33, also ist

$$Tg\ 36^1/_2{}^\circ = 0{,}74 \qquad Tg\ 73^3/_4{}^\circ = \frac{100}{33} = 3{,}03$$

Der andere Quadrant zeigt nur die Zahlen 5, 6, 7, ... 12, und zwar steht jede derselben neben der Grad-Zahl, welche man erhält, wenn man 360° durch dieselbe theilt; so z. B. steht 9 neben $360:9 = 40°$ oder bei dem Mittelpunktwinkel des regelmässigen Neunecks. — Zu welchem speciellen Zwecke unserm Astrolabium gerade diese beiden Scalen für Tangenten und Centriwinkel beigegeben wurden, ist mir nicht ganz klar geworden.

Terrassen und Thalstufen der Schweiz.[1])

Von

Dr. Albert Bodmer.

Entgegen der theilweise jetzt noch bestehenden Annahme, dass die Thäler ein directes Produkt der Gebirgsfaltung, also einerseits Wellenthäler oder Längsrisse, andererseits Querspalten seien, erklären die Erosionsgeologen, es seien Verwitterung und fliessendes Wasser bei der Thalbildung die Hauptfactoren gewesen. Sie wurden durch genaues Studium des Gebirgsbaues und der gegenwärtigen Wasserwirkungen zu diesem Schluss geführt.

Neuerdings hat nun diese Erklärungsweise der Thalbildung wieder eine glänzende Bestätigung erhalten, durch die genauere Untersuchung der Terrassen und Thalstufen, die in jedem grössern Alpenthal oft in Mehrzahl auftreten.

Ein kleiner Theil sämmtlicher Terrassen lässt sich entstanden denken durch Verwitterung weicher Schichten über harten, und diese fallen bei unserer Untersuchung ausser Betracht. Weitaus die meisten derselben müssen einer andern Ursache, nämlich der Flusserosion zugeschrieben werden.

Angenommen, ein Thal befinde sich im mittlern Theil im II. Stadium; der Fluss hat dort nicht mehr genügendes Gefälle, sein Bett tiefer zu legen, dagegen verbreitert er

---

[1]) Vorliegende Abhandlung ist ein Auszug aus meiner gleichnamigen Inaugural-Dissertation, auf welche desshalb hier ein- für allemal verwiesen wird.

durch Serpentinenbildung den Thalboden. Wird nun durch irgend eine Ursache das Gefälle vergrössert, so kann der Fluss dadurch wieder genügend Kraft erhalten, um sich neuerdings in den Thalboden einzusägen. Sind Stosskraft des Flusses und Widerstand der Unterlage wieder im Gleichgewicht, so hört die verticale Erosion auf, und der Fluss beginnt horizontale Schwankungen, wodurch der frühere Thalboden, jetzt zur Terrasse geworden, immer mehr zerstört wird. Aus den Resten lässt sich aber immer noch der einstige Zusammenhang erkennen, da sie annähernd gleiches Niveau haben. Wenn die Terrassen unserer Alpenthäler einen gleichen Ursprung haben, so wird sich das Gleiche bei ihnen auch zeigen, sie müssen Systeme annähernd gleicher Höhe bilden. Wie aus folgendem hervorgeht, wird dies durch die Wirklichkeit vollständig bestätigt.

Schon Rütimeyer fand, dass sich Terrassen von ca. 1500 Meter Höhe ü. M. durch das ganze Reussthal verfolgen lassen, dass dieselben mit der Sohle des Urserenthales übereinstimmen und in die Sohlen mehrerer Seitenthäler übergehen, welche mit steilem Absturz ins Hauptthal münden. Er schloss aus dieser auffallenden Thatsache, jene Terrassen und Thalsohlen haben einst mit einander verbunden einen Thalboden gebildet. Prof. Albert Heim, welcher das ganze Reussgebiet genau untersuchte, konnte ausser dem ebengenannten noch mehrere Thalböden in ihren Resten durch das Reussthal und seine Nebenthäler verfolgen. [1]) Auch in den anstossenden Theilen des Linth-

---

[2]) Siehe die Karte zu A. Heim: „Ueber die Erosion im Reussgebiet", Jahrb. des Schweiz. Alpen-Club, 1879, in welcher die Reste eines Thalbodens je durch die gleiche Farbe bezeichnet sind.

und des Rheingebietes zeigte sich die gleiche Erscheinung: die Terrassen sind nicht regellos über die Thalwände zerstreut, sondern sie lassen sich in bestimmte Systeme einreihen.

Da wir in diesen Gebieten jeweils mehrere Systeme übereinander finden, müssen offenbar auch zu verschiedenen Zeiten Gefällsvermehrungen stattgefunden haben. Die Ursache der mehrmaligen Gefällssteigerung und damit verbundenen Tieferlegung des Flusses kann wohl nichts anderes als die periodische Hebung der Alpen gewesen sein. Durch dieselbe kamen die Terrassen nach und nach in die Höhen hinauf, in denen wir sie gegenwärtig sehen.

Schon die Resultate der Untersuchung des Reussgebietes liessen erwarten, man habe es hier mit einer allgemeinen Erscheinung zu thun. Um hierüber volle Gewissheit zu erhalten, stellte ich aus allen Flussgebieten der Alpen die Terrassen und Thalstufen zusammen. Als Hülfsmittel dazu benutzte ich die Curvenkarte der Schweiz, das Beste, was bis jetzt in Kartographie geleistet worden. Aus der Curvendistanz erkennt man in denselben die Terrassen sehr gut.

Im Linthgebiet lassen sich ausser der heutigen Thalsohle 6 frühere Thalböden mit Sicherheit aus ihren Resten erkennen. Sogar zu zwei Systemen von 2600 M. und 2800—3000 M. sind noch Andeutungen vorhanden.

Folgendes sind die deutlichen Terrassensysteme, ausgedrückt durch ihre Höhe über Meer:

820—500	1700—1400
1000—620	2000—1800
1300—900	2450—2300

Die grössere Zahl bedeutet stets das Niveau im Thalhintergrunde, die kleinere dasjenige im äussern Thaltheil.

Schon daraus ersehen wir, dass die Terrassensysteme oder frühern Thalböden thalauswärts ein gewisses Gefälle haben. Noch auffälliger wird dies, wenn man die Terrassen in Zonen annähernd gleicher Entfernung vom Thalausgang in eine Höhentabelle zusammenstellt, oder wenn man die Terrassen ihrer natürlichen Höhe und Entfernung entsprechend in die Zeichnung des Flussprofiles einträgt (siehe Fig. 1.). Es lassen sich dann bestimmte Terrassen je mit einer Thalstufe verbinden und jede so erhaltene Verbindungslinie ist das Profil eines früheren Thalbodens. Ganz dasselbe lässt sich für die Seitenthäler wiederholen; als Beispiel gebe ich das Profil des Klönthales (Fig. 2.), aus welchem wir zudem noch ersehen, dass die Terrassensysteme des Nebenthales denjenigen des Hauptthales vollkommen entsprechen.

Das Gefälle der Systeme lässt sich ziemlich genau berechnen, indem man die Höhendifferenz einer Thalstufe im obern Theil des Thales und einer zugehörigen Terrasse im untern Theil desselben durch die Entfernung dividirt. Man erhält so für diese frühern Thalböden ein Gefälle von 7—9°/oo, während der jetzige Thalboden von Linththal bis Glarus 14°/oo Gefälle hat (von Glarus abwärts sind es nur 2,5°/oo, weil dort das Ablagerungsgebiet beginnt); dieser beträchtliche Unterschied rührt vielleicht von einer stärkern letzten Hebung der Randzone her.

Im Linthgebiet treten sehr verschieden resistente Gesteine auf, wie krystallinische Schiefer, Verrucano, Hochgebirgskalk, eocene Kalke und Thonschiefer und doch ist durchaus kein Einfluss derselben in den verschiedenen Theilen eines Systemes erkennbar; der Fluss erodirte weiches und hartes Gestein gleich stark. Dasselbe Gesetz findet sich auch in den übrigen Gebieten bestätigt.

Im Aargebiet, umfassend junge Aare, Lütschine, Kander und Simme, finden sich folgende Terrassensysteme:

850— 550	1400—1100
1050— 770	1700—1450
1200—1000	1900—1650
2250—2000	

Das Haslethal ist ausgezeichnet durch gut erhaltene Thalstufen. Profil Fig. 3. zeigt uns sehr frappant, dass die Verbindungsebenen der Terrassensysteme jedenfalls übereinstimmend sind mit frühern Thalböden, denn sie bilden im Gefälle die directe Fortsetzung der Thalstufen, welche ihrerseits ja nur die obern, noch erhaltenen Theile der Thalböden sind. Dem successiven und relativ raschen Einschneiden des Hauptflusses vermochten die kleinern Nebenbäche nicht zu folgen; daher kommt es, dass kleinere Seitenthäler mit sanftem Thalboden oft hoch über der Sohle des Hauptthales in letzteres münden, wie z. B. Fig. 4 sehr schön zeigt, und demgemäss ihr Wasser dem Hauptfluss auf steiler Bahn zustürzen muss. Diesem Umstand, sowie den bedeutendern Thalstufen überhaupt, haben wir eine besondere Zierde der Alpen, die zahlreichen Wasserfälle, zu verdanken.

Die Untersuchung des grossen Rhonegebietes ergab ein ganz überraschendes Resultat; bei der Vergleichung der Terrassensysteme der verschiedenen Zweiggebiete, Dranse, Borgne, Navisonce, Visp etc. mit denjenigen des Hauptthales stellte es sich heraus, dass für sämmtliche Terrassensysteme eines Zweiggebietes entsprechende mit geringen Höhenunterschieden auch in den andern sich vorfanden und dass die Systeme des Rhonethales im Niveau die Zusammenfassung derjenigen der Seitenthäler bilden. Die Terrassensysteme des Rhonethales, gebildet von zum

Theil ganz ausgezeichneten Terrassen, mögen hier angeführt sein:

900— 650	2100—1850
1350—1000	2250—2000
1500—1250	2500—2250
1750—1450	2700—2500

Das Gefälle dieser Systeme ist im Mittel 250 M. auf 100 Km. oder 2,5°/oo, also etwa 3—4 mal kleiner als bei den Systemen des Linthgebietes. Es hängt dieser Umstand aufs Engste zusammen mit der Grösse der Gebiete resp. mit dem Wasserreichthum der Flüsse. Während die Linth von Lintthal bis Glarus 14°/oo Gefälle hat, zeigt die Rhone bei ca. 7 mal grösserem Gebiet von Brieg bis St. Maurice ein 5—6 mal kleineres Gefälle, nämlich 2,5—3°/oo.

Ganz analog wie das Rhonegebiet verhält sich auch die Westhälfte des Rheingebietes, umfassend Vorder- und Hinterrhein. Die Osthälfte des jetzigen Rheingebietes mit Albula, Plessur und Landquart weicht in den obern Terrassensystemen ziemlich von der Westhälfte ab, wie aus folgender Zusammenstellung der Systeme ersichtlich:

Westhälfte	Osthälfte.
580— 480	580— 480
1000— 650	625— 600
1000— 800	920— 860
1150— 950	1160—1070
1450—1200	1400—1250
1650—1375	1650—1450
2000—1650	1850—1700
2350—2000	2050—1920
2500—2350	2450—2250

Dieser Unterschied konnte nur entstehen, wenn zur Bildungszeit der ältern Thalböden die beiden Gebiete von einander unabhängig waren; dass dies wirklich der Fall war, hat Prof. A. Heim schon aus den eigenthümlichen Flussläufen in Graubünden gefolgert [1]). Ein westlicher Rhein floss als directe Fortsetzung des Hinterrheins durch das Thal der Tamina und ihm parallel ein östlicher Rhein, als Fortsetzung des Oberhalbsteinerrheines, über die Lenzerheide ebenfalls nordwärts; eine gerade Wasserscheide erstreckte sich also vom Piz-Platta bis zum Calanda. So standen die Dinge wahrscheinlich bis zur Bildungszeit der Thalböden 1650—1400, dann aber wurde die Wasserscheide ein erstes Mal durchbrochen zwischen Calanda und Faulenberg und es erfolgte die Ablenkung von Vorder- und Hinterrhein in den östlichen Rhein. Nicht lange nachher durchbrach ein Seitenbach des Hinterrheins die Wasserscheide zwischen Faulenberg und Piz Curver und lenkte Albula und Oberhalbsteinerrhein ab, so dass diese jetzt den grossen Umweg Thusis-Reichenau machen müssen, um bei Chur wieder in die frühere Bahn einzutreten. In dem Umstand, dass die Systeme des Taminathales genau die Fortsetzung derjenigen des westlichen Rheingebietes, und diejenigen der Lenzerheide die Fortsetzung der Thalböden im Oberhalbstein bilden, liegt eine weitere Bestätigung für diese zwei frühern Rheinläufe. Aehnliches finden wir übrigens auch in andern Flussgebieten; so schliessen sich die Terrassensysteme des Lungernthales denjenigen des Haslethales an, was auf einen frühern Abfluss der Aare über den Brünigpass hindeutet.

---

[1]) Mechanismus d. Gebirgsbildg. Bd. I, p. 320 u. f.

Im Tessingebiet fand ich 8 Terrassensyteme: anstatt dieselben aufzuzählen, verweise ich auf die Fig. 7, 8 und 9, welche einige Repräsentanten derselben, sowohl Terrassen als Thalstufen, möglichst naturgetreu wiedergeben.

Das Inngebiet lässt, soweit es in der Schweiz liegt, ebenfalls 8 Terrassensysteme erkennen und zwar ist das Oberengadin ausgezeichnet durch zahlreiche, gut erhaltene Reste der obern Thalböden, während im Unterengadin die Terrassen der untern Systeme bemerkenswerth sind. Im Hauptthal des Inn fehlen scheinbar zu den obersten Terrassensystemen die Thalstufen, wie denn auch dem Oberengadin ein seiner Ausdehnung entsprechendes Sammelgebiet ganz abgeht: der Thalboden fällt bei der Maloja seiner ganzen Breite nach steil zum Val Bregaglia ab. Prof. A, Heim gibt uns über diese eigenthümlichen Verhältnisse eine treffliche Schilderung und Erklärung in seiner Abhandlung »Die Seen des Oberengadin«, (Jahrb. d. Schweiz. Alpen-Club 1880). Als Illustration hiezu gebe ich in Fig. 10 die vereinigten Profile des Oberengadin, der Maira und Albigna. Es erforderte nur eine Drehung von je 40°, um den Bach des Val Marozzo und die Albigna in gleiche Ebene zu bringen, wie Oberengadin und V. Bregaglia. Aus der Zeichnung ist sehr deutlich zu sehen, dass die Terrassen und Thalstufen des Val Marozzo und der Albigna den betreffenden Systemen des Inngebietes angehören, während V. Bregaglia ganz andere Systeme aufweist.

Die besprochenen Gebiete liegen sämmtlich in den Alpen d. h. in stark dislocirtem Gestein; untersuchen wir nun die Thäler des Molasselandes der Schweiz, wo die Schichten grösstentheils wenig oder gar nicht dislocirt sind,

so finden wir dort ebenfalls Terrassen und Thalstufen und zwar stellenweise in grosser Zahl und ausgezeichneter Erhaltung. Als in dieser Hinsicht besonders bemerkenswerth hebe ich hervor die Umgegend von Bern und Schaffhausen und das rechte Zürichseeufer; die Fig. 11, 12 und 13 geben dafür Beispiele. Die Terrassenabstürze sind relativ unbedeutend und musste ich dessbalb, um die Systeme noch deutlicher auseinander zu halten, für die Höhen einen grössern Massstab nehmen, als für die Längen.

Im ganzen Juragebiet findet sich deutliche Terrassirung der Thäler (natürlich abgesehen von Verwitterungsterrassen) nur an den Stellen, wo er von Alpenflüssen durchbrochen wird, so bei Brugg von Aare und Reuss und unterhalb Schaffhausen vom Rhein. Bei Brugg sind an Stelle der Flussdurchbrüche die steil südfallenden Schichten einer etwas gegen Nord überliegenden Falte horizontal abgehobelt; sehr deutlich sieht man dies z. B. bei Schinznach, wo im Terrassenabsturz ein Steinbruch angelegt ist (Fig. 6). In den Gebieten der Birs, des Doubs u. s. w.. die ganz jurassisch sind, finden sich keine Terrassensysteme. Diese gegen die Allgemeinheit der Terrassentheorie sprechende Thatsache hat nach Prof. A. Heim ihren Grund in der Geschiebelosigkeit der Juragewässer; die Niederschläge versiegen in dem zerklüfteten Kalk und treten im Thal als klare Quellen zu Tage. Ein weiterer Grund, warum die Erosion im Jura so viel kleiner ist, als in den Alpen, liegt in dem einfachen Bau und in den geringen Dimensionen desselben. Die Jurathäler sind zum Theil reine Muldenthäler, in welchen die Erosion nur geringen Angriff hat; ferner ist die Niederschlagsmenge in diesem niedern Gebirge verhältnissmässig kleiner als in

den hohen Alpen und das Wasser kann sich wegen der geringen Breite nicht zu starken Flüssen ansammeln.

Das allgemeine Auftreten der Terrassensysteme in den Schweizeralpen sowie auch im Hügellande sagt uns, dass bei der Bildung aller Thäler dieses Gebietes die gleichen Kräfte wirksam waren, nämlich Flusserosion, welche successive die Thalböden schuf und nachher theilweise wieder zerstörte, und Verwitterung, welche die Abschrägung der Gehänge auf die Normalböschung der Gesteine bewirkte.

Die mehrmalige Abwechslung der beiden Thalbildungsstadien I. Einschneiden, II. Verbreiterung der Thalsohle, hat ihren Grund in periodischer Veränderung des Gefälles, und diese war sehr wahrscheinlich die Folge ungleicher Hebungs- (zeitweise auch Senkungs-) geschwindigkeit in der Centralzone und in den Randzonen der Alpen, sowie im anstossenden Hügellande. Den Zusammenhang von Hebung mit Terrassenbildung sieht man sehr schön in Skandinavien, wo alte Strandlinien, die Zeugen periodischer Hebung des Landes, mit den Terrassensystemen der Thäler übereinstimmen. Flussgebiete, die auf der gleichen Seite der Centralzone liegen, müssen ziemlich die gleichen Schwankungen durchgemacht haben, und die Wirkung dieser Schwankungen war in allen dieselbe, sofern ihre Gewässer die gleiche Fliessrichtung haben. So finden wir zwischen Linth-, Reuss- und Aargebiet, bei denen vorige Bedingungen erfüllt sind, eine grosse Uebereinstimmung in den Terrassensystemen.

Die Alpenhebung hat bis zur Ausbildung der jüngsten Thalböden fortgedauert. Dann trat eine Hebung des Hügellandes (oder Senkung der Alpen) ein und staute die Gebirgsflüsse zu Seen. Seither scheint wieder eine Senkung

eingetreten zu sein, wenigstens haben sich Limmat, Reuss, Aare und Rhein neuerdings eingeschnitten und zwar die Limmat bis Baden, die Reuss bis Bremgarten, die Aare bis oberhalb Brugg und der Rhein bis zum Rheinfall. Mit der Alpenhebung ist nicht etwa die Faltung zu verwechseln; diese muss schon sehr lange zur Ruhe gekommen sein, sonst wäre die Ordnung in den obern Terrassensystemen bedeutend gestört, wir würden die Systeme überhaupt nicht mehr erkennen.

Die Hauptresultate dieser Untersuchung auf Terrassen und Thalstufen lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1. *Thalstufen und Terrassen kommen in allen Alpenthälern in ausgezeichneter Ausbildung vor.*
2. *In allen bilden sie nach ihrer Höhe eine Reihe verschiedener, übereinander liegender Systeme.*
3. *Die Thalstufen und Terrassen des gleichen Systems müssen wir als Reste eines frühern Thalbodens auffassen.*
4. *Die alten Thalböden sind sehr häufig, sogar gewöhnlich, auf beiden Thalseiten in deutlichen Resten erhalten.*
5. *Die Thalhohlräume, welche je zwei Systeme trennen, bezeichnen Perioden rascherer Hebung der Alpen.*
6. *Jedes Terrassensystem zeigt thalauswärts ein bestimmtes Gefälle, ähnlich demjenigen jetziger unterer Thalsohlen.*
7. *In kleinen Flussgebieten isl das Gefälle stärker als in grossen.*
8. *In Quer- und Längsthälern, Haupt- und Nebenthälern desselben Flussgebietes finden sich ganz entsprechende Terrassen und Thalstufen.*

9. *In verschiedenen Hauptflussgebieten sind die Terrassensysteme in Zahl und Niveau etwas verschieden.*
10. *Die Systeme der ähnlich gelegenen und fliessenden Ströme, wie Aare, Reuss und Linth sind sehr ähnlich.*
11. *Thalstufen und Terrassen wiederholen sich im Hügellande in ausgezeichneter Weise.*
12. *Die Art des Gesteins hatte keinen höhebestimmenden Einfluss auf die Terrassensysteme.*
13. *Je resistenzfähiger der Fels, desto deutlicher sind die Terrassen ausgebildet und erhalten.*
14. *Die Fälle, wo die Terrassen unklar sind oder nicht stimmen, lassen sich meistens durch Verwitterung, Abrutschungen, Schuttanhäufungen etc. erklären.*
15. *Die frühere Zusammengehörigkeit jetzt getrennter Thalstrecken lässt sich an Gleichheit der Richtung und an Uebereinstimmung der Terrassensysteme erkennen.*

Die aufgefundenen Erscheinungen der Terrassen und Thalstufen lassen sich durch keine andere Thalbildungstheorie als durch die Erosionstheorie erklären. Spalten mögen auch in den Alpen hie und da richtungsbestimmend eingewirkt haben, aber der ganze Theil der Erdrinde, in welchen sie hinabreichten, ist längst denudirt. Die jetzigen Thalgehänge und Thaltiefen sind Resultate der Erosion.

Zur Theorie der ebenen Curven vierter Ordnung.

Von

Dr. Ulrich Aeschlimann.

Die Aufgabe, aus der Gleichung einer ebenen Curve vierter Ordnung die Gleichungen ihrer Doppeltangenten abzuleiten, ist im Allgemeinen algebraisch nicht lösbar, wie Herr Camille Jordan gezeigt hat.[1]) Hesse macht z. B. in seiner grundlegenden Abhandlung[2]) das Problem abhängig von der Darstellung der Curvengleichung in Form einer gleich null gesetzten symmetrischen Determinante vierten Grades, deren Elemente lineare Funktionen der Coordinaten sind, und weiter von der Auflösung einer Gleichung vom achten Grade.

Herr Prof. Dr. Geiser machte in einer Vorlesung: «Ueber ebene Curven dritter und vierter Ordnung», welche der Verfasser im Wintersemester 1875/76 als Schüler der VI. Abtheilung des Eidg. Polytechnikums besuchte, auf mehrere Fälle aufmerksam, für welche sich a priori entscheiden lässt, dass die Auflösung der obigen Aufgabe *algebraisch* möglich ist. Eines dieser Beispiele soll im Folgenden behandelt werden. Es wird sich zeigen, dass die Steiner'sche Erzeugungsart der Curve vierter Ordnung als Enveloppe von Kegelschnittreihen am naturgemässesten zur Lösung des

---

[1]) Traité des Substitutions pag. 330.

[2]) Crelle's Journal t. 49. pag. 279 u. ff. Ueber die Doppeltangenten der Curven vierter Ordnung.

Problems hinführt, während für die weitere Gruppirung der Doppeltangenten der von Hesse angegebene Algorithmus sich als besonders fruchtbar erweist. Die zu untersuchende Curve ist auch noch in anderer Hinsicht von Interesse. Gewöhnlich gibt man, um die Möglichkeit von 28 reellen Doppeltangenten einer Curve vierter Ordnung zu zeigen, der Curvengleichung eine bestimmte Form und construirt die Curve aus derselben. Sind solche Beispiele in gewissem Sinne als *algebraisch* zu bezeichnen, so ist die obige Curve im Gegensatze dazu ein *geometrisches* Beispiel einer Curve vierter Ordnung mit 28 reellen Doppeltangenten.

§ 1.

Im 55. Band des Crelle'schen Journals für Math. gibt *Steiner* unter Anderm folgenden Satz an: *Jede Schaar von unter sich ähnlichen und einem gegebenen Dreiseit eingeschriebenen Kegelschnitten hat ihre Mittelpunkte in einer gewissen Curve vierter Ordnung.* In der That. Alle Kegelschnitte mit drei gemeinschaftlichen Tangenten, deren Mittelpunkte auf einer Geraden liegen, bilden eine Kegelschnittschaar. In derselben gibt es im Allgemeinen vier Kegelschnitte, die ein vorgeschriebenes Axenverhältniss haben, also einem gegebenen Kegelschnitt ähnlich sind. Die Curve C der Mittelpunkte wird also von einer beliebigen Geraden im Allgemeinen in vier Punkten geschnitten, ist demnach von der *vierten Ordnung.*

Für gewisse Werthe des Axenverhältnisses lässt sich die Ortscurve C sofort angeben. Ist z. B. das Axenverhältniss *null*, d. h. sind die berührenden Kegelschnitte Parabeln oder doppelt gelegte Strecken von einer Ecke des Tangentendreiseits nach der gegenüberliegenden Seite desselben, so

liegen ihre Mittelpunkte offenbar entweder auf der unendlich fernen Geraden der Ebene, sagen wir g_0, oder auf einer der drei Verbindungslinien der Seitenmitten des Tangentendreiseits, sagen wir g_1, g_2, g_3. Der Ort C besteht also in diesem Fall aus vier Geraden. Ist ferner das Verhältniss der Axen gleich $\sqrt{-1}$, so sind die berührenden Kegelschnitte gleichseitige Hyperbeln. Die Mittelpunkte derselben liegen bekanntlich auf einem Kreise f, welcher das Tangentendreiseit zum Tripel harmonischer Polaren hat. Die Curve C besteht also in diesem Fall aus dem doppelt gelegten Kreise f. Jeder Punkt der Ebene ist im Allgemeinen der Mittelpunkt eines ganz bestimmten Kegelschnittes mit drei gegebenen Tangenten. Wählt man hingegen die Schnittpunkte des doppelt gelegten Kreises f mit den Geraden g_i ($i = 0, 1, 2, 3$) als Mittelpunkte solcher Kegelschnitte, so kann das Axenverhältniss sowohl den Werth 0 als $\sqrt{-1}$ haben, d. h. es ist für diese Punkte unbestimmt. Demnach gehn auch die zu beliebigen Werthen des Axenverhältnisses gehörigen Curven C durch eben diese Punkte, bilden also ein Büschel mit paarweise zusammenfallenden Grundpunkten.[1]) Ist also $g_i = 0$ die Gleichung der Geraden g_i, $f = 0$ diejenige des Kreises f, so lässt sich die Gleichung jeder Curve C auf die Form bringen:

$$C \equiv g_0 \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 - \varrho \cdot f^2 = 0,$$

wo ϱ eine Funktion des Axenverhältnisses ist. Demnach ist C die Enveloppe einer Kegelschnittreihe von der Gleichung:

---

[1]) Jeder *reelle* Punkt bestimmt als Mittelpunkt eines Kegelschnittes mit drei reellen Tangenten stets auch einen *reellen* Kegelschnitt. Folglich sind die Grundpunkte des Büschels sämmtlich imaginär, und pie Geraden g_0, g_1, g_2, g_3 sind gemeinschaftliche *ideale Doppeltangenten* aller Curven C des Büschels.

$$L_1 \equiv g_0\, g_1 .\, \lambda_1^2 + 2.\sqrt{\varrho}.\, f.\, \lambda_1 + g_2\, g_3 = 0,$$

oder auch von

$$L_2 \equiv g_0\, g_2,\, \lambda_2^2 + 2.\sqrt{\varrho}.\, f.\, \lambda_2 + g_1\, g_3 = 0,$$

$$L_3 \equiv g_0\, g_3,\, \lambda_3^2 + 2.\sqrt{\varrho}.\, f.\, \lambda_3 + g_1\, g_2 = 0,$$

wo λ_1, λ_2, λ_3 variable Parameter sind. In der That ist $C = 0$ die Bedingung, dass die vorstehenden Gleichungen gleiche Wurzeln λ_i zulassen. Jeder Kegelschnitt der Reihe berührt die Enveloppe C in vier verschiedenen Punkten. Zerfällt er in ein Linienpaar, so ist dieses ein Doppeltangentenpaar von C. Die Bedingungsgleichung wird vom 6. Grade in den λ_i. Dieselbe enthält aber die Wurzeln 0 und ∞, reduzirt sich also auf eine Gleichung des *vierten Grades*. Da man aus jeder der drei Reihen $L_1 = 0$, $L_2 = 0$, $L_3 = 0$ auf diese Weise vier neue Doppeltangentenpaare erhält, so können wir durch Auflösen von Gleichungen vierten Grades die Gleichungen von sämmtlichen 28 Doppeltangenten ableiten. *Das Problem ist also algebraisch lösbar.*

§ 2.

Wir wollen nun die im vorigen Paragraphen angedeutete Auflösung wirklich ausführen. Zu diesem Zwecke leiten wir zuerst die Gleichung der Curve C ab. Wir wählen das Tangentendreieck ABC zum Coordinatendreieck und bestimmen einen Punkt durch seine Abstände x, y, z von den Seiten

$$BC = a, \quad CA = b, \quad AB = c,$$

wobei die Abstände für einen Punkt im Innern des Dreiecks als positiv gerechnet sein sollen. Es gilt dann für Δ, als den doppelten Inhalt des Dreiecks ABC, stets die Gleichung:

$$ax + by + cz = \Delta \tag{1}$$

Seien nun M der Mittelpunkt, F_1 und F_2 die Brennpunkte

eines dem Dreieck ABC eingeschriebenen Kegelschnitts, ferner $x, y, z; x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$ ihre bezüglichen Coordinaten. Sei ferner β die halbe kleine Axe des Kegelschnitts, so hat man:

$$x_1 + x_2 = 2x; \quad y_1 + y_2 = 2y; \quad z_1 + z_2 = 2z;$$
$$x_1 \cdot x_2 = \beta^2; \quad y_1 \cdot y_2 = \beta^2; \quad z_1 \cdot z_2 = \beta^2.$$

Also:

$$x_1 - x_2 = 2 . \sqrt{x^2 - \beta^2}; \; y_1 - y_2 = 2 . \sqrt{y^2 - \beta^2}; \; z_1 - z_2 = 2 . \sqrt{z^2 - \beta^2};$$

und da nach 1)

$$a (x_1 - x_2) + b (y_1 - y_2) + c (z_1 - z_1) = 0 \text{ ist,}$$

so folgt:

$$a . \sqrt{x^2 - \beta^2} + b . \sqrt{y^2 - \beta^2} + c . \sqrt{z^2 - \beta^2} = 0.$$

Wegen der Willkürlichkeit der Wurzelvorzeichen gilt ebenso:

$$- a . \sqrt{x^2 - \beta^2} + b . \sqrt{y^2 - \beta^2} + c . \sqrt{z^2 - \beta^2} = 0;$$
$$a . \sqrt{x^2 - \beta^2} - b . \sqrt{y^2 - \beta^2} + c . \sqrt{z^2 - \beta^2} = 0;$$
$$a . \sqrt{x^2 - \beta^2} + b . \sqrt{y^2 - \beta^2} - c . \sqrt{z^2 - \beta^2} = 0.$$

Multiplicirt man diese vier Gleichungen mit einander und ordnet nach Potenzen von β, so wird:

$$4 \Delta^2 \beta^4 - 2 f \beta^2 + g_0 \, g_1 \, g_2 \, g_3 = 0, \qquad 2)$$

wo zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$\left.\begin{aligned}
& - a^2 + b^2 + c^2 = a_1; \; a^2 - b^2 + c^2 = b_1; \; a^2 + b^2 - c^2 = c_1; \\
& a_1 a^2 x^2 + b_1 b^2 y^2 + c_1 c^2 z^2 \equiv f; \\
& ax + by + cz \equiv g_0; \\
& - ax + by + cz \equiv g_1; \\
& ax - by + cz \equiv g_2; \\
& ax + by - cz \equiv g_3;
\end{aligned}\right\} \; 3)$$

Sind in 2) die Werthe von x, y, z gegeben, so liefert die Gleichung zwei Werthe $\beta_1^{\,2}$ und $\beta_2^{\,2}$ für die Quadrate

der Halbaxen des durch den Mittelpunkt und 3 Tangenten bestimmten Kegelschnitts. Sollen diese in einem bestimmten Verhältniss stehn, soll also z. B.

$$\frac{\beta_1^2}{\beta_2^2} = \lambda \tag{4}$$

sein, so ist die Bedingung dafür:

$$C \equiv g_0 \cdot g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 - \frac{\lambda f^2}{\Delta^2 (1+\lambda)^2}. \tag{5}$$

Diess ist die Gleichung der gesuchten Ortscurve C.

§ 3.

Aus Gleichung 5) ersieht man, dass die Geraden g_0, g_1, g_2, g_3 (welche, wie man aus 3) ersieht, identisch sind mit den in § 1 eingeführten) Doppeltangenten von C sind, und dass ihre Berührungspunkte auf dem Kegelschnitte f liegen. Dass dieser letztere identisch ist mit dem Kreise f, welcher in § 1 eingeführt wurde, ist leicht zu zeigen. Sind nämlich A, B, C die Winkel des Dreiecks ABC, so ist:

$$a_1 = \frac{b^2\, c^2}{\Delta} \,.\, \sin 2\,A; \quad b_1 = \frac{c^2\, a^2}{\Delta} \,.\, \sin 2\,B; \quad c_1 = \frac{a^2\, b^2}{\Delta} \,.\, \sin 2\,C.$$

Demnach wird:

$$f \equiv \frac{a^2\, b^2\, c^2}{\Delta} \,.\, (\sin 2\,A \,.\, x^2 + \sin 2\,B \,.\, y^2 + \sin 2\,C \,.\, z^2),$$

welches die bekannte Gleichung für den Kreis ergibt, der das Dreieck ABC zum Tripel hat. Derselbe ist, wie man sieht, nur reell, wenn von den drei Winkeln $2A$, $2B$, $2C$, einer grösser als 180° ist, d. h. wenn ABC ein stumpfwinkliges Dreieck ist.

Der Ausdruck C bleibt unverändert, wenn statt λ, $\frac{1}{\lambda}$ gesetzt wird. Um demnach alle Gleichungen der Curven

des Büschels 5) zu erhalten, hat man λ bloss von (-1) bis $(+1)$ sich ändern zu lassen.

Für $\lambda = -1$ geht C über in den doppelt gelegten Kreis f, für $\lambda = 0$ in die Geraden g_0, g_1, g_2, g_3. Für $\lambda = +1$ wird aus 5):

$$C \equiv a^2x^4 + b^2y^4 + c^2z^4 - a_1y^2z^2 - b_1z^2x^2 - c_1x^2y^2 = 0\,.$$

Die linke Seite zerfällt in die Factoren:

$$\frac{1}{2a}\cdot\Big(-(b_1+c_1)\,x^2 + (c_1 + 2\,\varDelta\,i)\quad y^2 + (b_1 - 2\,\varDelta\,i)\,z^2\Big)$$
$$\frac{1}{2a}\cdot\Big(-(b_1+c_1)\,x^2 + (c_1 - 2\,\varDelta\,i)\quad y^2 + (b_1 + 2\,\varDelta\,i)\,z^2\Big)^{1)}$$

Die Curve C zerfällt also in zwei imaginäre Kegelschnitte, die sich in den einzigen reellen Punkten der Curve C

$$x^2 = y^2 = z^2$$

schneiden. In der That sind diese Punkte die Mittelpunkte der 4 dem Dreieck ABC eingeschriebenen Kreise.

Nimmt man dann ferner $\lambda = -\operatorname{tg}\frac{A^2}{2}$, so wird aus 5)

$$C \equiv g_0g_1g_2g_3 - \frac{a_1^{\,2} - 4\,b^2c^2}{4a_1^{\,2}\,\varDelta^2}\cdot f^2 = 0\,.$$

Oder da $\qquad a_1^{\,2} - 4\,b^2c^2 = -4\,\varDelta^2$ ist:

$$C \equiv g_0g_1g_2g_3 + \frac{f^2}{a_1^{\,2}} = 0$$

Setzt man in dieser Gleichung $x = 0$, so wird:

$$\frac{y^2}{z^2} = \frac{c^2}{b^2 - a^2} \qquad \text{und} \qquad \frac{y^2}{z^2} = \frac{c^2 - a^2}{b^2}\,.$$

Für $y = 0$ hingegen wird:

$$z^2 = 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{x^2}{z^2} = \frac{c^2 - a^2}{a_1}\,.$$

Ist nun $a < b < c$, so sind die vier Schnittpunkte der Curve C mit $x = 0$ alle reell; ist $b < a < c$, so sind

---

[1]) Zwei andere Formen für die Faktoren erhält man durch cykl. Vertauschung von a, b, c und x, y, z.

zwei reell und zwei imaginär und wenn endlich $b < c < a$, so sind alle 4 Schnittpunkte imaginär. Von den Schnittpunkten auf $y = 0$ fallen zwei in die Ecke A des Coordinatendreiecks; die beiden andern sind reell, wenn der Bruch $\frac{c^2 - a^2}{a_1}$ positiv ist, hingegen imaginär, wenn negativ. Ersteres tritt ein, wenn $a_1 < 0$, also $a^2 > c^2$ ist, d. h. *wenn A ein stumpfer Winkel ist*, oder auch, wenn $a^2 < c^2$, also $a_1 > 0$ ist. Analog verhält es sich mit der Realität der Schnittpunkte auf $z = 0$. Wendet man eine ähnliche Discussion auch für $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{B^2}{2}$ und $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{C^2}{2}$ an, so erhält man folgendes Schema für $a < b < c$ und $\sphericalangle C < 90°$:

λ	Reelle Schnittpunkte auf						Imaginäre Schnittpunkte auf		
	BC		CA		AB		BC	CA	AB
	G[1]	V[2]	G	V	G	V			
$-\operatorname{tg} \frac{A^2}{2}$	4	0	2	2	2	2	0	0	0
$-\operatorname{tg} \frac{B^2}{2}$	2	2	2	0	0	2	0	2	2
$-\operatorname{tg} \frac{C^2}{2}$	0	2	0	2	0	0	2	2	4

Hingegen für $a < b < c$ und $\sphericalangle C > 90°$ erhält man:

λ	Reelle Schnittpunkte auf						Imaginäre Schnittpunkte auf		
	BC		CA		AB		BC	CA	AB
	G[1]	V[2]	G	V	G	V			
$-\operatorname{tg} \frac{A^2}{2}$	4	0	2	2	2	2	0	0	0
$-\operatorname{tg} \frac{B^2}{2}$	2	2	2	0	0	2	0	2	2
$-\operatorname{tg} \frac{C^2}{2}$	2	2	2	2	0	0	0	0	4

[1]) Getrennt.
[2]) Vereinigt.

Man kann sich nun leicht ein Bild von den verschiedenen Formen der Curven C machen. Für $\lambda = 1$ sind bloss vier Punkte der zugehörigen Curve C reell, die reellen Schnittpunkte der imaginären Kegelschnitte, in welche sie zerfällt. Lässt man λ abnehmen, so bilden sich um diese Punkte herum 4 Ovale, welche im Innern und den Scheitelräumen des durch g_1, g_2, g_3 gebildeten Dreiecks liegen. Dieselben dehnen sich aus und legen sich für $\lambda = 0$ an die Geraden g_0 g_1 g_2 g_3 an. Für negative Werthe von λ bilden sich dann 3 Ovale um die Ecken A, B, C herum, welche in den Nebenräumen des durch g_1, g_2, g_3 gebildeten Dreiecks liegen. Diese ziehn sich für abnehmende Werthe von λ mehr und mehr zusammen. Ist das Dreieck ABC spitzwinklig, und $a < b < c$, so zieht sich für $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{A^2}{2}$ das Oval um A herum auf die Ecke A zusammen. Die Curve C hat dann in A einen isolirten Doppelpunkt. Für $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{B^2}{2}$ verschwindet auch das Oval um B herum und endlich für $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{C^2}{2}$ dasjenige um C herum. Von $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{C^2}{2}$ bis $\lambda = -1$ existiren keine reellen Punkte von C mehr. Ist hingegen das Dreieck ABC stumpfwinklig, also der Kreis f reell, so verschwinden für $a < b < c$ in gleicher Weise wie vorhin für $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{A^2}{2}$ und $\lambda = -\operatorname{tg} \frac{B^2}{2}$ die Ovale um A und B herum. Da aber $-\operatorname{tg} \frac{C^2}{2} < -1$ ist, so geschieht diess nicht auch mit demjenigen um C herum, sondern dasselbe umschliesst den Kreis f und kann sich daher nicht auf einen Punkt zusammenziehen. Hingegen bildet sich für $\lambda < -\operatorname{tg} \left(\frac{A+B}{2}\right)^2$ ein neues Oval, welches sich ausdehnt und sich von innen dem Kreise f

nähert. Für $\lambda = -1$ fallen dann die zwei Ovale mit f zusammen. In beiden Fällen geht durch jeden reellen Punkt der Ebene stets eine und nur eine Curve des Büschels, wie oben bemerkt wurde.

§ 4.

Wir gehen nun dazu über die Gleichungen der ausser den Geraden g_i noch möglichen Doppeltangenten von C abzuleiten. Zu diesem Zwecke betrachten wir C als die Enveloppe von folgenden Kegelschnittreihen:

$$\left.\begin{aligned} M &\equiv g_0 g_1 \cdot \mu^2 + 2\frac{f}{l} \cdot \mu + g_2 g_3 = 0; \\ N &\equiv g_0 g_2 \cdot \nu^2 + 2\frac{f}{l} \cdot \nu + g_1 g_3 = 0; \\ S &\equiv g_0 g_3 \cdot \sigma^2 + 2\frac{f}{l} \cdot \sigma + g_1 g_2 = 0; \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

wo

$$\varDelta \cdot \frac{1+\lambda}{\sqrt{\lambda}} = l \qquad 7)$$

und μ, ν, σ variable Parameter sind. Für das Weitere führen wir Flächencoordinaten ein, setzen also:

$$ax = X\,,\ by = Y\,,\ cz = Z\,, \qquad 8)$$

dann wird

$$M \equiv A_{11}X^2 + A_{22}Y^2 + A_{33}Z^2 + 2A_{23}YZ = 0\,,$$

wo

$$A_{11} = -\mu^2 + 2\,\frac{a_1}{l} \cdot \mu + 1\,,\ A_{22} = \mu^2 + 2\,\frac{b_1}{l}\mu - 1\,,$$

$$A_{33} = \mu^2 + 2\,\frac{c_1}{l} \cdot \mu - 1\,,\ A_{23} = \mu^2 + 1 \quad \text{ist.}$$

Soll M in zwei lineare Faktoren zerfallen, so muss

$$D \equiv \begin{vmatrix} A_{11} & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{23} & A_{33} \end{vmatrix} = 0 \text{ sein.}$$

Diess ist der Fall, wenn entweder $A_{11} = 0$ ist oder $A_{22}, A_{33} - A_{23}^2 = 0$. Sieht man von den Wurzeln $\mu = 0$ und $\mu = \infty$ ab, so ergibt diess die beiden Gleichungen

$$\mu^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{l} \cdot \mu - 1 = 0, \qquad 9)$$

$$\mu^2 + 2 \cdot \frac{h_1}{(b_1 + c_1)\, l} \cdot \mu - 1 = 0, \qquad 10)$$

wo zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$b_1 c_1 - l^2 = h_1 \; ; \; c_1 a_1 - l^2 = h_2 \; ; \; a_1 b_1 - l^2 = h_3 . \qquad 11)$$

Führt man dann weiter die Abkürzungen ein:

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{l^2 - 4\Delta^2} = k \; ; \; \sqrt{k^2 + 4 b^2 c^2} = m \; ; \\ \sqrt{k^2 + 4 c^2 a^2} = n \; ; \; \sqrt{k^2 + 4 a^2 b^2} = p \end{array}\right\} \qquad 12)$$ [1]

wobei für die Wurzeln das positive Vorzeichen genommen werden soll, so erhält man für die Wurzeln der Gleichungen 9) und 10) resp.:

$$\mu_1 = \frac{a_1 + m}{l} \; ; \; -\frac{1}{\mu_1} = -\frac{l}{a_1 + m} ; \qquad 13)$$

$$\mu_2 = \frac{-h_1 + np}{(b_1 + c_1) l} \; ; \; -\frac{1}{\mu_2} = -\frac{(b_1 + c_1) l}{-h_1 + np} . \qquad 14)$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung $M = 0$ ein, so erhält man die Gleichungen von vier Doppeltangentenpaaren:

$$\left.\begin{array}{l} t_{11} \cdot t_{12} \equiv 4 \frac{\mu_1}{l} (r^2 Y^2 + b^2 Z^2 + m YZ) ; \\ t_{13} \cdot t_{14} \equiv -\frac{4}{\mu_1 l} (c^2 Y^2 + b^2 Z^2 - m YZ) ; \\ t_{15} \cdot t_{16} \equiv \frac{\mu_2}{a^2 l} (-k^2 X^2 + n^2 Y^2 + p^2 Z^2 + 2 np YZ) ; \\ t_{17} \cdot t_{18} \equiv \frac{1}{\mu_2 a^2 l} (k^2 X^2 - n^2 Y^2 - p^2 Z^2 + 2 np YZ) , \end{array}\right\} \qquad 15)$$

---

[1]) Zwischen diesen Grössen gelten z. B. folgende Relationen:

$$m^2 - a_1^2 = n^2 - b_1^2 = p^2 - c_1^2 = l^2$$

so dass für

$$\left.\begin{aligned}
t_{11} &\equiv \sqrt{\frac{2\,(a_1 + m}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{c}{b}(m+k)}\cdot Y + \sqrt{\frac{b}{c}(m-k)}\cdot Z\right);\\
t_{12} &\equiv \sqrt{\frac{2\,(a_1 + m}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{b}{c}(m+k)}\cdot Z + \sqrt{\frac{c}{b}(m-k)}\cdot Y\right);\\
t_{13} &\equiv \sqrt{\frac{2}{a_1 + m}}\left(\sqrt{\frac{c}{b}(m+k)}\cdot Y - \sqrt{\frac{b}{c}(m-k)}\cdot Z\right);\\
t_{14} &\equiv \sqrt{\frac{2}{a_1 + m}}\left(\sqrt{\frac{b}{c}(m+k)}\cdot Z - \sqrt{\frac{c}{b}(m-k)}\cdot Y\right);\\
t_{15} &\equiv \sqrt{\frac{np - h_1}{2\ a^4 l^2}}\left(kX + nY + pZ\right);\\
t_{16} &\equiv \sqrt{\frac{np - h_1}{2\,a^4 l^2}}\left(-kX + nY + pZ\right);\\
t_{17} &\equiv \sqrt{\frac{2}{np - h_1}}\left(kX - nY + pZ\right);\\
t_{18} &\equiv \sqrt{\frac{2}{np - h_1}}\left(kX + nY - pZ\right)
\end{aligned}\right\} \quad 15a)$$

$t_{11} = 0$, $t_{12} = 0 \ldots . t_{18} = 0$ die Gleichungen von 8 Doppeltangenten von C sind. Die Gleichungen 15a) zeigen, dass die Doppeltangenten $t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{14}$ durch die Ecke A des Coordinatendreiecks gehn, und zwar *sind* t_{11}, t_{13} *und* t_{12}, t_{14} *harmonisch zu den Seiten* AB *und* AC, *während* t_{11}, t_{12} *und* t_{13}, t_{14} *harmonisch sind zu den Halbirungslinien des Winkels* A. In der That, werden in 15) die Werthe für $t_{11} \,.\, t_{12}$ und $t_{13} \,.\, t_{14}$ symmetrische Funktionen in y und z, wenn die Substitutionen 8) angewendet werden, so dass also y mit z vertauscht werden kann, was den 2. Theil des Satzes beweist. *Ferner bilden die Doppeltangenten* t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18} *ein Vierseit, dessen Ecken paarweise auf die Seiten des Coordinatendreiseits fallen*, für welches also das letztere das Diagonaldreiseit ist. Die Gleichungen der aus den Reihen $N = 0$ und $S = 0$ sich ergebenden Doppeltangenten erhält man aus 15a) durch cykl. Vertauschung von X, Y, Z resp. a, b, c. Wir bezeichnen dieselben analog mit 15a) indem wir in t_{ik} die ersten Indices cykl. vertauschen, also setzen:

$$\left.\begin{aligned}
t_{21} &\equiv \sqrt{\frac{2(b_1+n)}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{a}{c}(n+k)}\,.\,Z+\sqrt{\frac{c}{a}(n-k)}\,.\,X\right);\\
t_{22} &\equiv \sqrt{\frac{2(b_1+n)}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{c}{a}(n+k)}\,.\,X+\sqrt{\frac{a}{c}(n-k)}\,.\,Z\right);\\
t_{23} &\equiv \sqrt{\frac{2}{b_1+n}}\left(\sqrt{\frac{a}{c}(n+k)}\,.\,Z-\sqrt{\frac{c}{a}(n-k)}\,.\,X\right);\\
t_{24} &\equiv \sqrt{\frac{2}{b_1+n}}\left(\sqrt{\frac{c}{a}(n+k)}\,.\,X-\sqrt{\frac{a}{c}(n-k)}\,.\,Z\right);\\
t_{25} &\equiv \sqrt{\frac{pm-h_2}{2b^4l^2}}\left(mX+kY+pZ\right);\\
t_{26} &\equiv \sqrt{\frac{pm-h_2}{2b^4l^2}}\left(mX-kY+pZ\right);\\
t_{27} &\equiv \sqrt{\frac{2}{pm-h_2}}\left(mX+kY-pZ\right);\\
t_{28} &\equiv \sqrt{\frac{2}{pm-h_2}}\left(-mX+kY+pZ\right);
\end{aligned}\right\}\quad 16)$$

$$\left.\begin{aligned}
t_{31} &\equiv \sqrt{\frac{2(c_1+p)}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}(p+k)}\,.\,X+\sqrt{\frac{a}{b}(p-k)}\,.\,Y\right);\\
t_{32} &\equiv \sqrt{\frac{2(c_1+p)}{l^2}}\left(\sqrt{\frac{a}{b}(p+k)}\,.\,Y+\sqrt{\frac{b}{a}(p-k)}\,.\,X\right);\\
t_{33} &\equiv \sqrt{\frac{2}{c_1+p}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}(p+k)}\;X-\sqrt{\frac{a}{b}(p-k)}\,.\,Y\right);\\
t_{34} &\equiv \sqrt{\frac{2}{c_1+p}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}(p+k)}\,.\,Y-\sqrt{\frac{b}{a}(p-k)}\,.\,X\right);\\
t_{35} &\equiv \sqrt{\frac{mn-h_3}{2c^4l^2}}\left(mX+nY+kZ\right);\\
t_{36} &\equiv \sqrt{\frac{mn-h_3}{2c^4l^2}}\left(mX+nY-kZ\right);\\
t_{37} &\equiv \sqrt{\frac{2}{mn-h_3}}\left(-mX+nY+kZ\right);\\
t_{38} &\equiv \sqrt{\frac{2}{mn-h_3}}\left(mX-nY+kZ\right).
\end{aligned}\right\}\quad 17)$$

Die Anfangs gestellte Aufgabe ist damit gelöst. Die Realität der Doppeltangenten lässt sich leicht aus ihren Gleichungen entscheiden, und es ergibt sich daraus ein indirekter Beweis für die Richtigkeit der Diskussion der verschiedenen Formen, welche die Curven C des Büschels annehmen können.

Für *positive Werthe von λ* sind die Grössen k, l, m, n, p, sowie die Differenzen $(m-k)$, $(n-k)$, $(p-k)$, sämmtlich reell und positiv. *Folglich sind alle Doppeltangenten t_{ik} reell.*

Wird hingegen λ negativ, also z. B. $\lambda = -\lambda_1$, wo λ_1 zwischen 0 und $(+1)$ liegt, so erhält man:

$$l=\frac{1}{i}\cdot\frac{1-\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1}}\cdot\Delta;\ k=\frac{1}{i}\cdot\frac{1+\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1}}\Delta;\ m=i.\Delta.\sqrt{\frac{(1+\lambda_1)^2}{\lambda_1}-4\operatorname{cosec}A^2};$$

$$n=i.\Delta.\sqrt{\frac{(1+\lambda_1)^2}{\lambda_1}-4\operatorname{cosec}B^2};\ p=i.\Delta.\sqrt{\frac{(1+\lambda_1)^2}{\lambda_1}-4\operatorname{cosec}C^2},$$

wo $i=\sqrt{-1}$ ist. Ist λ_1 klein, so sind die Grössen m, n, p sämmtlich rein imaginär. Sie werden jedoch der Reihe nach wieder reell, sowie λ_1 die Grenzen

$$\operatorname{tg}\frac{A^2}{2},\quad \operatorname{tg}\frac{B^2}{2},\quad \operatorname{tg}\frac{C^2}{2}\ (A<B<C)$$

überschreitet. Die Grössen $\sqrt{m\pm k}$, $\sqrt{n\pm k}$, $\sqrt{p\pm k}$, welche in die Gleichungen der durch die Ecken des Coordinatendreiecks gehenden Doppeltangenten eingehen, sind imaginär, folglich sind diese letztern Doppeltangenten auch sämmtlich imaginär. Von den übrigen sind (weil Anfangs der Faktor $\frac{1}{i}$ sich aus sämmtlichen Gliedern weghebt) für $\lambda_1<\operatorname{tg}\frac{A^2}{2}$ alle reell, für $\operatorname{tg}\frac{A^2}{2}<\lambda_1<\operatorname{tg}\frac{B^2}{2}$ sind bloss noch die t_{1k} $(k=5, 6, 7, 8)$ reell, und für $\operatorname{tg}\frac{B^2}{2}<\lambda_1<$

$\operatorname{tg}\frac{C^2}{2}$ sind alle t_{ik} imaginär. Das Nämliche ergibt sich auch aus der Anschauung. Denn für $0 < \lambda < 1$ besteht die Curve C aus 4 aussereinander liegenden Ovalen, ergibt also mit den 4 idealen Doppeltangenten g_i

$$4 + 4 . \frac{4.3}{1.2} = 28 \text{ reelle Doppeltangenten.}$$

Für $-\operatorname{tg}\frac{A^2}{2} < \lambda < 0$ besteht C aus 3 ausserhalb einander liegenden Ovalen, ergibt also

$$4 + 4 . \frac{3.2}{1.2} = 16 \text{ reelle Doppeltangenten.}$$

Für $-\operatorname{tg}\frac{B^2}{2} < \lambda < -\operatorname{tg}\frac{A^2}{2}$ besteht C aus zwei ausser einander liegenden Ovalen, ergibt also

$$4 + 4 = 8 \text{ reelle Doppeltangenten.}$$

Und endlich für $-\operatorname{tg}\frac{C^2}{2} < \lambda < -\operatorname{tg}\frac{B^2}{2}$ besteht C entweder aus einem einzigen Oval, oder aus 2 sich umschliessenden Ovalen. Folglich sind nur noch die 4 idealen Doppeltangenten reell.

Setzt man speziell

a) $\lambda = 0$; so werden die Grössen k, l, m, n, p sämmtlich unendlich gross, ihre Verhältnisse hingegen gleich der Einheit, so dass also die Doppeltangenten:

$$\begin{array}{ll}
t_{22}, t_{24}, t_{31}, t_{33} \text{ mit } & X = 0; \\
t_{32}, t_{34}, t_{11}, t_{13} \quad " & Y = 0; \\
t_{12}, t_{14}, t_{21}, t_{23} \quad " & Z = 0; \\
t_{15}, t_{25}, t_{35} \text{ mit } & g_0 \equiv X + Y + Z = 0; \\
t_{16}, t_{28}, t_{37} \quad " & g_1 \equiv -X + Y + Z = 0; \\
t_{17}, t_{26}, t_{38} \quad " & g_2 \equiv X - Y + Z = 0; \\
t_{18}, t_{27}, t_{36} \quad " & g_3 \equiv X + Y - Z = 0
\end{array}$$

zusammenfallen. Wenn ferner

b) $\lambda = 1$ ist, so werden

$$k = 0,\ l = 2\Delta,\ m = 2bc,\ n = 2ca,\ p = 2ab,$$

so dass die Doppeltangenten

$$t_{11},\ t_{12},\ t_{15},\ t_{16} \text{ mit } cY + bZ = 0,$$

$$t_{13},\ t_{14},\ t_{17},\ t_{18} \quad \text{"} \quad cY - bZ = 0 \text{ zusammenfallen,}$$

und analog die übrigen. Wir erhalten also folgenden Satz:

Die Curve der Mittelpunkte der einem gegebenen Dreiseit eingeschriebenen unter sich ähnlichen Kegelschnitte besitzt 28 reelle Doppeltangenten falls die Kegelschnitte Ellipsen sind. Davon sind 4 ideal, nämlich die unendlich ferne Gerade der Ebene und die Seiten des dem Tangentendreiseit parallel eingeschriebenen Dreiseits. Von den übrigen 24 gehn dreimal vier durch eine Ecke des Tangentendreiseits, wo sie zu zweien harmonisch sind, das eine Màl zu den Seiten, das andere Màl zu den Halbirungslinien der Winkel des Tangentendreiseits. Die übrigen bilden dreimal zu vieren Vierseite, für welche das Tangentendreiseit das Diagonaldreiseit ist. Sind hingegen die Kegelschnitte Hyperbeln, so hat die Curve ihrer Mittelpunkte ausser den 4 idealen Doppeltangenten noch 12, oder 4 oder 0 der zweiten Art.

§ 5.

Um den weitern Zusammenhang der Doppeltangenten von C zu untersuchen, gehn wir auf die Gl. 6) zurück. Zu jedem Parameter μ in der Reihe $M = 0$ gehört ein bestimmter Kegeschnitt, welcher C in vier Punkten berührt. Sind μ' und μ'' zwei verschiedene Werthe von μ,

so hat man identisch

$$\left.\begin{array}{l}\left(g_0 g_1 \mu'^2 + 2\,\frac{f}{l}\cdot\mu' + g_2 g_3\right)\cdot\left(g_0 g_1\,\mu''^2 + 2\,\frac{f}{l}\,\mu'' + g_2 g_3\right) - \\ -\left(g_0 g_1 \mu'\mu'' + \frac{f}{l}(\mu' + \mu'') + g_2\,g_3\right)^2 = \left(\mu' - \mu''\right)^2\left(g_0 g_1 g_2 g_3 - \frac{f^2}{l^2}\right)\end{array}\right\} \quad 18)$$

d. h. zwei beliebige Kegelschnitte der Reihe berühren C in 8 Punkten, die wieder auf einem Kegelschnitte liegen. Diese drei Kegelschnitte gehören mit den Fundamentalkegelschnitten der Reihe zum nämlichen Netz.

In jeder Reihe kommen 6 Paare von Doppeltangenten vor. Die Berührungspunkte von zwei beliebigen dieser Paare liegen also ebenfalls auf einem Kegelschnitt, was im Ganzen für die 6 Paare 15 verschiedene Kegelschnitte ergibt, *d. h. die 6 Doppeltangentenpaare einer Reihe bilden eine Steiner'sche Gruppe G.*[1]

Setzt man in 18) $\mu' = \mu_1,\ \mu'' = -\frac{1}{\mu_1}$, so wird:

$$\mathfrak{t}_{11}\,\mathfrak{t}_{12}\,\mathfrak{t}_{13}\,\mathfrak{t}_{14} - M_1^{\,2} \equiv \left(\mu_1 + \frac{1}{\mu_1}\right)^2\cdot C\,,$$

$$\text{wo: } M_1 \equiv \frac{2}{l^2}\left(m^2\,X^2 + h_3\,Y^2 + h_2\,Z^2\right). \qquad 19)$$

Folglich lässt sich C auch als die Enveloppe von folgenden Kegelschnittreihen darstellen:

$$\left.\begin{array}{l} M \equiv \mathfrak{t}_{11}\,\mathfrak{t}_{12}\cdot\alpha^2 + 2\,M_1\cdot\alpha + \mathfrak{t}_{13}\,\mathfrak{t}_{14} = 0\,; \\ Q \equiv \mathfrak{t}_{11}\,\mathfrak{t}_{13}\cdot\beta^2 + 2\,M_1\cdot\beta + \mathfrak{t}_{12}\,\mathfrak{t}_{14} = 0\,; \\ R \equiv \mathfrak{t}_{11}\,\mathfrak{t}_{14}\cdot\gamma^2 + 2\,M_1\cdot\gamma + \mathfrak{t}_{12}\,\mathfrak{t}_{13} = 0\,, \end{array}\right\} \qquad 20)$$

wo α, β, γ variable Parameter sind. Wir wollen wieder

---

[1]) Crelle's Journal, t. 49 pag. 266.

die 6 Doppeltangentenpaare in jeder Gruppe bestimmen. Die erste Reihe $M = 0$ liefert natürlich wieder die Paare:

$$t_{11}\,t_{12},\ t_{13}\,t_{14},\ g_0 g_1,\ g_2 g_3,\ t_{15}\,t_{16},\ t_{17}\,t_{18}.$$

Ordnet man in $Q = 0$ nach Potenzen der Coordinaten, so wird:

$$Q \equiv 2 \cdot \frac{m^2 \beta}{l} X^2 + \left(\frac{c}{b}(m+k)\beta^2 + 2 \cdot \frac{h_3}{l} \cdot \beta - \frac{c}{b}(m-k)\right) Y^2 +$$

$$+ \left(-\frac{b}{c}(m-k)\beta^2 + 2 \cdot \frac{h_2}{l} \cdot \beta + \frac{b}{c}(m+k)\right) \cdot Z^2 = 0.$$

Da nur die Quadrate der Coordinaten vorkommen, so zerfällt Q in zwei Faktoren, wenn einer der Coefficienten verschwindet. Die Doppeltangentenpaare dieser Gruppe sind also harmonisch zu den Seiten des Coordinatendreiecks, folglich sind es die Paare:

$$t_{11}\,t_{13},\ t_{12}\,t_{14},\ t_{21}\,t_{23},\ t_{22}\,t_{24},\ t_{31}\,t_{33},\ t_{32}\,t_{34}. \qquad 21)$$

Ferner erhält man aus 20):

$$R \equiv \frac{2\,m^2\,\gamma}{l} \cdot X^2 + \left(2\,c^2\gamma^2 + 2\,\frac{h_3}{l} \cdot \gamma + 2\,c^2\right) Y^2 +$$

$$+ \left(2\,b^2\gamma^2 + 2\,\frac{h_2}{l} \cdot \gamma - 2\,b^2\right) Z^2 + 2\,k\,(\gamma^2+1)\,Y Z = 0.$$

Ausser für die Werthe $\gamma = 0$ und $\gamma = \infty$ (welche die Paare $t_{12}\,t_{13}$, $t_{11}\,t_{14}$ liefern) zerfällt R in zwei Faktoren, wenn die Glieder in Y und Z ein vollständiges Quadrat bilden, d. h. wenn R die Form annimmt:

$$R \equiv \alpha_{11}^2 X^2 - (\beta_{11} Y + \gamma_{11} Z)^2 = (\alpha_{11} X + \beta_{11} Y + \gamma_{11} Z) \cdot (\alpha_{11} X - \beta_{11} Y - \gamma_{11} Z).$$

Die Bedingungsgleichung dafür ist vom 4. Grade in γ. Wir haben jedoch nicht nöthig dieselbe aufzulösen. In der That sieht man sofort ein, dass die Scheitel der gesuchten Paare sämmtlich auf der Geraden $X = 0$ liegen

müssen, und da zwei Steiner'sche Gruppen G kein Paar gemein haben können ohne identisch zu werden, so können bloss die Paare:

$$t_{25}\, t_{28},\ t_{26}\, t_{27},\ t_{35}\, t_{37},\ t_{36}\, t_{38}$$

die gesuchten sein, so dass die Gruppe dieser Reihe also aus den Paaren besteht:

$$t_{11}\, t_{14},\ t_{12}\, t_{13},\ t_{25}\, t_{28},\ t_{26}\, t_{27},\ t_{35}\, t_{37},\ t_{36}\, t_{38}. \qquad 22)$$

Durch cykl. Vertauschung der ersten Indices erhält man die weitern Gruppen:

$$\left.\begin{array}{l} t_{21}\, t_{24},\ t_{22}\, t_{23},\ t_{35}\, t_{38},\ t_{36}\, t_{37},\ t_{15}\, t_{17},\ t_{16}\, t_{18}\,; \\ t_{31}\, t_{34},\ t_{32}\, t_{33},\ t_{15}\, t_{18},\ t_{16}\, t_{17},\ t_{25}\, t_{27},\ t_{26}\, t_{28}. \end{array}\right\} \qquad 22_a)$$

Die 7 bis jetzt gefundenen Gruppen gehören zu je dreien einem Steiner'schen Systeme S_1 an, so zwar, dass zwei beliebig gewählt werden können, und die dritte durch sie bestimmt ist. Solcher Systeme S_1 erhält man 7 auf diese Weise.

Um weitere Gruppirungen zu erhalten, setzen wir weiter in 18) $\mu' = \infty$, $\mu'' = \mu_2$. Dann wird, nachdem man durch μ' wegdividirt hat:

$$g_0\, g_1\, t_{15}\, t_{16} - \left(g_0\, g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right)^2 \equiv g_0\, g_1\, g_2\, g_3 - \frac{f^2}{l^2} \equiv C\,.$$

So dass also C die Enveloppe ist der Reihen:

$$\left.\begin{array}{l} M \equiv g_0\, g_1\, \alpha^2 + 2\cdot\left(g_0\, g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right)\alpha + t_{15}\, t_{16} = 0; \\ U \equiv g_0\, t_{15}\, \beta^2 + 2\cdot\left(g_0\, g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right)\beta + g_1\, t_{16} = 0; \\ V \equiv g_0\, t_{16}\, \gamma^2 + 2\cdot\left(g_0\, g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right)\gamma + g_1\, t_{15} = 0, \end{array}\right\} \qquad 23)$$

wo natürlich die variablen Parameter α, β, γ von denen

in der Gl. 20) verschieden sind. Die Reihe $M = 0$ liefert eine schon bekannte Gruppe G. Ordnet man $U = 0$ nach Potenzen der Veränderlichen, so wird:

$$\left.\begin{aligned} U \equiv & (a_{11}(\beta^2+1)+b_{11}\beta)\, X^2 + (a_{22}(\beta^2+1)+b_{22}\beta)\, Y^2 + \\ & + (a_{33}(\beta^2+1)+b_{33}\beta)\, Z^2 + 2.(a_{23}(\beta^2+1)+b_{23}\beta)\, YZ + \\ & + 2\, a_{31}(\beta^2-1)\, ZX + 2\, a_{12}(\beta^2-1)\, XY = 0, \end{aligned}\right\} 23_a)$$

wo zur Abkürzung gesetzt wurde:

$$a_{11} = \frac{k}{a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}}, \quad a_{22} = \frac{n}{a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}}, \quad a_{33} = \frac{p}{a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}},$$

$$b_{11} = -\frac{k^2 + np}{a^2 l}, \quad b_{22} = \frac{n(n+p)}{a^2 l}, \quad b_{33} = \frac{p(n+p)}{a^2 l}$$

$$a_{23} = \frac{n+p}{2a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}}, \quad a_{31} = \frac{p+k}{2a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}}, \quad a_{12} = \frac{k+n}{2a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}},$$

$$b_{23} = 2\,\mu_2.$$

Soll nun U in zwei Faktoren zerfallen, so muss:

$$\begin{vmatrix} a_{11}(\beta^2+1)+b_{11}\beta, & a_{12}(\beta^2-1) & a_{31}(\beta^2-1) \\ a_{12}(\beta^2-1), & a_{22}(\beta^2+1)+b_{22}\beta, & a_{23}(\beta^2+1)+b_{23}\beta \\ a_{31}(\beta^2-1), & a_{23}(\beta^2+1)+b_{23}\beta, & a_{33}(\beta^2+1)+b_{33}\beta \end{vmatrix} = 0 \text{ sein.} \quad 24)$$

Dividirt man jede Zeile durch β und rechnet nachher aus, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$\varphi\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta - \frac{1}{\beta}\right)^2 \varphi_1\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) = 0$$

wo φ und φ_1 ganze Funktionen sind; d. h. die Gleichung wird reciprok vom vierten Grade. Die Wurzeln derselben mögen sein

$$\beta_1, \quad \frac{1}{\beta_1}, \quad \beta_2, \quad \frac{1}{\beta_2}. \qquad 24_a)$$

Ist dann $t_i\, t_k$ das zu β_1, $t_l\, t_m$ hingegen das zu $\frac{1}{\beta_1}$ gehörige Doppeltangentenpaar in der Reihe U, so hat man aus 23):

$$t_i\, t_k \equiv g_0\, t_{15} \cdot \beta_1{}^2 + 2 \cdot \left(g_0 g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right) \cdot \beta_1 + g_1\, t_{16},$$

$$\beta_1{}^2 \cdot t_l\, t_m \equiv g_0\, t_{15} + 2 \left(g_0 g_1\, \mu_2 + \frac{f}{l}\right) \cdot \beta_1 + g_1\, t_{16} \cdot \beta_1{}^2.$$

Also wird:

$$t_i\, t_k - \beta_1{}^2 \cdot t_l\, t_m \equiv (\beta_1{}^2 - 1)\,(g_0\, t_{15} - g_1\, t_{16}).$$

Oder:

$$t_i\, t_k - \beta_1{}^2\, t_l\, t_m \equiv 2 \cdot \frac{\beta^2 - 1}{a} \cdot \sqrt{\frac{\mu_2}{l}} \cdot X \cdot \Big((n+k)Y + (p+k)Z\Big). \quad 26)$$

Das Analoge erhält man für die Wurzeln β_2, $\frac{1}{\beta_2}$. Es folgt daraus, dass das Vierseit der Doppeltangentenpaare $t_i\, t_k$ und $t_l\, t_m$ die Diagonalen

$$X = 0 \quad \text{und} \quad (n+k)\, Y + (p+k)\, Z = 0 \quad \text{hat.}$$

Diese Bemerkung genügt nun, ohne dass die Gl. 25) aufgelöst werden müssen, die Paare der Gruppe aus $U = 0$ zu bestimmen. Betrachtet man nämlich die Gleichungen:

$$t_{25} = 0 = mX + kY + pZ;$$
$$t_{37} = 0 = -\, mX + nY + kZ,$$

so folgt durch Addition:

$$(n+k)\, Y + (p+k)\, Z = 0.$$

Das Gleiche ergibt sich durch Addition der Gleichungen

$$t_{28} = 0 = -\, mX + kY + pZ;$$
$$t_{35} = 0 = mX + nY + kZ.$$

Subtrahirt man hingegen $t_{28} = 0$ von $t_{25} = 0$ oder

$t_{37} = 0$ von $t_{35} = 0$, so erhält man beide Mal als Resultat $X = 0$, d. h. *das Vierseit der Paare* $t_{25} t_{35}$, $t_{28} t_{37}$ *hat die Diagonalen* $X = 0$ *und* $(n+k)\ Y + (p+k)\ Z = 0$.

Nimmt man ferner:

$$t_{22} = 0 = \sqrt{\frac{c}{a} \cdot (n+k)} \cdot X + \sqrt{\frac{a}{c}\ (n - k)} \cdot Z;$$

$$t_{33} = 0 = \sqrt{\frac{b}{a}\ (p + k)} \cdot X - \sqrt{\frac{a}{b}\ (p - k)} \cdot Y;$$

multiplizirt dann die erste Gleichung mit $\sqrt{\frac{b}{a}\ (p + k)}$, die zweite mit $-\sqrt{\frac{c}{a}\ (n + k)}$ und addirt, so erhält man:

$$\sqrt{\frac{c}{b}\ (n+k)\ (p-k)} \cdot Y + \sqrt{\frac{b}{c}\ (n - k)\ (p + k)} \cdot Z = 0\,,$$

oder auch, wenn man mit $\sqrt{(n+k)\ (p+k)}$ multiplicirt und bemerkt, dass

$$n^2 - k^2 = 4\,a^2\,c^2\,,\ p^2 - k^2 = 4\,a^2\,b^2$$

ist, und dann durch $2\,a \cdot \sqrt{b\,c}$ dividirt:

$$(n+k)\ Y + (p + k)\ Z = 0\,.$$

Verfährt man auf gleiche Weise mit den Gl.

$$t_{24} = 0 = \sqrt{\frac{c}{a}\ (n + k)} \cdot X - \sqrt{\frac{a}{c}\ (n - k)} \cdot Z\,;$$

$$t_{31} = 0 = \sqrt{\frac{b}{a}\ (p + k)}\ X = \sqrt{\frac{a}{b}\ (p - k)} \cdot Y,$$

so ergibt sich das gleiche Resultat. Da sich nun t_{22} und t_{24}, sowie t_{31} und t_{33} auf $X = 0$ schneiden, so folgt:

Das Vierseit der Paare $t_{22}\ t_{31}$, $t_{24}\ t_{33}$ *hat die Diagonalen* $X = 0$ *und* $(n + k)\ Y + (p + k)\ Z = 0$.

Folglich besteht die Gruppe G der Reihe $R=0$ aus den Paaren:

$$g_0\,t_{15},\ g_1\,t_{16},\ t_{22}\,t_{31},\ t_{24}\,t_{33},\ t_{25}\,t_{35},\ t_{28}\,t_{37}\,. \tag{27}$$

Auf analoge Weise findet man die aus der Reihe $V=0$ sich ergebende Gruppe der Paare:

$$g_0\,t_{16},\ g_1\,t_{15},\ t_{21}\,t_{32},\ t_{23}\,t_{34},\ t_{26}\,t_{36},\ t_{27}\,t_{38} \tag{28}$$

vermittelst der Diagonalen:

$$X=0 \quad \text{und} \quad (n-k)\,Y+(p-k)\,Z=0\,.$$

Substituirt man weiter in 18) $\mu'=\infty,\ \mu''=-\frac{1}{\mu_2}$ oder $\mu'=0,\ \mu''=\mu_2$ oder endlich $\mu'=0,\ \mu''=-\frac{1}{\mu_2}$, so erhält man C als Enveloppe von 6 weitern Kegelschnittreihen. Die Gleichungen zur Bestimmung der Doppeltangentenpaare in diesen Reihen werden ähnlich wie 24) reciprok vom 4. Grade. Die weitere Rechnung ist von der eben durchgeführten nicht wesentlich verschieden, wesshalb bloss die Resultate angegeben werden sollen. Man erhält für

$\mu'=\infty,\ \mu''=-\frac{1}{\mu_2}$ die Gruppen:

$$\left.\begin{array}{l}
g_0\,t_{17},\ g_1\,t_{18},\ t_{21}\,t_{33},\ t_{23}\,t_{31},\ t_{25}\,t_{38},\ t_{28}\,t_{36}\,.\\
g_0\,t_{18},\ g_1\,t_{17},\ t_{22}\,t_{34},\ t_{24}\,t_{32},\ t_{26}\,t_{37},\ t_{27}\,t_{35}\,.\\
\quad\text{Für } \mu'=0,\ \mu''=\mu_2:\\
g_2\,t_{15},\ g_3\,t_{16},\ t_{21}\,t_{31},\ t_{23}\,t_{33},\ t_{26}\,t_{35},\ t_{27}\,t_{37}\,.\\
g_2\,t_{16},\ g_3\,t_{15},\ t_{22}\,t_{32},\ t_{24}\,t_{34},\ t_{28}\,t_{38},\ t_{25}\,t_{36}\,.\\
\quad\text{Für } \mu'=0,\ \mu''=-\frac{1}{\mu_2}:\\
g_2\,t_{17},\ g_3\,t_{18},\ t_{22}\,t_{33},\ t_{24}\,t_{31},\ t_{26}\,t_{38},\ t_{27}\,t_{36}\,.\\
g_2\,t_{18},\ g_3\,t_{17},\ t_{21}\,t_{34},\ t_{23}\,t_{32},\ t_{25}\,t_{37},\ t_{28}\,t_{35}\,.
\end{array}\right\} \tag{29}$$

Endlich erhält man 16 weitere Gruppen durch cykl. Vertauschung der ersten Indices. In dieser Weise kann man nun fortfahren, C als Enveloppe von andern und andern Kegelschnittreihen darzustellen. Jede derselben liefert Paare einer neuen Steiner'schen Gruppe G, deren es bekanntlich im Ganzen 63 gibt.

Unter Benützung des bisher Gefundenen lässt sich indessen das Ziel auf einem kürzern Wege erreichen, indem man die Doppeltangenten nach dem von Hesse angegebenen und von H. Cayley [1]) eingehend discutirten Algorithmus bezeichnet. Dieser besteht kurz in Folgendem: Die Doppeltangenten einer allgemeinen Curve vierter Ordnung entsprechen den Verbindungslinien von 8 Schnittpunkten 1, 2, . . . 8 dreier Flächen zweiter Ordnung. Wir bezeichnen sie desshalb durch die Symbole 12, 13, . . . 78. Die Doppeltangentenpaare einer Steiner'schen Gruppe entsprechen dann entweder den Paaren von gegenüberliegenden Kanten in zwei Tetraedern, die sämmtliche 8 Punkte enthalten, oder den Paaren von Verbindungslinien von zweien der Punkte mit den 6 übrigen. Im ersten Fall wird also die Gruppe G durch ein Symbol von der Form

$$(1234 \cdot 5678) \equiv 12{,}34\ ;\ 13{,}24\ ;\ 14{,}23\ ;\ 56{,}78\ ;\ 57{,}68\ ;\ 58{,}67\ ;$$

im 2. hingegen durch ein Symbol von der Form

$$(12 \cdot 345678) \equiv 13{,}23\ ;\ 14{,}24\ ;\ 15{,}25\ ;\ 16{,}26\ ;\ 17{,}27\ ;\ 18{,}28$$

bezeichnet. Von der ersten Art erhält man 35, von der zweiten 28, zusammen also die Gesammtzahl 63. Geometrisch unterscheiden sich diese Gruppen nicht.

---

[1]) Crelle's Journal t. 68. pag. 176. Vergl. auch Salmon-Fiedler, Höhere ebene Curven, 2. Aufl. pag. 285 und 286.

Mit Benützung der schon angegebenen Gruppirungen ergeben sich z. B. für die Doppeltangenten von C folgende Symbole:

$$\left.\begin{array}{llll}
g_0 = 13\,, & t_{11} = 12\,, & t_{21} = 15\,, & t_{31} = 16 \\
g_1 = 24\,, & t_{12} = 34\,, & t_{22} = 37\,, & t_{32} = 38 \\
g_2 = 57\,, & t_{13} = 56\,, & t_{23} = 26\,, & t_{33} = 25 \\
g_3 = 68\,, & t_{14} = 78\,, & t_{24} = 48\,, & t_{34} = 47 \\
 & t_{15} = 67\,, & t_{25} = 28\,, & t_{35} = 45 \\
 & t_{16} = 58\,, & t_{26} = 46\,, & t_{36} = 27 \\
 & t_{17} = 23\,, & t_{27} = 35\,, & t_{37} = 36 \\
 & t_{18} = 14\,, & t_{28} = 17\,, & t_{38} = 18
\end{array}\right\} \quad 30)$$

Ein beliebiges Paar bestimmt nun stets eine Gruppe G von der ersten oder zweiten Art der Bezeichnung, je nachdem die entsprechenden Geraden im Raume 4 oder 3 Punkte enthalten. Suchen wir z. B. die Gruppe auf, zu welcher das Paar $g_0\, t_{11} = 13,\ 12$ gehört, so ist diese offenbar gegeben durch das Symbol (23 . 145678) und enthält demnach die Paare:

$$g_0\, t_{11}\ ,\ g_1\, t_{12}\ ,\ t_{22}\, t_{36}\ ,\ t_{23}\, t_{37}\ ,\ t_{25}\, t_{32}\ ,\ t_{27}\, t_{33}\,.$$

Durch cykl. Vertauschung der ersten Indices ergeben sich daraus die weitern Gruppen:

$$g_0\, t_{21}\ ,\ g_2\, t_{22}\ ,\ t_{32}\, t_{16}\ ,\ t_{33}\, t_{17}\ ,\ t_{35}\, t_{12}\ ,\ t_{37}\, t_{13}$$

$$g_0\, t_{31}\ ,\ g_3\, t_{32}\ ,\ t_{12}\, t_{26}\ ,\ t_{13}\, t_{27}\ ,\ t_{15}\, t_{22}\ ,\ t_{17}\, t_{23}$$

denen die resp. Symbole (35 . 124678) und (36 . 124578) entsprechen. Ob man also von einer bekannten Gruppe ausgehend die ersten Indices cykl. vertauscht oder den gefundenen Algorithmus direkt anwendet, in beiden Fällen ergeben sich die nämlichen Resultate. Damit ist die Anwendbarkeit der Hesse'schen Bezeichnung evident. Da Herr Cayley, wie schon bemerkt, dieselbe eingehend discutirt

hat, so gehen wir auf die weitern Combinationen der Doppeltangenten nach ihrer gegenseitigen Lage und derjenigen ihrer Berührungspunkte nicht weiter ein.

§ 6.

Steiner hat auf zwei Curven dritter Ordnung und dritter Klasse aufmerksam gemacht, die zu den Doppeltangenten einer Gruppe G in inniger Beziehung stehn. Die erste (G_3) geht durch die Diagonalpunkte der Vierecke, welche durch die Berührungspunkte der Paare einer Gruppe gebildet werden. Sie ist die Hesse'sche Curve des Kegelschnittnetzes, zu welchem sämmtliche 6 Paare der Gruppe nebst den 15 Kegelschnitten durch die Berührungspunkte von je zwei Paaren gehören. Die zweite (K_3) berührt die Seiten der erwähnten Vierecke und ist die Cayley'sche Curve des Netzes. Aus den Gleichungen von irgend drei Paaren einer Gruppe G lassen sich also die Gleichungen von G_3 und K_3 ableiten. Sind nämlich $U=0$, $V=0$, $W=0$ die Gleichungen von irgend drei Kegelschnitten des Netzes, und sind U_1, U_2, U_3 etc. die Ableitungen von U etc. nach den drei Coordinaten, so ist:

$$G_3 \equiv \begin{vmatrix} U_1 & U_2 & U_3 \\ V_1 & V_2 & V_3 \\ W_1 & W_2 & W_3 \end{vmatrix} = 0$$

die Gleichung der Curve G_3. Die Gleichung von K_3 erhält man, indem man die Bedingung aufstellt, dass eine Gerade g von der Gleichung

$$u X + v Y + w Z = 0$$

die Kegelschnitte $U=0$, $V=0$, $W=0$ etc. des Netzes in Punktepaaren einer Involution schneidet.

Wählen wir z. B. die Gruppe:

$$g_0 g_1 \ , \ g_2 g_3 \ , \ t_{11} t_{12} \ , \ t_{13} t_{14} \ , \ t_{15} t_{16} \ , \ t_{17} t_{18} \ ,$$

so ist z. B.

$$g_0 g_1 = 0 = - X^2 + Y^2 + 2\,YZ + Z^2 ;$$

$$t_{11} t_{12} = 0 = c^2 Y^2 + mYZ + b^2 Z^2 ;$$

$$t_{13} t_{14} = 0 = c^2 Y^2 - mYZ + b^2 Z^2 .$$

Also wird:

$$G_3 = 0 = \begin{vmatrix} -2X, & 2(Y+Z) & , 2(Y+Z) \\ 0 & , 2\,c^2 Y + mZ & , mY + 2\,b^2 Z \\ 0 & , 2\,c^2 Y - mZ & , -mY + 2\,b^2 Z \end{vmatrix}$$

Oder:

$$G_3 = 0 = X \cdot (cY + bZ) \cdot (cY - bZ) \qquad 31)$$

d. h. G_3 zerfällt in die Seite $X=0$ des Coordinatendreiecks und in die beiden Halbirungslinien des gegenüberliegenden Winkels.

Bestimmt man ferner, um die Gleichung von K_3 zu erhalten, aus

$$uX + vY + wZ \quad 0$$

$$X = - \frac{vY + wZ}{u}$$

und setzt diesen Werth in die Gleichungen der obigen Paare ein, so erhält man für die Schnittpunktepaare der Geraden mit den Paaren $g_0 g_1$, $t_{11} t_{12}$, $t_{13} t_{14}$:

$$(u^2 - v^2)\, Y^2 + 2 \cdot (u^2 - vw)\, YZ = (u^2 - w^2)\, Z^2 = 0 ;$$

$$c^2 u^2 \; Y^2 + m\,u^2 \cdot YZ + b^2 u^2 Z^2 = 0 ;$$

$$c^2 u^2 \; Y^2 - m\,u^2 \cdot YZ + b^2 u^2 Z^2 = 0 .$$

Sollen die drei Schnittpunktepaare eine Involution bilden, so muss

$$\begin{vmatrix} u^2-v^2 , & 2(u^2-vw) , & u^2-w^2 \\ c^2 u^2 , & mu^2 , & b^2 u^2 \\ c^2 u^2 , & -mu^2 , & b^2 u^2 \end{vmatrix} = 0 \text{ sein.}$$

Oder nachdem man durch den fremden Faktor u^3 wegdividirt hat, findet man die Gleichung für K_3:

$$K_3 = 0 = u \cdot \left[(b^2 - c^2) u^2 - b^2 v^2 + c^2 w^2\right] = 0; \qquad 32)$$

d. h. K_3 zerfällt in die Ecke $u = 0$ des Coordinatendreiecks und in einen Kegelschnitt, der das Coordinatendreieck zum Tripel hat. Die Gleichung dieses Kegelschnittes lautet in Punktcoordinaten

$$b^2 c^2 X^2 - (b^2 - c^2) \cdot (cY + bZ) \cdot (cY - bZ) = 0. \quad 32a)$$

Er berührt also die Halbirungslinien des Winkels A des Coordinatendreiecks in ihren Schnittpunkten mit der Seite BC desselben[1]). Da der Kegelschnitt die unendlich ferne Gerade g_0 zur Tangente hat, so ist er also eine Parabel, deren Leitlinie durch A geht (denn in A schneiden sich zwei senkrechte Tangenten) und deren Brennpunkt im Höhenfusspunkt auf der Seite BC des Coordinatendreiecks liegt, und welche die Geraden g_1, g_2, g_3 zu Tangenten hat. Analoge Resultate ergeben sich für die Gruppen der Paare $g_0 g_2$ und $g_0 g_3$. Lässt man den Werth von λ variiren, so sind demnach alle Doppeltangenten der zugehörigen Curven C entweder Tangenten der Kegelschnitte

$$(b^2 - c^2) u^2 - b^2 v^2 + c^2 w^2 = 0;$$
$$(c^2 - a^2) v^2 - c^2 w^2 + a^2 u^2 = 0;$$
$$(a^2 - b^2) w^2 - a^2 u^2 + b^2 v^2 = 0;$$

---

[1]) Bekanntlich berühren sich im Allgemeinen die Curven G_3 und K_3 in 9 Punkten.

oder sie gehn durch eine der Ecken $u=0$, $v=0$, $w=0$ des Coordinatendreiecks. Man hat also den Satz:

Die Doppeltangenten aller Curven C von der Gl. 5) umhüllen bei veränderlichem λ eine Curve 9ter Klasse. Dieselbe zerfällt in drei Punkte und drei Kegelschnitte, nämlich in die Ecken des Coordinatendreiecks und in drei Parabeln, welche die Seiten des dem Coordinatendreieck parallel eingeschriebenen Dreiecks berühren, und welche die Fusspunkte der drei Höhen des Fundamentaldreiecks zu ihren resp. Brennpunkten haben [1]).

Irgend eine Tangente dieser Curve 9. Klasse kann als Doppeltangente einer durch sie eindeutig bestimmten Curve C des Büschels gewählt werden. Die übrigen Doppeltangenten von C lassen sich dann, wie wir später zeigen werden, nebst ihren Berührungspunkten vermittelst Zirkel und Lineal construiren.

Wir erhalten ferner für die Gruppe der Paare $t_{11}\, t_{14}$, $t_{12}\, t_{13}$:

$$\left.\begin{aligned} G_3 &= 0 = X \cdot (cY + ibZ)\,(cY - ibZ)\;,\; i = \sqrt{-1} \\ K_3 &= 0 = u\left[\left((b^2+c^2)k^2 + 4a^2b^2c^2\right)u^2 - m^2(b^2v^2+c^2w^2)\right] \end{aligned}\right\} \quad 33)$$

d. h. G_3 zerfällt in die Seite $X=0$ und zwei imaginäre

[1]) Bekanntlich geht der einem Dreiseit von Parabeltangenten umschriebene Kreis durch den Brennpunkt. Wendet man diess auf das Dreiseit g_1, g_2, g_3 an, so folgt der bekannte Satz: *In einem Dreieck liegen die Fusspunkte der drei Höhen und die Mitten der Seiten in einem und demselben Kreise.* Da ferner die Scheiteltangente einer Parabel der Ort ist für die Fusspunkte der Senkrechten aus dem Brennpunkte auf die Tangenten, so folgt: *In einem Dreieck liegen die Fusspunkte der Senkrechten von einem Höhenfusspunkt auf die Halbirungslinien des gegenüberliegenden Winkels und auf die Verbindungslinien der Seitenmitten in einer und derselben Geraden.*

Geraden aus der gegenüberliegenden Ecke des Coordinatendreiecks. K_3 hingegen zerfällt in die Ecke $u = 0$ des Fundamentaldreiecks und in einem Kegelschnitt, welcher dieses zum Tripel harmonischer Pole besitzt. Analoge Resultate erhält man für die Gruppen der Paare $t_{21}\,t_{24}$ und $t_{31}\,t_{34}$.

Endlich erhält mau für die Gruppen des Paares $t_{11}\,t_{13}$:

$$\left.\begin{aligned} G_3 &= 0 = X \cdot Y \cdot Z; \\ K_3 &= 0 = u \cdot v \cdot w; \end{aligned}\right\} \qquad 34)$$

d. h. die Curve G_3 zerfällt in drei Gerade, die Seiten des Fundamentaldreiecks, und K_3 zerfällt in drei Punkte, die Ecken des Fundamentaldreiecks. Für die übrigen Gruppen ergibt sich nichts Besonderes. Wir erhalten also den Satz:

Von den 63 Curven G_3 zerfallen 7 in je drei Gerade, und zwar drei derselben je in eine Seite des Tangentendreiseits der ähnlichen Kegelschnitte und die Halbirungslinien des gegenüberliegenden Winkels; drei in eine Seite und zwei imaginäre Geraden durch die gegenüberliegende Ecke, und endlich eine in drei Seiten des Tangentendreiseits. Von den 63 Curven K_3 zerfallen 6 in Punkt und Kegelschnitt, nämlich je in eine Ecke des Tangentendreiseits und einen Kegelschnitt, welcher das Dreiseit zum Tripel hat. Die Tangenten aus der Ecke an die Kegelschnitte bilden nebst der resp. Berührungssehne die zu K_3 zugeordnete Curve G_3. Endlich zerfällt eine der Curven K_3 in 3 Punkte, die Ecken des Tangentendreiseits.

§ 7.

Jede Curve vierter Ordnung lässt, wie Hesse gezeigt hat, 63 Systeme von Berührungscurven zweiter und 64

Systeme von Berührungscurven dritter Ordnung zu. Es soll noch kurz angegeben werden, wie die Gleichungen derselben im vorliegenden Falle aufgestellt werden können. Da die Berührungspunkte von zwei Doppeltangentenpaaren einer Gruppe G auf einem Kegelschnitte liegen, so lässt sich stets eine Funktion K zweiter Ordnung in den Coordinaten eindeutig so bestimmen, dass für $t_1 . t_2 = 0$ und $t_3 . t_4 = 0$ als den Gleichungen von zwei Paaren einer Gruppe C identisch gilt:

$$t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \cdot t_4 - K^2 = \varrho \cdot C \tag{35}$$

wo ϱ eine Constante ist. Es ist dann für τ als variabeln Parameter,

$$t_1 \, t_2 \, \tau^2 + 2 K \cdot \tau + t_3 \, t_4 = 0 \tag{36}$$

die Gleichung eines Systems von Berührungskegelschnitten, zu welchem auch die 4 übrigen Paare der Gruppe G gehören. Zu jeder Gruppe G gehört also ein bestimmtes System. In jedem derselben gibt es 12 Kegelschnitte, welche die Curve C in einem Punkte P vierpunktig und in zwei andern Q, R zweipunktig berühren. Die Punkte P sind die Schnittpunkte von C mit G_3. Solche Punkte P sind also z. B. die Schnittpunkte von C mit den Seiten uud den Halbirungslinien der Winkel des Coordinatendreiecks.

Aus Gl. 35) folgt ferner identisch:

$$t_1 (t_2 t_3 t_4 - 2K . s + t_1 s^2) - (K - t_1 s)^2 \equiv t_1 t_2 t_3 t_4 - K^2 \equiv \varrho C. \tag{37}$$

Ist dann s ein linearer Ausdruck in den Coordinaten, so ist

$$t_2 \, t_3 \, t_4 - 2 Ks + t_1 \, s^2 = 0 \tag{38}$$

die Gleichung einer Curve dritter Ordnung, welche die Curve C nebst der Doppeltangente t_1 in den Punkten berührt,

in welchen sie von dem Kegelschnitte

$$K - \mathfrak{t}_1 \cdot s = 0 \tag{39}$$

geschnitten wird. Da s drei willkürliche Constanten enthält, so ergibt sich durch Variation derselben aus 38) die Gleichung eines dreifach unendlichen Systems von Berührungscurven dritter Ordnung, welche nach 39) der Doppeltangente $\mathfrak{t}_1$ in der Art zugeordnet sind, dass ein beliebiger Kegelschnitt durch die Berührungspunkte von $\mathfrak{t}_1$ die Curve C in 6 Punkten schneidet, in welchen sie von einer Curve des Systems 38) berührt wird.

Solcher Systeme gibt es also 28. Wählt man speziell g_0 als charakterisirende Doppeltangente, so werden die Kegelschnitte 39) zu *Kreisen*. Also: *Irgend ein Kreis schneidet die Curve C ausser in den unendlich fernen Kreispunkten in sechs weitern Punkten, in welchen sie von einer bestimmten Curve dritter Ordnung berührt wird.*

Um auf andere Systeme von Berührungscurven dritter Ordnung zu kommen, setzen wir in 18) $\mu' = 0$, $\mu'' = \mu_1$, dann wird:

$$g_2\, g_3\, \mathfrak{t}_{11}\, \mathfrak{t}_{12} - \left(\frac{f}{l} \cdot \mu_1 + g_2\, g_3\right)^2 \equiv \mu_1^2 \cdot C\,.$$

Da nun nach 6)

$$\frac{f}{l} \cdot \mu_1 \equiv \frac{1}{2} (\mathfrak{t}_{11}\, \mathfrak{t}_{12} - g_0\, g_1\, \mu_1^2 - g_2\, g_3) \text{ ist,}$$

so wird:

$$4\, \mu_1^2\, C \equiv 2\, g_2\, g_3\, \mathfrak{t}_{11}\, \mathfrak{t}_{12} + 2\, \mu_1^2\, \mathfrak{t}_{11}\, \mathfrak{t}_{12}\, g_0\, g_1 + 2\, \mu_1^2\, g_0\, g_1\, g_2\, g_3 - \\ - g_2^2\, g_3^2 - \mathfrak{t}_{11}^2\, \mathfrak{t}_{12}^2 - \mu_1^4\, g_0^2\, g_1^2$$

Oder:

$$-4\, \mu_1^2 \,.\, C \equiv \begin{vmatrix} 0 & \mu_1\, g_0\,, & g_2\,, & \mathfrak{t}_{11} \\ \mu_1\, g_0\,, & 0\,, & \mathfrak{t}_{12}\,, & g_3 \\ g_2\,, & \mathfrak{t}_{12}\,, & 0\,, & \mu_1\, g_1 \\ \mathfrak{t}_{11}\,, & g_3\,, & \mu_1\, g_1\,, & 0 \end{vmatrix} \tag{40}$$

Diess ist Gleichungsform der Curve vierter Ordnung, welche Hesse seinen Untersuchungen zu Grunde gelegt hat. Bezeichnet man nach 30) die Doppeltangenten von C durch die Symbole des Hesse'schen Algorithmus und wendet auf die Determinante 40) zweiseitige Substitutionen von der Form (1234 . 5678) an, welche darin bestehen, dass man ein Symbol von zwei Zeichen einer Gruppe (z. B. 12) ersetzt durch das Symbol (34) der andern beiden Zeichen, während man ein Symbol von zwei Zeichen aus beiden Gruppen (z. B. 15) unverändert lässt, so erhält man aus 40) noch 35 weitere Determinantendarstellungen, die, wie Hesse gezeigt hat, von einander unabhängig sind, d. h. nicht durch lineare Substitutionen in einander übergeführt werden können. Ist dann D eine dieser Determinanten, $\binom{\alpha}{\alpha}$ die mit 4 Grössen α_i geränderte, $\binom{\alpha}{\gamma}$ die mit 4 Grössen α_i und 4 Grössen γ_i vertikal und horizontal gesäumte, und endlich $\binom{\alpha\gamma}{\alpha\gamma}$ die mit dem doppelten Saum der α_i und γ_i versehene Determinante, so gilt identisch[1]):

$$\binom{\alpha}{\alpha} \cdot \binom{\gamma}{\gamma} - \binom{\alpha}{\gamma}^2 = \binom{\alpha\ \gamma}{\alpha\ \gamma} \cdot D. \qquad 41)$$

$D = 0$ ist die Gleichung der Curve C, $\binom{\alpha}{\alpha} = 0$ und $\binom{\gamma}{\gamma} = 0$ die Gleichungen von zwei Curven dritter Ordnung, welche die Curve C, sowie den Kegelschnitt von der Gleichung $\binom{\alpha\ \gamma}{\alpha\ \gamma} = 0$ in den Punkten berühren, in welchen sie von der Curve dritter Ordnung $\binom{\alpha}{\gamma} = 0$ geschnitten werden.

[1]) Hesse, Crelle's Journal t. 49. pag. 243. Vergl. auch .lmon-Fiedler, „Höhere moderne Algebra". 2. Aufl. pag. 42.

Von den 4 Constanten α_i resp. γ_i kann jeweilen eine durch Division gleich der Einheit gemacht werden. Lässt man die andern variiren, so stellt also 41) die Gleichung eines dreifach unendlichen Systems von Berührungscurven dritter Ordnung dar, von einer von den durch 38) gegebenen verschiedenen Art. Solcher Systeme erhält man also 36, was mit den 28 aus 38) erhaltenen zusammen 64 ausmacht. Da die Curven $\binom{\alpha}{\alpha} = 0$ und $\binom{\gamma}{\gamma} = 0$ ausser C noch den Kegelschnitt $\binom{\alpha\,\gamma}{\alpha\,\gamma} = 0$ berühren, so erhält man, im Falle jede derselben in drei Gerade zerfällt, 6 Doppeltangenten, welche ein Brianchon'sches Sechsseit bilden. Solcher Sechsseite findet man, wie Hesse gezeigt hat, 1008. Aus den Curven des Systems 38) ergeben sich bei Zerfallen in Gerade Pascal'sche Sechsecke, deren Anzahl 5040 beträgt. Dieselben können im vorliegenden Fall unter Anwendung des Hesse'schen Algorithmus sofort angegeben werden[1]).

§ 8.

Zum Schlusse soll nun noch angegeben werden, wie für eine gegebene Curve C die Doppeltangenten nebst den Berührungspunkten construirt werden können. Wir denken uns den Werth von λ bestimmt dadurch, dass wir eine beliebige Tangente

$$uX + vY + wZ = 0$$

des Kegelschnitts

$$K_1 \equiv (b^2 - c^2)\,u^2 - b^2\,v^2 + c^2\,w^2 = 0$$

---

[1]) S. die von Cayley in Salmon-Fiedler, „Höhere Curven" geg. Tabelle pag. 286.

als eine Doppeltangente von C, z. B.

$$\mathfrak{t}_{15} = 0 = kX + nY + pZ$$

festsetzen; dadurch wird nämlich die Grösse $\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)$ eindeutig bestimmt, also auch die Curve C. Mit $\mathfrak{t}_{15}$ sind zugleich auch $\mathfrak{t}_{16}$, $\mathfrak{t}_{17}$ und $\mathfrak{t}_{18}$ gegeben als zweite Tangenten an den Kegelschnitt K_1 aus den Schnittpunkten der Seiten des Fundamentaldreiecks mit $\mathfrak{t}_{15}$. Zur weitern Construction benützen wir folgenden Satz:

Durch die Scheitel von zwei Paaren $t_1\, t_2$, $t_3\, t_4$ einer Steiner'schen Gruppe G, gehn die Diagonalen der 16 Vierseite, welche man erhält, indem man jedes der vier übrigen Paare der Gruppe $t_1\, t_3$, $t_2\, t_4$ mit jedem der vier übrigen Paare der Gruppe $t_1\, t_4$, $t_2\, t_3$ combinirt.[1])

Gemäss diesem Satze gehn die Diagonalen der Vierseite, gebildet aus den Paaren $g_0\, g_2, g_1\, g_3$ mit den Paaren $\mathfrak{t}_{15}\, \mathfrak{t}_{18}, \mathfrak{t}_{16}\, \mathfrak{t}_{17}$ durch die Scheitel der Paare $\mathfrak{t}_{25}\, \mathfrak{t}_{28}, \mathfrak{t}_{26}\, \mathfrak{t}_{27}$, welche zudem noch auf der Seite $X = 0$ des Fundamentaldreiecks liegen müssen, also mehrfach bestimmt sind. Legt man von diesen Punkten aus Tangenten an den Kegelschnitt

$$K_2 \equiv (c^2 - a^2)\, v^2 - c^2 w^2 + a^2 u^2 = 0\,,$$

so sind diess die Doppeltangenten $\mathfrak{t}_{25}, \mathfrak{t}_{28}, \mathfrak{t}_{26}, \mathfrak{t}_{27}$. Dieselben sind entweder alle reell oder alle imaginär, je nachdem die obigen Scheitel innerhalb oder ausserhalb des Kegelschnitts K_2 fallen. Auf analoge Weise construirt man die Doppeltangenten $\mathfrak{t}_{35}, \mathfrak{t}_{36}, \mathfrak{t}_{37}, \mathfrak{t}_{38}$ als Tangenten des Kegelschnitts

$$K_3 \equiv (a^2 - b^2)\, w^2 - a^2 u^2 + b^2 v^2\,.$$

---

[1]) Vergl. Salmon-Fiedler, Höhere Curven, pag. 281.

Haben die bisherigen Constructionen überall auf reelle Lösungen geführt, so sind nun die durch die Ecken des Fundamentaldreiecks gehenden Doppeltangenten entweder alle reell oder alle imaginär. Um sie zu construiren bemerken wir, dass durch die Scheitel der Paare $g_0\, t_{15}$, $g_1\, t_{16}$ die Diagonalen der Vierseite gehn, welche die Paare $t_{11}\, t_{12}$, $t_{13}\, t_{14}$ mit den Paaren $t_{26}\, t_{36}$, $t_{27}\, t_{38}$ bilden (27) u. (28). Zieht man nun z. B. durch den Scheitel von $g_0\, t_{15}$ Strahlen nach dem Paare $t_{26}\, t_{36}$, so entstehen auf t_{26} und t_{36} zwei perspektivische Reihen, die aus der Ecke A des Fundamentaldreiecks in zwei concentrischen projektivischen Büscheln projicirt werden. Da nun die Paare $t_{11}\, t_{12}$ und $t_{13}\, t_{14}$ harmonisch sind zu den Halbirungslinien des Winkels A, so construirt man sie also als gemeinschaftliche Paare der beiden projektivischen Büschel mit der durch die Halbirungslinien von A als Doppelstrahlen bestimmten Involution. Die Construction liefert entweder zwei reelle oder zwei imaginäre Paare. Auf ähnliche Weise erhält man die Paare $t_{21}\, t_{22}$, $t_{23}\, t_{24}$ resp. $t_{31}\, t_{32}$, $t_{33}\, t_{34}$. Sie lassen sich indessen auch linear aus den construirten Paaren ableiten. In der That ersieht man aus den drei Gruppen:

$$t_{11}\, t_{13}\ ,\ t_{21}\, t_{23}\ ,\ t_{12}\, t_{14}\ ,\ t_{22}\, t_{24}\ ,\ t_{31}\, t_{33}\ ,\ t_{32}\, t_{34}\ ;$$

$$t_{11}\, t_{21}\ ,\ t_{13}\, t_{23}\ ,\ g_1\, t_{35}\ ,\ g_2\, t_{36}\ ,\ t_{16}\, t_{25}\ ,\ t_{17}\, t_{27}\ ;$$

$$t_{11}\, t_{23}\ ,\ t_{13}\, t_{21}\ ,\ g_0\, t_{37}\ ,\ g_1\, t_{38}\ ,\ t_{15}\, t_{28}\ ,\ t_{18}\, t_{26}\ ,$$

dass die Diagonalen der Vierseite des Paares $t_{12}\, t_{14}$ mit den Paaren $g_1\, t_{35}$, $g_2\, t_{36}$, $t_{16}\, t_{25}$, $t_{17}\, t_{27}$ durch die Scheitel der Paare $t_{11}\, t_{23}$, $t_{13}\, t_{21}$ gehn, wodurch also t_{23} und t_{21} bestimmt sind, also auch t_{22} und t_{24}. In entsprechender Weise erhält man die Doppeltangenten t_{31}, t_{32}, t_{33}, t_{34} linear aus den übrigen.

Um endlich noch die Berührungspunkte der Doppeltangenten mit C zu construiren, gehn wir zurück zu Gl. 18), welche wir in die Form bringen können:

$$M_1 \cdot M_2 - M_{12}^2 \equiv (\mu' - \mu'')^2 \cdot C\,,$$

wo:

$$M_1 \equiv g_0 g_1 \mu'^2 + 2\frac{f}{l} \cdot \mu' + g_2 g_3\,;$$

$$M_2 \equiv g_0 g_1 \mu''^2 + 2\frac{f}{l} \cdot \mu'' + g_2 g_3\,;$$

$$M_{12} \equiv g_0 g_1 \mu' \mu'' + \frac{f}{l}(\mu' + \mu'') + g_2 g_3\,,$$

so dass also:

$$M_1 + M_2 - 2M_{12} \equiv (\mu' - \mu'')^2 \cdot g_0 g_1$$

oder

$$M_1 - 2M_{12} \equiv (\mu' - \mu'')^2 \cdot g_0 g_1 - M_2 \equiv M' \text{ ist.} \qquad 42)$$

Der Kegelschnitt M' geht durch die Schnittpunkte von M_1 mit M_{12} d. h. durch die Berührungspunkte von M_1 und ferner durch die Schnittpunkte von $g_0 g_1$ und M_2, welche als beliebige Kegelschnitte der Reihen gelten können.

Wir haben demnach:

Die Berührungspunkte eines beliebigen Kegelschnittes der Reihe, deren Enveloppe C ist, und die Schnittpunkte von zwei beliebigen andern Kegelschnitten der Reihe liegen auf ein und demselben Kegelschnitt.

Daraus folgt weiter:

In einer Steiner'schen Gruppe G liegen die Berührungspunkte eines Paares mit den Schnittpunkten von zwei andern Paaren auf einem und demselben Kegelschnitt.

Kennt man also die Berührungspunkte einer Doppeltangente t_1 eines Paares $t_1\,t_2$, so geht durch dieselben

und die Schnittpunkte von zwei beliebigen Paaren der durch t_1 t_2 bestimmten Gruppe G ein bestimmter Kegelschnitt, der auf t_2 die Berührungspunkte mit C ausschneidet. Nun kennen wir aber die Berührungspunkte von g_0, g_1, g_2, g_3, also lassen sich diejenigen der übrigen mit Zirkel und Lineal finden, wie schon früher bemerkt wurde. Am einfachsten wird die Construction, wenn man g_0 als die eine Doppeltangente des Paares wählt, indem dann alle Hülfskegelschnitte zu *Kreisen* werden. g_0 kommt in 27 Gruppen G vor. Die 5 Paare jeder Gruppe, welche g_0 nicht enthalten, lassen sich 10 mal zu zweien combiniren, also hat man:

Die Curve C besitzt ausser der unendlich fernen Geraden der Ebene noch 27 im Endlichen gelegene Doppeltangenten. Dieselben schneiden sich in 351 Punkten, welche in einer bestimmten Weise 270 mal zu je vieren auf einem Kreise liegen. Je 10 dieser Kreise schneiden sich in den Berührungspunkten einer und derselben Doppeltangente.

Wendet man diesen Satz auf die Paare $g_2 g_3$, t_{11} t_{12} an, so erhält man folgenden elementaren Satz:

Verbindet man in einem Dreieck ABC die Mitte der Seite BC mit den Mitten der beiden andern Seiten durch die Geraden g_2, g_3 und zieht aus der Ecke A zwei Gerade t_{11} t_{12}, welche mit den Seiten AB, AC verkehrt gleiche Winkel bilden, so schneiden sich diese Geradenpaare in vier Punkten eines Kreises. Der Mittelpunkt dieses letztern liegt auf dem aus A auf BC gefällten Höhenperpendikel. Aendert man die Strahlen aus A, so bilden alle solchen Kreise einen Kreisbüschel, der die Verbindungslinie g_1 der Mitten von AB und AC zur gemeinsamen Potenzlinie hat.

Die Berührungspunkte sämmtlicher 28 Doppeltangenten liegen nach 18) auf bestimmte Weise zu je 8 auf einem Kegelschnitt, deren im Ganzen $\frac{63 \cdot 15}{3} = 315$ vorhanden sind. Diejenigen, welche durch die Berührungspunkte von g_0 gehn, sind *Kreise*, von denen es $\frac{27 \cdot 5}{3} = 45$ gibt. Man hat also:

Die Berührungspunkte der 27 im Endlichen gelegenen Doppeltangenten von C liegen auf bestimmte Weise 45 mal zu je sechs auf einem Kreise.

Notizen.

Zusätzliche Bemerkungen zu „Geometrische Mittheilungen V“. In Art. 18 der vorgenannten Abhandlung p. 241 f. habe ich den Einfluss erläutert, welchen die Parallelverschiebung der Bildebene nach ihren Normalen auf die Darstellung des Kegelschnittes ausübt, in dem sich zwei orthogonale Rotationskegel durchdringen, deren Axen zur Bildebene normal sind; ich habe aber dort in Ermangelung einer zugehörigen Figur, für welche die beigegebene Tafel keinen Raum bot, und um die Abhandlung nicht noch mehr zu verlängern, die ohnediess den vorgesteckten Umfang überschritt, mich mit dem nächstliegenden Hauptresultate begnügt, der Existenz unendlich vieler Paare von Grundkreisen des Kegelschnittes, welche constante Differenz oder Summe der Radien besitzen. Auf einiges weitere dahin Gehörige hätte ich mich sehr gern bei den literarischen Parallelen am Schluss der Abhandlung bezogen; und weil ich glaube, dass es durch die Anknüpfung an die vorhandenen Figuren hinreichend deutlich gemacht werden kann, so benutze ich die Gelegenheit, dasselbe mit einigen weitern Anmerkungen nun doch hier nachzutragen.

Man hat gesehen, dass die erzeugenden Kreise des Kegelschnittes zu einem Kreise (O^* mit dem Mittelpunkt J in Fig. 10 u. 11 der Tafel) orthogonal sind, wenn durch denselben ein einfaches orthogonales Rotationshyperboloid geht, das die Bildebene zur Hauptebene hat (O^* ist sein Kehlkreis oder sein Querschnitt in dieser Ebene). In Folge dessen sind die Radien der erzeugenden Kreise zugleich die Längen der vom Punkte (P') des Kegelschnittes an diesen Kreis (O^*) gehenden Tangenten. Weil sie aber auch die normalen Abstände der zugehörigen Kegelschnittpunkte (P) von der Bildebene sind und diese bei einer Verschiebung derselben nach ihren Normalen unveränderliche Differenz oder Summe behalten für zwei beliebige Punkte (P_1, P_2) des Kegelschnittes, nämlich (Art. 18) die Radiendifferenz oder Radiensumme der Leitkreise je nach der Lage der Spitzen der durch den Kegelschnitt gehenden beiden orthogonalen Rotationskegel zur Bildebene; und weil ferner der besagte Kehlkreis des Netzhyperboloids, dem der Kegelschnitt angehört, in seiner Eigenschaft als Umriss des Hyperboloids das Bild des Kegelschnittes in der Spur (s) seiner Ebene doppelt berührt und bei der bezeichneten Verschiebung der Bildebene sich sammt der Spur der Ebene ändert, ohne diese Eigenschaft zu verlieren, so hat man den Satz von der constanten Differenz oder Summe der Tangenten von den Punkten eines Kegelschnittes an zwei Kreise, welche denselben doppelt berühren, dessen meisterliche Ausführung als einer neuen Methode der Erzeugung der Kegelschnitte die Abhandlung von J. Steiner im 45. Bande von „Crelle's Journal“ p. 189–211 (1852) enthält, der eine zweite „Allgemeine Betrachtung über einander doppelt berührende Kegelschnitte“ p. 212–224 angeschlossen ist.

In Erinnerung an den dort gewählten Entwickelungsgang nach den Werthen der Differenz oder Summe der Tangentenlänge und an das Auftreten der innern oder äussern Tangenten der beiden gegebenen Kreise, wenn der bezügliche Werth mit der Länge von jenen oder diesen zwischen den Berührungspunkten übereinstimmt, will ich anmerken, dass diese Wahrnehmung sofort zu dem Satze führt, der das eine Hauptstück in der Steiner'schen Construction des Malfatti'schen Pro-

blems bildet: Wenn die Kreise so liegen, dass drei der ihnen in Paaren gemeinsamen Tangenten durch einen Punkt gehen, so gehen immer auch die drei andern durch einen Punkt. Die Verbindungslinien der Berührungspunkte des Kegelschnittes mit zweien seiner doppelt berührenden Kreise sind die von Steiner a. a. O. (p. 197 f.) als Wechselsehnen benannten Geraden mit der doppelten Eigenschaft, dass sie in den Kreisen gleiche Sehnen bilden und dass diese Kreise vom Schnittpunkt der zugehörigen Tangenten oder den Wechselschnitten aus unter gleichen Winkeln erscheinen; der Ort der Wechselschnitte ist somit der Kreis des Büschels der gegebenen Kreise, der durch ihre Aehnlichkeitspunkte geht, und die Enveloppe der Wechselsehnen die Parabel, welche ihre vier gemeinsamen Tangenten bestimmen. Diese Doppeleigenschaft bildet die andere Grundlage der Steiner'schen Construction des Malfatti'schen Problems. Beide gelten auch für die Kreise auf der Kugel.

Es ist ersichtlich, dass die Tangenten von den Punkten des Kegelschnittbildes an den Kehlkreis des Netzhyperboloides die Bilder der geradlinigen Erzeugenden (beider Regelschaaren) des Letzteren sind, welche von den Punkten des Kegelschnitts selbst ausgehen (die Ebenen dieser Paare haben die zugehörigen Berührungssehnen im Kehlkreis zu Spuren und diese beiden umhüllen somit einen neuen Kegelschnitt, der den Kehlkreis in denselben beiden Punkten mit dem Bilde des gegebenen berührt, etc.); somit auch, dass die betrachteten Tangentenlängen in der Bildebene durch Vergrösserung im Verhältniss $1:\sqrt{2}$ die Längen der geraden Erzeugenden des Netzhyperboloides von den Punkten des Kegelschnitts bis zum Kehlkreis selbst liefern, so dass die ausgesprochene Relation constanter Differenz oder Summe auf diese letzten übergeht.

Wenn die Bildebene durch die Spitze M_2 des einen der beiden sich durchdringenden orthogonalen Rotationskegel geht, so fällt das Netzhyperboloid mit diesem und sein Kehlkreis mit der Spitze M_2 zusammen, diese ist der eine Brennpunkt und die entsprechende Spur s die zugehörige Directrix oder Berührungssehne; man hat die bekannte allgemeine Definition der Brennpunkte und sieht den Weg zur Erweiterung der fun-

damentalen Eigenschaft der Brennpunkte zu der der doppelt berührenden Kreise anschaulich vorgezeichnet.

Zieht man aber weiter für den Berührungspunkt des Kegelschnittbildes mit einem doppelt berührenden Kreise (O^* Fig. 10) die Radienvectoren (die Geraden nach M_1', M_2') und den Radius dieses Kehlkreises (also nach J), so ist der letzte die Halbirungslinie des einen Winkels der ersten, und wenn man durch den betrachteten Berührungspunkt und die Brennpunkte (aus einem Punkte der Nebenaxe des Kegelschnittbildes) den Kreis legt, so wird derselbe von dem bezeichneten Kehlkreisradius in dem einen Punkte der Nebenaxe (oder mit einer zur Hauptaxe des Kegelschnittbildes parallelen Tangente) geschnitten. Bedenkt man dann, dass die Leitkreise constante Differenz oder Summe der Radien haben und dass der Kehlkreis ein zugehöriger Potenzkreis ist (Art. 14, Art. 4 der Abh.), so tritt die Fragestellung einer andern berühmten und mit der eben erwähnten in der That eng verbundenen Steiner'schen Abhandlung in den Kreis unserer Anschauung ein, nämlich der im 37. Bd. des „Crelle'schen Journals" enthaltenen „Elementare Lösung einer geometrischen Aufgabe und über einige damit in Beziehung stehende Eigenschaften der Kegelschnitte", p. 161—192. (1847).

In Art. 5 p. 223 meiner Abhandlung ist die Darstellung der Ebene oder das durch drei Kreise bestimmte zweifach unendliche System von Kreisen mit einerlei Aehnlichkeitsaxe behandelt und gezeigt, wie die drei Kreise von den drei Centren M_1, M_2, M_3 drei Paare zur Bildebene orthogonalsymmetrischer Punkte 11*, 22*, 33* und damit vier Paare zu ihr orthogonalsymmetrischer Ebenen bestimmen, deren Spuren die vier Aehnlichkeitsaxen der Kreise sind. Sind A_1 und J_1 die Aehnlichkeitspunkte der Kreise M_2 und M_3, A_2 und J_2 die von M_3, M_1 und A_3, J_3 von M_1, M_2, so sind s_0 oder $A_1\ A_2\ A_3$ die Spur von 123 und 1*2*3*, s_1 oder $A_1\ J_2\ J_3$ die Spur von 1*23 und 12*3*, s_2 oder $J_1\ A_2\ J_3$ die von 12*3 und 1*23* und s_3 oder $J_1\ J_2\ A_3$ die von 123* und 1*2*3. Die Anschauung dieser vier Ebenenpaare giebt aber sofort durch die Betrachtung ihrer Schnittlinien ausserhalb der Bildebene den Satz: Die drei Paare gerader Verbindungslinien der Mittelpunkte der drei Kreise

mit den Aehnlichkeitspunkten der jedesmaligen beiden andern sind die sechs Seiten eines vollständigen Vierecks oder sie schneiden sich viermal zu drei in einem Punkte. Denn z. B. die Geraden $M_1\ J_1$, $M_2\ J_2$, $M_3\ J_3$ sind die Bilder der Schnittlinien von jedesmal zwei Ebenenpaaren, nämlich die erste von 12*3, 123* und 1*23*, 1*2*3 oder kürzer von 2*, 3*, 2, 3, die zweite ebenso von 3*, 1*, 3, 1 und die dritte von 1*, 2*, 1, 2, d. h. sie schneiden sich in dem Punkte S'_0, der die zur Bildebene orthogonalsymmetrischen Punkte S_0 und S_0^* repräsentirt, von denen der erste der Schnittpunkte der drei Ebenen 3*, 1*, 2* und der letzte der Schnittpunkt der Ebenen 3, 1, 2 ist. Analog für die drei andern Punkte S_1', wo sich $M_1\ J_1$, $M_2\ A_2$, $M_3\ A_3$; S_2', wo sich $M_1\ A_1$, $M_2\ J_2$ und $M_3\ A_3$; S_3', wo sich $M_1\ A_1$, $M_2\ A_2$, $M_3\ J_3$ respective durchschneiden. Aus meiner Ableitung ersieht man, dass die acht so gefundenen Punkte als einfache Schnittpunkte des Systems der acht Ebenen, zusammen mit den sechs Aehnlickkeitspunkten als vierfachen und den sechs gegebenen Punkten als ebenfalls vierfachen Schnittpunkten die Gesammtzahl ihrer 56 Schnittpunkte liefern. Der ergänzende Gegensatz des Vierseits der Aehnlichkeitsaxen und des Vierecks dieser Punkte ist offenbar; jenes hat die Centrallinien der drei Kreise in Paaren zu seinen Diagonalen, dieses die Centra zu Diagonalpunkten oder beide haben dasselbe Diagonal-Tripel. Der anschauliche Beweis zeigt auch, dass die sechs Gruppen von je vier Punkten in gerader Linie $S_0'\ S_1'\ J_1\ M_1$, $S_0'\ S_2'\ J_2\ M_2$, $S_0'\ S'_3\ J_3\ M_3$, $S_2'\ S_3'\ A_1\ M_1$, $S_3'\ S_1'\ A_2\ M_2$, $S_1'\ S_2'\ A_3\ M_3$ harmonische Gruppen sind, weil $S_0\ S_1$ durch M_1, $S_1\ S_3$ durch M_2 gehen, etc. Die Geraden s_i sind die Harmonikalen der Punkte S_i' in Bezug auf das Dreieck der Centra $M_1\ M_2\ M_3$. Man erhält daraus ebenso unmittelbar die Evidenz der in Steiner's „Geometrische Constructionen" p. 58 unter II gemachten Bemerkung über ähnlich liegende Punkte. Denn wenn man durch die Punkte 1, 2, 3, 1*, 2*, 3* gerade Linien von einerlei Richtung bis zur Bildebene zieht, so sind ihre Fusspunkte in dieser P_1, P_2, P_3, P_1^*, P_2^*, P_3^* solche ähnlich liegende Punkte; $P_1\ P_1^*$, $P_2\ P_2^*$, $P_3\ P_3^*$ mit M_1, M_2, M_3 respective als den Mittelpunkten ihrer Strecken; ferner $P_1\ P_2$ und $P_1^*\ P_2^*$ mit A_3, $P_2\ P_3$ und $P_2^*\ P_3^*$ mit A_1, $P_3\ P_1$ und $P_3^*\ P_1^*$ mit

A_2, $P_1\,P_2^*$ und $P_1^*\,P_2$ mit J_3, $P_2\,P_3^*$ und $P_2^*\,P_3$ mit J_1 und $P_3\,P_1^*$, $P_3^*\,P_1$ mit J_2 respective in gerader Linie. Man erhält also z. B. aus P_1, P_2 die Punkte P_3 und P_3^* als Schnittpunkte der Paare von Geraden $P_1\,A_2$, $P_2\,A_1$ uud $P_1\,J_2$, $P_2\,J_1$, etc.

Man kann diese Ergebnisse als Theile einer Analyse des Dreiecks im Sinne meiner Abbildung bezeichnen. Vier beliebige Kreise der Bildebene führen zur analogen Analyse des Vierecks, etc.; im Falle des Vierecks treten an Stelle der vier Paare orthogonalsymmetrischer Ebenen von vorher acht Paare orthogonalsymmetrischer Vierecke, beim Fünfeck sechzehn Paare orthogonalsymmetrischer Fünfecke, etc. Sämmtlich als vollständige Vielecke im Raum, also mit $(n-1)$ kantigen Ecken $(n-2)$ flächigen Kanten und mit $\frac{1}{6}\,n\,(n-1)\,(n-2)$ Flächen. Man ist somit auf die Theorie der perspectivischen Raumfiguren und auf die der vollständigen n Ecke und n Flache geführt. Schon die Analyse des Vierecks bietet Neues dar, worauf ich für diesmal nicht eingehen kann.

Die Frage nach den Kreisen des ebenen Systems M,s, die durch einen Punkt gehen, und nach denen, die einen Kreis berühren, führt wieder auf die Kegelschnitt-Theorie, die ich entwickelte; die nach den eine Gerade berührenden Kreisen auf zwei Reihen mit einerlei Aehnlichkeitspunkt; etc.

Die bestimmten Aufgaben oder die Construction der Kreise des Systems M, s durch zwei Punkte P_1, P_2, oder an zwei Gerade t_1, t_2, oder an zwei Kreise K_1, K_2 und der Kreise des Systems mit den Bedingungen P, t oder t, K oder K, P bringen die Construction der Schnittpunkte einer Geraden mit dem Kegelschnitt, etc. Die Beachtung der möglichen Vertauschungen zwischen M und den K, und zwischen s und den t — vierzehn zusammen — liefert hier wie bei den Aufgaben über die lineare Reihe Ergebnisse von Interesse.

Wenn sodann in Art. 7 p. 225 kurz von der bezüglichen Darstellung des allgemeinen Kegels vom zweiten Grade gehandelt wird, so ist ersichtlich, dass damit die Durchdringungscurven von zwei solchen Kegeln, die Raumcurven dritter Ordnung und die Raumcurve vierter Ordnung erster Art, etc. in die betrachtete Darstellungsform eingehen. Sie erzeugen Kreis-

reihen (Art. 12) besonderer Art und diese liefern zugehörige Umhüllungscurven; so führt die betrachtete Methode der Abbildung auf neue Probleme. Von der gleichseitigen zur Bildebene orthogonalsymmetrischen Hyperbel und dem analogen Linienpaar mit dem reellen oder imaginären Punkte- resp. Linien-Paar als Enveloppe der darstellenden Kreise hat der Kegelschnitt, dessen Hauptaxe die Falllinie seiner Ebene ist, zum Paar der Kreise als Enveloppe seiner erzeugenden Kreise geführt; man sieht, welche speciellen Fälle noch zu betrachten sind und gelangt zum allgemeinen Falle und weiter. Ebenso sind von den Flächen und ihren Bildern, den zweifach unendlichen Systemen von Kreisen (Art. 5) nur die Ebene, die gleichseitigen Rotationshyperboloide mit der Bildebene als Hauptebene und die gleichseitigen Rotationskegel mit zur Bildebene normaler Axe zur Erörterung gekommen — weil die gleichseitige Hyperbel, die dem Kreis an Einfachheit analoge unter den Curven zweiten Grades, zu ihnen führt.

Weil aber die Einsicht in alle Ergebnisse der in Rede stehenden Anschauung sehr erleichtert werden kann durch zweckmässige Darstellung, so will ich noch anmerken, dass die bequemste Darstellung des stereometrischen Sachverhalts in Verbindung mit dem ebenen Bilde durch die schiefe Axonometrie geleistet wird, wenn man die drei zu einander rechtwinkligen Axen OX, OY, OZ (in gewissen Fällen mögen auch OX, OY schiefwinklig zu einander sein) so projicirt voraussetzt, dass die Bilder von OX und OY parallel den Originalen und also den wahren Längen gleich sind, indess das Bild von OZ in beliebiger Richtung und Verjüngung erscheint. Denkt man die Ebene XOY als Bildebene, so erscheinen die Kreise unserer Darstellung durchweg als Kreise mit ihren wahren Radien und die zu ihnen in festem Verhältniss stehenden Coordinaten z liefern die Bilder der durch sie repräsentirten Punkte.

[W. Fiedler].

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

A. Sitzung vom 8. Nov. 1880.

1. Vorlage eingegangener Bücher durch Herrn Dr. Horner.

A. Geschenke.

Von dem Friesischen Fond.

Topographische Karte der Schweiz. Lief. 16.

Vom Verfasser.

Choffat, P. Etudes stratigraphiques etc. des terrains Jurassiques du Portugal.

Von Prof. Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift f. wissensch. Zoologie XXXIV. 3. 4.

Von Hrn. Prof. R. Wolf.

Wolf, Prof. R. Das Schweizerische Polytechnikum. 4. Zürich 1880.

Vom Eidg. Baubureau.

Geschäftsbericht 7. 8.
Rapport mensuel sur les travaux du S. Gothard. 91—93.
Hydrometrische schweiz. Beobacht. 1880. Jan.—Juni.

Vom Verfasser.

Burnham, S. W. Report of observations on Mt Hamilton. 4. Chicago.

Vom Verfasser.

Regel, E. Acta horti Petropolitani. T. VI. 2. 8. S. Petersburg 1880.

Vom Verfasser.

Plantamour. Remarques sur le rapport sur l'écoulement du Rhône.

Vom Verfasser.

Heim, A. Ueber die Erosion im Gebiete d. Reuss.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Proceedings of the Royal society. Vol. XXVII—XXIX. 196.
Catalogue of scientific papers. Vol. VIII. Catalogue of members.

Smithsonian miscellaneous collections. Vol. 13—15.
Annual report of the board of regents of the Smiths. inst. 1877.
Tenth annual report of the U. S. geolog. and geogr. survey.
Miscellaneous publications. N° 11, birds of the Colorado valley. I.
Report of the commissioner of agriculture for 1877.
Jahresbericht 32 der Staatsackerbaubehörde.
Annual report of the U. S. entomological commission. 1. (1877).
Proceedings of the acad. of nat. sciences of Philadelphia. 1878.
Bulletin of the U. S. geolog. and geogr. survey. IV u. V. 1.
Annals of the New York academy of sciences. Vol. I. 1—9.
Bulletin of the Essex Institute. X.
Proceedings of the Boston society of nat. hist. XIX. 3. 4. XX. 1.
Memoirs of the Boston soc. of nat. hist. Vol. III. Part. I, 1, 2.
Bulletin of the Essex Institute. Vol. X.
Jahrbuch d. geolog. Reichsanstalt. XXX. 2. 3. Verhandl. 6—11.
Sitzungsberichte d. Akad. d. W. in Wien. Abth. I. LXXIX. 1—5. LXXX. 1.—5.
Abth. II. LXXIX. 4. 5. LXXX. 1—5. LXXXI. 1—3.
Abth. III. LXXX. 1—5. LXXXI. 1—3.
Jahrbücher der k. k. Centralanst. f. Meteorol. Bd. 15. 16.
Abhandlungen vom naturw. Verein zu Hamburg. VII. 1.
Verhandlungen d. naturw. Vereins v. Hamburg-Altona N. F. 4.
Greenwich observations. 1877. London.
Results of astronom. observations of the royal observ. of Good Hope. 1876. London.
Acta soc. scientiarum Fennicae. T. XI.
Memoirs of the geolog. survey of India. Vol. I. 1.
Memoirs of the U. S. geological survey. Vol. XII.
Transactions scientific. of the R. Dublin soc. New series. Vol. I. I—XI. II. I. 1. 2.

C. Durch Anschaffung.

Cantor, M. Vorlesungen u. Geschichte d. Mathematik. 1.
Abhandlungen zur Geschichte d. Mathematik. 3.
Laplace, Oeuvres. T. 3 et 4.
Martens, Conchologische Mittheilungen. I. 4.
Palaeontographica. XXVII. 1.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. X. 1. 2.
Denkschriften d. Akademie der Wissenschaften. 40. 42.

Transactions of the zool. soc. XI. 2.
Jahrbuch des Schweizer Alpenclub. Jhrg. 15.
Coaz, J. Die Lauinen der Schweizeralpen. 8. Bern 1881.
Jahresbericht ü. d. Fortschritte d. Chemie. 1878. 3. 1879. 1.
Schröter, H. Theorie d. Oberflächen zweiter Ordnung. 8. Leipz. 1880.
Schweiz. meteor. Beobacht. XV. 6. 7. XVII. 1. 2.
Connaissance des temps pour 1882.
Nova acta regia soc. scientiarum Upsaliensis. Vol. 10. 2.
Palaeontographica. Suppl. 8. 9.
Jahresbericht der naturf. Gesellsch. Graubündens. XXII.
Die Fortschritte d. Physik im J. 1875.

2. Herr Apotheker Lilienkron von Ringk wird einstimmig als Mitglied der Gesellschaft aufgenommen.

3. Die Herren Ganter, Mathematiker in Zürich, Wolfer, Assistent an der Sternwarte und Dr. Haab melden sich zur Aufnahme in die Gesellschaft.

4. Anknüpfend an einen früheren Vortrag gab Herr Prof. E. Schulze eine Uebersicht über die Resultate, welche aus den von Pfeffer, von Borodin und von ihm selbst ausgeführten Untersuchungen hinsichtlich der Beziehungen der stickstofffreien Substanzen zum Eiweissumsatz im Pflanzenorganismus sich ergeben haben. Es scheint, dass in den lebensthätigen Pflanzenzellen eine unaufhörliche Eiweisszersetzung stattfindet, dass die dabei entstehenden stickstoffhaltigen Zersetzungsproducte sich aber nur dann anhäufen, wenn es an gewissen stickstofffreien Substanzen fehlt, während sie rasch wieder zu Eiweiss regenerirt werden, sobald solche Stoffe in genügender Menge vorhanden sind. Welche stickstofffreien Stoffe eine solche Rolle spielen, lässt sich zwar nicht mit Sicherheit angeben; man kann aber vermuthen, dass es hauptsächlich die Glycosen (Trauben- und Fruchtzucker) sind, während andere Zuckerarten (z. B. der Rohrzucker) nicht in der gleichen Weise zu wirken vermögen. Ein Zuströmen von Glycose zu einem mit Eiweisszersetzungsproducten erfüllten Pflanzentheil hat aber nicht immer ein Verschwinden jener Produkte zur Folge, weil die Glycose häufig auch für andere Wachsthumszwecke

und Stoffbildungen verbraucht wird und dann der Eiweissbildung nicht zu Gute kommt. Der Vortragende zeigt, dass sich mit Hülfe dieser Vorstellungen die über das Auftreten und das Wiederverschwinden der Eiweisszersetzungsproducte in Keimpflanzen u. s. w. gemachten Beobachtungen zum grössten Theile verstehen lassen, wenn man nur daneben noch die Annahme macht, dass von den verschiedenen im Pflanzengewebe auftretenden Eiweisszersetzungsproducten manche (so z. B. das Asparagin) leichter der Rückverwandlung in Eiweiss entgehen, als andere. — Er weist ferner darauf hin, dass sich hier eine merkwürdige Analogie des pflanzlichen mit dem thierischen Stoffwechsel zu ergeben scheint. Wenn man schliesslich die Frage stellt, warum stickstofffreie Stoffe für die Rückverwandlung der Eiweisszersetzungsproducte in Eiweiss erforderlich sind, so lässt sich darauf eine bestimmte Antwort zur Zeit nicht geben, da wir über den Chemismus der im pflanzlichen Protoplasma sich abspielenden Vorgänge, welche zum Auftreten und zum Wiederverschwinden der Eiweisszersetzungsproducte in Beziehung stehen, noch keine genügenden Kenntnisse besitzen.

5. Herr Prof. Weber spricht in einer längeren Mittheilung über „die Theorie des Bell'schen Photophons", behält sich jedoch eine Mittheilung für spätere Zeit vor.

B. Sitzung vom 22. November 1880.

1. Vorlage eingegangener Bücher.

A. Geschenke.

Von dem Eidg. Baubureau.

Rapport mensuel sur la ligne du S. Gothard. 94.
Stapff. Geolog. Profil des St. Gotthard. Fol. Bern 1880.

Von Hrn. Prof. Wolf.

Vierteljahrsschrift d. naturf. Gesellsch. Zürich XXV. 3.
Hirsch, A. et E. Plantamour. Nivellement de précision de la Suisse. 4. Genève 1880.
Procès-verbal de la séance de la commission géodésique Suisse. Le 15 mai 1880. 8. Neuchâtel 1880.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Memoirs of the Boston society of natur. history III, I. 3.
Occasional papers of the Boston soc. of nat. hist. III. I. 3.
Bulletin of the Museum of comparative Zoology. Vol. VII.
Proceedings of the academy of nat. sciences. Part. XX. 3.
The transactions of the acad. of science of St. Louis. IV. 1.
Stettiner entomologische Zeitung. XLI. 7—9—12.
Vierteljahrsschrift d. astronom. Gesellschaft. XV. 1. 3.
Jahresbericht 8 d. Westfälischen Provinzial-Vereins f. Wissenschaft u. Kunst pro 1879.
Missouri historical society. 1. 2. 8°. St. Louis.
Correspondenzblatt des zoolog. Vereins in Regensburg. XXXIII.
Bulletin de la soc. I. des naturalistes de Moscou. 1880. 1.
Jahresbericht des Vereins f. Naturkunde z. Zwickau. 1879.
Jahresbericht d. Vereins f. Naturk. z. Braunschweig. 1879, 80.
Bericht des Vereins f. Naturkunde in Fulda. VI.
Annuario della società dei naturalisti in Modena. XIV. 3.
Zeitschrift d. deutschen geolog. Gesellschaft. XXXII. 1. 2.
Proceedings of the academy of nat. sc. of Philadelphia 1879. 1. 2.
Actes de la soc. Linnéenne de Bordeaux. XXXIII. 3.
Jahrbuch d. naturhist. Landesmuseums von Kärnten. XIV.
Proceedings of the R. zoolog. soc. 1880. 2.
Journal of the R. microscop. soc. III. 4—6.
Proceedings of the R. geogr. soc. Vol. II. 7. 10. 11.
Bericht 19 d. Oberhessischen Gesellsch. f. Natur u. s. w.
Mittheilungen d. Vereins f. Erdkunde zu Leipzig. 1879.
Zeitschrift d. Ferdinandeums f. Tirol u. Vorarlberg. III. 24.
Monatsberichte d. Akad. d. W. zu Berlin. 1880. 3—5. 6. 7. 8.
Jahresbericht d. phys. Vereins zu Frankfurt. 1878—79.
Berichte üb. d. Verhandl. d. naturf. Gesellsch. z. Freiburg. VII. 4.
The scientific proceeding of the R. soc. of Dublin. I. 1-3. II. 1-6.
Bericht d. naturwissenschaftlich-med. Ver. in Innsbruck. 1879.
Bulletin de la soc. des sciences de Neuchâtel. XII. 1.
Atti della società Toscana di scienze natur. IV. 2.
Zeitschrift d. öster. Gesellsch. f. Meteorologie. XV. Aug.-Nov.
Atti della R. accademia dei Lincei. Fasc. 7.
Proceedings of the London math. soc. 161. 162.
Journal of the R. geogr. soc. Vol. 49.
Rigasche Industrie-Zeitung. 11—18.

C. Von Redactionen.

Berichte d. deutschen chemischen Gesellsch. XIII. 14. 15. 16.
Technische Blätter. XII. 2.

D. Anschaffungen.

Philosophical Transactions of the R. society. 1879. 1. 2.

2. Die Herren Mathematiker Ganter, Assistent Wolfer und Dr. Haab werden einstimmig als Mitglieder in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Herr August Rothpletz, Geolog, meldet sich zur Aufnahme in die Gesellschaft.

4. Herr Dr. Keller bespricht den australischen Ceratodus, von welchem ein Exemplar durch die hiesigen Sammlungen erworben wurde. In Queensland entdeckt und von den Eingebornen als Barramundi bezeichnet, erregte dieses eigenartige Wirbelthier vor 10 Jahren die Aufmerksamkeit der Anatomen in steigendem Maasse, gelangt freilich immer noch selten nach Europa. — Es ist aalartig, jedoch gedrungener und kann $1^1/_2$ Meter lang werden. Der Körper ist mit grossen Rundschuppen bedeckt. Das Skelett verharrt auf einer niedern Stufe der Entwicklung, es ist vorwiegend knorpelig. Doch finden sich am Schädel Deckknochen aufgelagert. Die Zähne besitzen einen durchaus fremdartigen Bau und stimmen bis in Einzelheiten mit fossilen Ceratoduszähnen der Trias überein. Im Unterkiefer finden sich zwei grosse, dunkelbraune Backenzähne mit welliger Oberfläche. Ihnen entsprechen zwei obere Backenzähne. Ausserdem finden sich oben im Zwischenkiefer zwei nagerartige Schneidezähne im Zwischenkiefer. Die paarigen, schaufelartigen Flossen stehen in ihrem Skelettbau vereinzelt unter den Wirbelthieren. Sie werden durch eine gegliederte Mittelreihe und fiederig angeordnete Seitenstrahlen gestützt und stellen somit einen Zustand dar, welcher früher auf theoretischem Wege von der vergleichenden Anatomie vermuthet wurde. Der Darm ist wie bei Haifischen und Stören mit einer Spiralklappe versehen und ebenso besitzt das Herz neben einer Kammer und Vorkammer noch einen dritten Abschnitt mit Klappenreihen. Die Athemwerkzeuge sind zunächst, dem Wasseraufenthalt entsprechend, wohl ausgebildete Kiemen.

Daneben existirt aber noch eine grosszellige einfache Lunge, welche den Ceratodus zum Landaufenthalt befähigt. — Der Vortragende erörtert die Stellung dieser Thierform im System der Wirbelthiere. Die gesammte Organisation verweist diese zu den Doppelathmern oder Lungenfischen, welche die Fischklasse mit den Amphibien verbinden. Der Ceratodus nähert sich aber mehr als die bisher spärlich bekannten Dipnoï den niedern Fischen. Es wird ferner darauf hingewiesen, dass mit dieser australischen Form die Annahme, als existiren keine fossilen Doppelathmer, dahinfallen muss, die Gattung Ceratodus vielmehr ziemlich unverändert von den Zeiten der Trias bis in die Gegenwart sich erhalten hat. — Endlich werden die nahen Beziehungen zu den Quastenflossern der Devonzeit, insbesondere zu Dipterus und Ctenodus hervorgehoben und die Herkunft aus den Glanzschuppern der älteren Devonzeit als sehr wahrscheinlich gemacht.

5. Herr R. Billwiller spricht anknüpfend an eine frühere Mittheilung über die vertikale Temperaturvertheilung in Perioden barometrischer Maxima zu verschiedenen Jahreszeiten. Man hat die Anomalie einer Temperaturzunahme mit der Höhe im centralen Theil von Gebieten hohen Luftdrucks bisher meist nur während des Winters beachtet, und es macht sich dieselbe den Insolations- und Ausstrahlungsverhältnissen entsprechend bei der durchschnittlichen Tagestemperatur auch nur in der Zeit zwischen Herbst- und Frühlingsäquinoctium geltend. Verfolgt man jedoch den täglichen Gang der Temperatur im Thal und auf Höhenstationen, so zeigt sich die Temperaturumkehrung bei hellen Nächten in den Stunden vor Sonnenaufgang fast regelmässig auch im Sommer. Die nächtliche Ausstrahlung, durch die Trockenheit der Luft in den obern Regionen sehr gefördert, bewirkt alsdann eine bedeutende Abkühlung der untern Schichten und verstärkt so die absteigende Bewegung der Luft innerhalb des barometrischen Maximums durch Aspiration. Die dabei eintretende Erwärmung wirkt dann auf den höhern Stationen dem Effekt der Ausstrahlung entgegen, so dass die Temperaturerniedrigung im Thal, bis wohin der absteigende, wärmere Luftstrom nicht reicht, beträchtlicher sein kann als in der Höhe. — Die auf

dem Puy-de-Dôme, sowie auf einigen schweiz. Bergstationen registrirten Minimaltemperaturen, welche auch in der warmen Jahreszeit oft höher sind als die gleichzeitigen im Thal, lassen sich auf diese Weise gut erklären. Andererseits dürfte in der dynamischen Wirkung der absteigenden Luftbewegung eher die Ursache der unter solchen Umständen häufig bemerkten zu kleinen Resultate liegen, welche sich aus der Höhenmessung mittelst der Barometerformel ergeben und die Rühlmann aus der Abweichung der Thermometerangaben von der wirklich vorhandenen wahren Lufttemperatur zu erklären sucht.

6. Herr Prof. Heim weist einen 12 Kilogramm schweren sehr reinen Rauchquarzkrystall aus dem Etzlithal stammend vor. Durch die Gesteine sickerndes kohlensäurehaltiges Wasser zersetzt manche kieselstoffhaltigen Mineralien des Gesteines und laugt aus denselben Kieselsäure aus, die sich als Quarzkrystalle in den Klüften und andern Hohlräumen des Gesteines wieder absetzen kann. So sind die meisten Bergkrystalle der inneren Alpen entstanden. In der Ausbildung zeigen sich oft Abnormitäten wie Lücken in Folge ungenügender Zufuhr von Kieselsäure, unvollständige Ausbildung in Folge fester Hindernisse und dergleichen. Das vorliegende Stück zeigt Störung in der Ausbildung durch einen Widerstand, der von einer plastischen Masse ausgeübt worden sein muss. Er zeigt keine Anwachsstelle, sondern ringsum die Versuche, die Kanten und Ecken auszubilden, vermochte aber offenbar schliesslich die plastische Masse nicht mehr weiter bei Seite zu drängen und schmiegte sich nun deren weicher Gestaltung an. Die plastische Masse, in welcher der ganze Krystall gelegen hat, besteht, wie einige anhängende Reste erkennen liessen, aus Verwitterungsproducten, wie sie gleichzeitig mit Ausscheidung von Kieselsäure entstehen, und zwar aus einem Gemenge von Kaolin, Chlorit und Talk. Die vollkommene Reinheit und ausserordentliche Grösse des Stückes zeigt, welche bedeutende mechanische Leistung im Zurseiteschieben eines Widerstandes die Concretions- oder Krystallisationskräfte, welche das Quarzmaterial an diese eine Stelle zusammengezogen haben, ausüben können. Das seltene Stück ist

vom Mineralienhändler in Amsteg auf 650 Franken gesetzt worden, welcher Preis für unsere Sammlungen wohl zu hoch steht.

C. Sitzung vom 6. December 1880.

1. Vorlage eingegangener Bücher.

A. Geschenke.

Von dem Eidg. Baubureau.

Rapport mensuel sur les travaux du S. Gotthard. 95.
Rapport trimestriel. 32 et renseign. geol. Juill.-Déc.-Févr. 1880.

Von der naturf. Gesellschaft zu Danzig.

Danzig in naturwissenschaftl. Beziehung. Sept. 1880.

Von Hrn. Professor A. Kölliker in Würzburg.

Die Entwicklung der Keimblättchen des Kaninchens.

Von der Museumsgesellschaft in Zürich.

Katalog der Bibliothek d. Mus.-Gesellschaft. 6. Aufl.

Von Hrn. Lewis Boss, Dudley observatory.

Declinations of fixed stars. 4. Albany.

Von der allgem. Schweiz. naturf. Gesellschaft.

Compte rendu des travaux de la soc. Helv. 63me session.

Von der Meteorol. Centralstation in Zürich.

Bericht über den Gang der Witterungsprognosen i. J. 1880.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Reale istituto Lombardo di scienze e lettere. Serie II. Vol. 10. 12.
Memorie del R. istituto Lombardo. Vol. XIX. Fasc. I.
Mittheilungen des Vereins f. Erdkunde zu Halle. 1880.
Verhandlungen d. naturhist. Vereines d. preuss. Rheinlande. XXXVI. XXXVII.
Proceedings of the zool. soc. 1880. 3.
Miscellaneous Publications. 12.
Transactions of the R. society of Edinburgh. XXVIII. 2. XXIX. 1.
Observations météorologiques 1878, par la soc. des sc. de Finlande.

Bidrag till kännedom af Finlands natur u. s. w. 32.
The scientific transactions of the R. Dublin soc. Vol. I. 12.
Palaeontologia Indica. Vol. I. 4. 5. Series XIII. 1. 2.
Memoirs of the geological survey of India. XV. 2. XVII. 1. 2.
Records of the geolog. survey of India. XII. 4. XIII. 1. 2.
Journal de l'école polytechnique. Cahier 46. Tome 28.
Atti della società Italiana di scienze naturali. XXII. 1. 2.
Mittheilungen der Schweiz. entomolog. Gesellschaft. VI. 1.
Proceedings of the R. geogr. soc. Vol. II. 12.
Rigasche Industriezeitung. 1880. 19.
Bulletin de la soc. Fribourgeoise des sc. nat. 1.

C. Von Redactionen.

Technische Blätter. XII. 3.
Berichte d. deutschen chemischen Gesellschaft. 17.

D. Anschaffungen.

D'Albertis, L. M. New-Guinea. 2 v. 8. London 1880.
Transactions of the entomolog. soc. 1880. 1. 2.
Heer, O. Flora fossilis arctica. Bd. VI. 1.
Liebig's Annalen. Bd. 203. 204.
Rohlfs, G. Neue Beiträge z. Erforschung Afrika's. 8. Cassel 1881.
Tschihatchef, P. de. Espagne, Algérie et Tunisie. 8. Paris 1880.
Frey, Dr. H. Die Lepidopteren der Schweiz. 8. Leipzig 1880.
Schmid, E. E. Die quarzfreien Porphyre des centralen Thüringer Waldgebirgs. 4. Jena 1880.
Conchologische Mittheilungen. Bd. I. 3.

2. Herr Rothpletz, Geolog, wird einstimmig als Mitglied in die Gesellschaft aufgenommen.

3. Der Präsident Herr Prof. Weber beantragt, dass künftig nicht nur einzelne, sondern sämmtliche periodische Zeitschriften, welche die Gesellschaft erhält, auf dem Museum aufgelegt werden sollen, sofern sie nicht schon anderweitig dort vorhanden sind, wozu sich der Vorstand der Museumsgesellschaft bereit erklärt hat. Dieser Antrag wird angenommen.

4. Herr Prof. Heim berichtet über einige Beobachtungen von der Gotthardlinie, deren Nordrampe er im vergangenen

Herbst begangen hat. — Das Gestein in der bekannten kurzen „druckhaften“ Stelle des Haupttunnels bei etwa 2800 M. vom Nordportal, 304 M. unter dem Urserenthal, besteht aus dem plastischen, talkig kaolinischen Verwitterungsrückstand eines phyllitischen Gneisses. Dies weiche Gestein, das der Vortragende in Proben vorlegt, wächst von allen Seiten langsam in den Tunnel hinein und zerdrückt die stärksten Holzsperrungen. Es ist bisher nicht gelungen, den Druck zu messen oder zu berechnen. Man ist seit einigen Monaten damit beschäftigt, ein ganz geschlossenes Gewölbe, Ring um Ring von je 4 Meter Breite, aus gewaltigen Granitquadern einzusetzen, und wird mit dieser sehr schwierigen Arbeit, die in einem wahren Netzwerk von Sperrholz und Eisenbogen ausgeführt werden muss, bis in etwa sieben Monaten fertig sein. Nach aller Voraussicht ist diese Schwierigkeit damit überwunden. Sollte aber alle Wahrscheinlichkeit täuschen, so müsste man sich vielleicht nach noch druckfesteren Gewölbesteinen umsehen, oder andere Mittel ersinnen, da ein Umgehen dieses verwitterten Gesteines nicht möglich ist. — Durch den Bahnbau sind an vielen Orten unter Schuttmassen, besonders in der Umgebung von Wasen, sehr schöne alte Gletscherschliffe auf Granit und Granitgneiss zum Vorschein gekommen. — Am oberen Eingang des Bristenlauitunnels rollten auf einmal beim Sprengen in der Bahnaxe im Glimmergneiss lockere Moränenmassen aus den frischen Sprenglöchern. Es zeigte sich, dass man einen gewaltigen alten mit Moränen erfüllten Erosionskessel von etwa 10 M. Tiefe und 5 M. Weite angeschnitten hatte, der grösstentheils in die Bahnlinie fiel, und desshalb leider zerstört werden musste. Das gneissähnliche Gestein des Windgälletunnels ist von einer Masse von Graphitablösungen und graphitischen Rutschflächen durchsetzt. — Der Vortragende hob ferner hervor, dass in Folge des Sparsystems den Gefahren des Gebirges, wie Felsstürzen, Wildbachausbrüchen etc., die keineswegs ausserordentliche, sondern regelrechte Erscheinungen des Gebirgsthales sind, nicht ganz in genügendem Maasse vorgebeugt werde. Um die Tunnelgewölbe möglichst kurz zu machen, werden die Portale so tief in die Felsrände eingesetzt, dass über den Tunneleingängen Felsbrüche drohen, anstatt dass das Gewölbe

zum Schutze der Bahn noch etwas über die natürliche Felswand hinaus verlängert würde; es werden offene steilwandige Einschnitte gesprengt, wo nur Deckengewölbe die Bahn zuverlässig schützen könnten; und mit den Wildbächen wird stellenweise verfahren, als ob Niemand deren Wesen kennen würde, und Aehnliches mehr. Es wäre zu wünschen, dass die eidgenössische Oberinspection auf diese Punkte etwas mehr Aufmerksamkeit lenken würde. Zum Glück für den Bahnbetrieb wird der kommende Frühling noch während der Bauzeit manche Erfahrung und nöthige Einsicht bringen und zu vermehrten schützenden Vorrichtungen zwingen. — Bei einigen der Kehrtunnels, ganz besonders beim Wattingertunnel, haben sich sehr sonderbare Erscheinungen gezeigt, welche der Vortragende sich nur durch eine im Gebirge bestehende Spannung zu erklären vermag. — Das sehr solide Gestein hat anfangs ganz geschlossene Fugen. Ganz langsam erweitern sich dieselben und unter Krachen trennen sich Stücke los. Anfangs für ganz solid angesehener Fels ist jetzt von zahllosen klaffenden Fugen durchsetzt. Unter diesen Umständen ist zu befürchten, dass die angewendeten „Sparprofile“ in den Tunnels schliesslich sich nicht bewähren, sondern auf ein kostspieliges Probiren hinauslaufen müssen, und man für die kleinen Tunnels so gut wie dies für den grossen nun geschehen ist, zu der von dem Vortragenden und von manchen Ingenieuren stets als nothwendig behaupteten gänzlichen Auswölbung als Sicherheitsmittel schreiten muss. — Die gerügten Punkte können nicht wohl Einzelnen zur Last gelegt werden, sie sind die unsparsamen Folgen des Sparsystems — sie werden dem im Uebrigen so grossartigen und in manchen Dingen vortrefflichen Werke in den ersten Jahren viele Reparaturkosten verursachen, ohne, wie wir hoffen dürfen, dessen Leistungsfähigkeit wesentlichen Eintrag zu thun.

5. Herr Prof. Schneebeli spricht über die Entladung eines Condensators. — Nach den schönen experimentellen Untersuchungen Feddersens über die Entladung einer Leidnerflasche unterwarf Kirchhoff die Bewegung der Electricität in dem Schliessungsbogen einer Leidnerflasche einer theoretischen Behandlung. Unter der Annahme, dass die Bewegungsgesetze

der Electricität auch für den Fall gelten, wo der Schliessungsbogen durch eine Funkenstrecke unterbrochen sei, gelangt man zu dem Resultat, dass die Entladung einer Leidnerflasche in einem Strom bestehe, der gleichgerichtet abnehmend nach einer Exponentialfunction der Zeit erfolge, dass aber unter gewissen Umständen derselbe ein oscillatorischer werden könne. — Der Sprechende zeigte einen Apparat vor, der erlaubt, auf einfache Weise diese oscillatorische Entladung näher zu studiren und dieselbe auch einem grössern Auditorium sichtbar zu machen. — Auf einer Ebonitscheibe, nahe an deren Peripherie, befindet sich eine Funkenstrecke. Die beiden Electroden sind auf passende Weise mit zwei Klemmschrauben in metallische Verbindung gebracht. Die Ebonitscheibe sitzt auf einer Axe, der eine grosse Umdrehungsgeschwindigkeit gegeben werden kann. — Es wurden mit diesem Apparat die Entladungen eines grossen Ruhmkorff'schen Inductoriums untersucht; schon bei 30 Umdrehungen per Secunde nahm die Gesammtentladung beinahe die ganze Peripherie ein und bestand je nach der Länge der Funkenstrecke aus 80 bis 200 Partialentladungen. — Eine besondere Vorrichtung erlaubt, das Funkenbild immer an derselben Stelle der Peripherie beginnen zu lassen.

D. Sitzung vom 20. December 1880.

1. Vorlage eingegangener Bücher.

A. In Tausch gegen die Mittheilungen.

Beobachtungen am astrophysical. Observatorium in Ogyalla. Herausg. v. N. v. Konkolly. Bd. 2.

Sitzungsbericht d. math.-phys. Classe d. Akad. z. München. 1880. 4.

Tijdschrift voor Indische Taal. Land- en Volkenkunde. XXIII. 2. 3. 4. 5. 6. XXIV. 1. 2. 3.

Notulen. XIII. 3. 4. XIV. 1—4.

B. Anschaffungen.

Sartorius v. Waltershausen. Der Aetna. Bd. I u. II. Herausg. von A. v. Lasaulx. 8. Leipzig 1880.

Palaeontographica. XXVII. 2.

Annalen der Chemie. 205. 1.
Mittheilungen a. d. prähist. Museum zu Dresden. 3.
Beiträge zur Paläontologie von Oesterreich-Ungarn. Bd. I. 1. 4. Wien.
Darwin, Charles. The power of movement in plants. 8. London 1880.

2. Hr. Dr. J. Frey in Riesbach erklärt seinen Austritt aus der Gesellschaft.

3. Herr Prof. Weilenmann hält einen übersichtlichen Vortrag über die Entwicklung der neueren Meteorologie.

4. Herr Dr. Asper macht einige Mittheilungen über die Fischbrutanstalt bei der Wasserkirche. — Die künstliche Fischzucht geht von der Ueberlegung aus, dass bei der sogenannten künstlichen Aufzucht der Fischbrut ein geringerer Theil derselben zu Grunde gehe, als wenn sie den manigfaltigen schädlichen Einflüssen der natürlichen Verhältnisse überlassen bleibt. — Bekanntlich findet bei den meisten Fischen eine eigentliche Begattung nicht statt. Der trächtige weibliche Fisch lässt die Eier einzeln oder in Schnüre zusammengeklebt ins Wasser fallen und ein in der Nähe befindliches Männchen überschüttet die Eier mit dem Sperma, der sogenannten Milch. Dabei bleibt die Befruchtung mehr oder weniger dem Zufall überlassen. Manche Eier kommen nicht mit der Milch in Berührung und sterben ab. Aber auch die befruchteten Keime sind vielen Schädlichkeiten ausgesetzt. So werden die laichenden Lachse von ganzen Schaaren sogenannter Sälmlinge (einjährige Lachse) umschwärmt und die Mehrzahl der auf dem Boden unbedeckt liegenden Eier wird eine Beute dieser gefrässigen Jugend. Oder unsere Fluss- und Seeforellen werden auf ihren Zügen von den Nasen und Barben begleitet. Die abgelegten Eier sind eine Delicatesse für dieses Volk und nur eine kleine Anzahl wird den Nachstellungen der gefrässigen Barben zu entrinnen vermögen. — Aber die überbleibenden Eier sind noch nicht gerettet. Die ersten Wochen der Entwicklung sind für manche todbringend. Eine starke Welle oder Strömung schleudert das Ei herum und der zarte eingeschlossene Keim stirbt ab; denn in gewissen Stadien des

Wachsthums verträgt derselbe nicht die geringste unsanfte Berührung. — Die glücklich dem Verderben entronnenen Fischchen sind beim Ausschlüpfen mit dem Dottersack versehen. Das ist eine Blase von bedeutender Grösse, die dem Leibe des kleinen Thieres anhängt und für das weitere Wachsthum Nahrungsstoffe enthält. Dieser Ballast ist dem jungen Fische sehr hinderlich. Er ist seinetwegen noch nicht im Stande, den Nachstellungen grösserer Fische erfolgreich zu entgehen und die Zahl der Geretteten wird so nochmals decimirt. — Viel günstiger sind die Verhältnisse bei der künstlichen Erziehung. Der Fischzüchter verschafft sich reife Zuchtfische. Durch leichten Druck auf den Leib des weiblichen Thieres fallen die eingeschlossenen Eier heraus. Man fängt dieselben in einer Schaale auf und lässt einige Tropfen der Milch eines männlichen Fisches darüberfallen. Indem man die beiderlei Fortpflanzungselemente mit der Hand umrührt, werden sämmtliche Eier mit den Spermatozoiden in Berührung kommen und die überwiegende Mehrzahl befruchtet werden. — Man bringt jetzt die befruchteten Keime in passende Bruttröge, wo man sie auf's Sorgfältigste vor jenen oben geschilderten Feinden zu schützen vermag. Die ausgeschlüpften Fischchen werden so lange in den Brutapparaten zurückbehalten, bis ihre Dotterblase vom Körper aufgenommen ist. Dann bedürfen sie Nahrung und wir setzen sie in passende Gewässer ein. Während bei der natürlichen Brütung mehr als 90 Procent der Eier verderben, kann man durch die künstliche Zucht die Verluste auf 10 Proc. oder selbst 5 Proc. reduciren. — Um ein weiteres Publicum für die werthvollen Ergebnisse der Fischzucht zu interessiren, sind auf Anregung des Vortragenden in einer der Nischen der Wasserkirche eine Anzahl Bruttröge aufgestellt und mit Eiern versehen worden. In verdankenswerthester Weise ist dabei sowohl von der städtischen Behörde als auch der Finanzdirection Hand geboten worden. — Die verwendeten Bruttröge sind nach dem Muster der amerikanischen Bruteinrichtungen construirt worden. Das Brutwasser steigt bei denselben durch ein Drahtgitter von unten her in die Höhe, und so werden die auf das Gitter gelegten Eier ringsum von einem beständig frischen Wasserstrom um-

spült. Einige vom Vortragenden getroffene Abänderungen des eigentlichen amerikanischen Troges haben sich bis jetzt als sehr practisch erwiesen. Zur Vergleichung sind neben 5 derartig verbesserten Apparaten bei der Wasserkirche vier ähnliche in Thätigkeit, wie sie in der kaiserlichen Fischzuchtanstalt in Hüningen (Ober-Elsass) zur Verwendung kommen. — In diesen 9 Trögen finden sich nun 30—40,000 Eier von Forellen, Lachsen, Rötheln und Blaulingen. Die meisten derselben zeigen die eingeschlossenen Keime bereits so weit entwickelt, dass man deutlich die Aeuglein des jungen Fischchens erkennt. Es bedarf dazu eine Zeit von circa 4 Wochen. In weitern 4—6 Wochen verlassen die Embryonen die Eihüllen und bis zur Resorption der Dotterblase verstreicht ungefähr eben so viel Zeit, so dass die ganze Entwicklung einen Zeitraum von 3—4 Monaten erfordert. Am grössten sind die schön rosa gefärbten Eier vom Lachs, kleiner fallen die etwas blasseren der Forelle aus. — Bedeutend verschieden an Grösse sind die grünlichen Eier der Zugerrötheli und am kleinsten erscheinen die kaum hanfkorngrossen Eilein der Felchen (Blaulinge). Die Zucht dieser letzteren ist sehr schwierig und ihr glückliches Gelingen beweist, wie vorzüglich für solche Zwecke das Wasser der städtischen Wasserleitung geeignet ist. — Es ist leicht zu berechnen, dass bei minimalen Ansätzen und unter Berücksichtigung der nicht zu vermeidenden Verluste die bei der Wasserkirche vorhandene Brut in zehn Jahren ein Capital von ca. 10,000 Francs repräsentirt. Man erkennt daraus die hohe Bedeutung, welche die künstliche Zucht für die Fischerei eines Landes besitzt. [R. Billwiller].

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte. (Fortsetzung.)

287. Zu Zofingen 1819 dem Gerber Carl Friedrich Siegfried geboren, kam Hermann Siegfried schon als vierjähriger Knabe zu seinem Oheim Zeller nach Beuggen, und bildete sich später in der von diesem geleiteten Erziehungsanstalt, dann in dem von Stern dirigirten Lehrerseminar in Karlsruhe zum Lehrer aus. Statt dann jedoch das Lehramtsexamen zu bestehen, trieb ihn der Trieb nach weiterer Ausbildung 1841 nach Genf, wo er an der Academie bei De Candolle und

Pictet-Delarive die Naturwissenschaften studirte, und um seiner Tüchtigkeit willen von Ersterm als Conservator seines Herbariums und Aufseher des botanischen Gartens angestellt wurde. Später studirte er bei Decrue und Colladon reine und angewandte Mathematik, machte als Corporal unter Rilliet-Constant den Sonderbundsfeldzug mit, trat bald als Lieutenant in den Geniestab, und leitete die Befestigungsarbeiten in St. Maurice. Von Dufour für sein topographisches Bureau angestellt, machte er von 1851 hinweg vielfache Aufnahmen im Tessin und in Bündten, rückte nebenbei um seiner seltenen Tüchtigkeit willen rasch zum Instructionsofficier und eidg. Oberst auf, und wurde 1866 nach Dufour's Rücktritt zum Chef des eidg. Stabsbureau befördert. Seiner Thätigkeit für den topogr. Atlas im Massstabe der Originalaufnahmen ist bereits in der Geschichte der Vermessungen (v. p. 282—83) einlässlich gedacht worden, und es bleibt nur noch beizufügen, dass er neben derselben und vielfachen Arbeiten für Durchführung der neuen Militärorganisation auch noch Zeit fand seine Lieblingsstudien über die Schiesstheorie zu einem gewissen Abschlusse zu bringen. Leider versäumte er jedoch über der Arbeit seiner Gesundheit Rechnung zu tragen, und erlag am 8. Dezember 1879 zu Bern der Ueberanstrengung.

288. Die in der Geschichte der Vermessungen (pag. 6) erwähnte „Descriptio" von Türst existirt im Besitze von Hrn. Hans Wunderli-Muralt in Zürich auch in deutscher Sprache, hält 19 Blätter in Quart, ist dem Alt-Schultheiss Rudolf von Erlach zu Bern zugeschrieben, und führt den Titel „Die beschribung gemeiner eydgnosschaft gesetzt durch Konr. Türstenn doctor der medicin". Sie blieb bis nach der Mitte des 17. Jahrhunderts bei der Familie Erlach, ging dann an die Diessbach und nach der Mitte des 18. Jahrhunderts an die Stürler über. Der Text hat hier kein weiteres Interesse, dagegen um so mehr die beigegebene Landtafel, die leider in dem Texte mit keinem Worte berührt wird. Die auf Pergament gezeichnete Tafel hat, wie bei Tschudi, Süd oben, — geht bei der Höhe von 39 Cm. von Fürstenau bis Seckingen, bei der Breite von 52 Cm. von Bregenz bis Lausanne, und stellt somit den weitaus grössten Theil des jetzigen Gebietes

der Schweiz dar, da ihr fast nur Genf, Bisthum und Basel fehlen, sowie der südliche Theil von Bündten und die italienische Schweiz. Aus 22 Distanzen der Polygone I—III erhielt ich $m = 1{,}78$ und $f = \pm\ 49{,}1$ $(+73,\ -81)$, so dass die Anlage nicht viel besser als bei Hylacomylus und wesentlich schlechter als bei Tschudi ist, mit welch Letzterer auch die Fehlervertheilung absolut nicht übereinstimmt, so dass man nicht daran zu denken hat, dass Tschudi dieselbe wesentlich benutzt habe. Mancher Detail, und so namentlich verschiedene See-Formen, sind bedeutend besser als bei Tschudi, und auch die Bergzeichnung, soweit man überhaupt von einer solchen sprechen darf, ist besser als bei ihm; dagegen finden sich arge Verschiebungen, und zwar auch in der Centralschweiz, — doch kann man die Tafel als Versuch einer Karte betrachten, und nicht bloss als schematisches Ortsverzeichniss. Bemerkenswerth ist, dass der Karte ein Netz zu Grunde zu liegen scheint, wobei auf den Breitengrad 169 Cm. kommen, auf einen Längengrad südlich 148 Cm., nördlich 118 Cm. Der Eintrag in dasselbe ist dagegen allerdings äusserst roh, indem z. B. St. Gallen und Sitten, obschon Ersteres 1° 12′ nördlicher ist, in demselben Parallel liegen. Nach 10 der Karte enthobenen Ortsbestimmungen ist der mittlere Fehler einer Breite ± 40′, — der mittlere Fehler einer Länge, wenn der erste Meridian 21° 31′ westlich von Paris angenommen wird, ± 20′. — Nach dem Referate über den von G. v. Wyss der antiquarischen Gesellschaft in Zürich 1879 XII gehaltenen betreffenden Vortrag stammt das Wunderli'sche Manuscript aus der Bibliothek in Spiez. Ferner sagt dasselbe: „Die Arbeit von Türst, auf der mathematischen Geographie fussend, bezeichnet die Lage der Eidgenossenschaft wissenschaftlich, gibt ihre Ausdehnung nach allen Richtungen in bestimmten Maassen an, und knüpft hieran eine vollständige topographische Beschreibung des ganzen Gebietes der Zehn Orte, sowie der Zugewandten Orte und Gemeinen Herrschaften. Der Verfasser fährt dabei so, dass er an die Beschreibung des Hauptortes diejenige der zugehörigen Landschaft so anfügt, dass unter Bezeichnung der Lage und Beifügung kurzer Bemerkungen zunächst die sämmtlichen geistlichen Stifte eines Gebietes und dann die weltlichen Herrschaften desselben auf-

gezählt werden. Die nach Graden und Minuten sorgfältig eingetheilte Landtafel, die seiner Schrift beigefügt ist, verdient für ihre Zeit alles Lob."

289. In „Erhard Dürsteler (Zürich 1678 — Zürich 1766; Pfarrer in Horgen von 1724—41), Beschreibung der Toggenburgischen Streitigkeiten. 10 Bände Manuscript in Folio und 2 Supplementbände", ein Werk, an dem Dürsteler lange Jahre, und jedenfalls noch 1759 arbeitete, findet sich in Tom. IV nebst vielen andern, zum Theil von Dürsteler selbst copirten Plänen, ein „Plan des Closters Magdenau. Dan. Teucher, Mahler in Frauenfeld delineavit et pinxit. Jac. Schäpi in Horgen copierts." Da Teucher (v. p. 74—75 der Geschichte der Vermessungen) von 1691—1754 lebte, und andere Pläne und Karten von ihm aus den Jahren 1738 und 1741 existiren, so gibt diess einen gewissen Anhaltspunkt für Schäppi. In demselben Bande findet sich auch ein Plan von Rapperschwyl und Umgebung, unter welchem man liest „gemässen von Jacob Schäpi zu Horgen, copiert E. Dürsteler". Auf demselben sind bei Marchsteinen wiederholt Jahreszahlen angegeben, deren späteste 1719 ist, so dass der Plan zweifelsohne etwas nach 1719 aufgenommen wurde. — Gestützt auf diese Angaben ersuchte ich Hrn. Pfarrer Kambli in Horgen Nachforschungen in den alten Rödeln zu veranlassen, und erhielt dann wirklich 1879 am 3. Sept. folgende officielle Angaben: „Hs. Jakob Schäppi, Feldmesser aus dem Meierhof-Horgen, Martins Sohn, ist getauft den 18. Oct. 1692. Er verheirathete sich 1739 mit Magdalena Weber von Elgg. Er starb den 7. Dezember 1742, also 50 Jahre 1 Monat und 19 Tage alt. Er hatte noch zwei Brüder, von denen der ältere Chirurgus war. Ein Knabe Hs. Jakob wurde den 4. Dezember 1740 getauft, und starb am 4. Januar 1742. Ein zweiter Knabe Hs. Jakob wurde denselben Eltern am 30. September 1742 getauft; die Pathin war Jgfr. Anna Barbara Füssli, was auf Verbindungen des Vaters mit Zürich schliessen lässt."

290. Im Zürcher Staatsarchive befindet sich eine Karte, auf deren Umschlag man liest: „Maurers Thurgäuwer Cart. Copiert von Hrn. Doctor Wagner", so dass nun wenigstens eine Kopie der (p. 17) vermissten Karte gefunden ist. Die

Karte besteht aus 24 Blättern, deren jedes circa einen Quadratfuss hält. Auf dem ersten Blatte liest man: „Geometrische Grundlegung der Landgraffsafft Thurgöv samt einem zimlichen antheil der angrenzenden Herschafften, zusammengetragen durch Herrn Johannes Murer einest Pfarrer zu Rikenbach und gewesnen Decanum des Ehrw. Winterthurer Capitels, Mathematischer Künsten Liebhaberen. Es ist dieser Landtafel Original von dem Authore mit möglichstem fleiss viler mühe und kösten, mit zuthun und hilff Geist- und Weltlicher Freunden, insonderheit aber Herren Hans Kaspar Huber's gewesnen Vogts der Herrschaft Pfyn, und dann auch Herren Hans Konrad Geyger's, Maaleren und Burgeren in Zürich, mit Geometrischer anleitung und mittel des Compasses in Grund gelegt worden, und also jedes Orth nach rechter Distantz der Stunden abgetheilt und eingetragen; damit nun ein jeder die weite eines Orths von dem andern wüssen könne, ist unten der Massstab beygesetzt worden, dessen gantzen Länge ein Stund fusswegs begreift (90^{mm}). Im fahl aber solche Messleiter an ein und anderem Orth nit eintreffen thete, ist zu mercken, dass solcher fehler den Bergen, Bühelen und umwegen ist zuzurechnen, und man nit allwegen schnurrechts von einem Orth in das andere reisen kan. — Herr Johannes Murer ward gebohren den 14. Novembris zwüschend 1 und 2 uhren Nach Mittag A° 1556. Ward Examiniert und admittiert ad S. Ministerium den 19. Septembris A° 1581. Ward Pfarrer gen Wisendangen den 16. Novembris A° 1583. Pfarrer gen Eglisauw A° 1600. Pfarrer gen Rickenbach A° 1612. Decanus des Winterthurer Capitels. Starb den 17. Decembris vormittag A° 1641 seines alters 85 jahr. Er hinterliess die Landschaft seinem Sohn, Herren Abraham Mureren Pfarrer zu Buchs und Decanus des Ehrw. Regensperger Kapitels, welcher selbige vollends ausmachen lassen, solliche nachher A° 1671 in dem 81. jahr seines alters auf die Wasser Kirchen verehrt." — Auch auf den Blättern 2, 3, 4, 5, 9, 11 und 12 ist der freigebliebene Raum zu Bemerkungen benutzt, welche ganz interessant sind, sich auf die Lage des Thurgau, seine Fruchtbarkeit, seine Schlösser, den anstossenden und nie

ganz überfrierenden Bodensee, etc. beziehen, von welchen hier aber nur noch der Passus mitgetheilt werden mag: „Der erste Theil Helvetiae, von der Sonnen Aufgang zu rechnen, ist das Thurgäuw, auf welchen theil dann diese Landtafel gerichtet und mit bestem fleiss in grund gelegt worden, dergleichen zuvor nit ist gemacht und auf das Papyer gebracht worden". Blatt 19 und 20 geben eine gar nicht üble Ansicht von Frauenfeld in Vogelperspective; Blatt 23 und 24 enthalten einen leeren Rahmen, der muthmasslich, da ein Titel schon auf Blatt 1 gegeben wurde, zur Aufnahme einer tabellarischen Beigabe bestimmt war. — Die ganze Karte ist im Genre der Haller'schen gehalten (v. p. 33), und zeigt auch nahezu dieselbe Genauigkeit, da sie, bei $m = 0{,}202$, gegen die Generalkarte die mittlere Abweichung $f = \pm 8{,}3$ ($+8$, -16) ergibt; jedoch zeigt sich gerade aus den Abweichungen, dass die etwas spätere Haller'sche Karte die Murer'sche nicht ohne weiteres in sich aufnahm, wenn auch Gyger einzelne Materialien für Beide benutzen mochte. Die Nötzli'sche Karte (v. p. 74) beruht entschieden auf einer ganz neuen und viel genaueren Aufnahme.

291. Osterwald schrieb 1835 XII 23 an Trechsel: „Je me suis rangé à l'avis de la Commission de ne faire faire aucuns travaux directs et de verser les ressources de la Société des S. N. dans les mains de la Commission militaire fédérale, parceque j'ai vu un grand découragement parmi les membres de la commission et une grande crainte de faire un double travail avec les Ingénieurs de la Confédération. Je n'ai élevé aucune opposition, parcequ'on m'avait désigné comme devant diriger les travaux de notre société et qu'en combattant notre résolution j'aurais eu l'air de parler par des considérations personelles. Mais intérieurement je pensais que notre résolution ne remplirait nullement le but des géologues. — La Diète accordait 4000 par an et aujourd'hui 8 à ces travaux. Augmentera t'elle cette somme, la maintiendra t'elle seulement? Que d'évènemens peuvent encore arriver qui feraient suspendre ces travaux et que deviendraient-ils si le quartier M. G. actuel, homme plein de zèle, d'activité et de connaissances, venait à manquer. Mais en admettant que toutes ces chances contraires ne se réalisent

pas, combien faudra t'il de tems pour terminer une triangulation primaire et secondaire, pour faire des levés à $^1/_{25000}$ et $^1/_{50000}$, pour faire des réductions à $^1/_{100000}$, pour dessiner la topographie et faire graver 25 grandes feuilles. Il est facile de faire ce calcul et d'en conclure, qu'en supposant que tout tourne bien, on ne jouira pas d'un atlas de Suisse avant 25 à 30 années. — C'est là la mort de notre projet, car personne ne souscrira quelque soit le style de notre programme. Outre cet inconvénient, il en est un autre que nos géologues ont observé, c'est que 25 feuilles pour la Suisse est trop considérable. La carte géologique d'Angleterre à 6 feuilles et celle de France autant. — Notre Société neuchateloise a senti la chose et m'ayant pressé de lui expliquer mes idées et la marche qu'il faudrait suivre, elle va se décider à prendre l'initiative et à présenter ce projet en son nom ou en celui des Géologues. — On dira maintenant, il faut limiter l'échelle de la carte, et d'après la nécessité de l'avoir vitte, et d'après ses faibles moyens, et d'après la convenance de la mettre à un prix à portée des géologues. On annoncera au public une carte en 4 feuilles à l'échelle de $^1/_{25000}$. L'année prochaine le dessin de la première feuille sera prêt et l'année suivante elle sera gravée. Chaque feuille coutera 8 francs de Suisse. Une seule feuille sera payée d'avance et la seconde le sera en recevant la première. Ils veulent mettre en avant mon nom pour l'exécution et j'y consentirai s'il le faut. — Avec ce que je possède sur la Suisse je puis assez bien asseoir une triangulation de Genève au Rigi. Si la Confédération veut communiquer sa triangulation il ne manquera rien sous ce rapport. La feuille Nord-Ouest qui serait la première terminée renferme les Cantons de Neuchatel, l'évêché de Basle, Berne, Soleure, l'Argovie, Basle et Zurich, qui sont suffisamment bien levés pour ne demander qu'à avoir ses principaux points assujetis et sa topographie dessinée à nouveau, il n'y aura donc que peu de chose à faire entièrement à neuf. Les autres feuilles demanderont un peu plus de tems et de peines cependant j'espère pouvoir en sortir si je suis secondé d'une part par les souscripteurs pour l'argent et de l'autre par les personnes qui ont exécuté les travaux faits à ce jour et qui en ont dirigé la partie scien-

tifique. Permettez-moi d'anoncer que je suis aidé de vos conseils et de votre bienveillant appui afin d'obtenir par là une plus grande confiance du public. Mr Finsler a pour moi également beaucoup de bienveillance, et je viens de recevoir de Mr Dufour, auquel j'ai écrit, une lettre fort obligeante. De sorte que j'espère obtenir aussi leur appui et avec cet espoir mon courage se soutiendra. Il m'en faudra et beaucoup à l'âge où je suis et lorsque la volonté et les forces ne restent plus en harmonie."

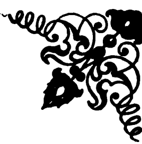
292. Die in 282 erwähnte Urkunde, welche mir Herr Ritzler seither zur Einsicht anvertraute, bezieht sich auf einen Streit, welchen der „hochgelerte Herr Caspar Wolff, der artzney Doctor, auch burger allhie Zürich" mit einem Nachbar, „dem frommen, fürnemmen und wyssen Meister Felix Brunner, der zyt Buwmeister und dess Raths allhie" wegen dem Bau des Windeggs auszufechten hatte. Brunner beklagte sich, dass „Herr Doctor Wolff, syn nachpur, ein schneggen oder Inngang ussen an sym Huss, so er erst nüw gebuwen, und erstanden machen zu lassen, zu dem mit der First am nüwen Huss auch höcher gfarren, dann Im aber anfangs vergonnt und der Raattschlag gewessen syge. Dessglychen so habe er ein Hünerhuss zunechst an syn Herrn Buwmeisters gartten für synne Stubenfenster machen, auch allerley Bäum und zweyg setzen und pflanntzen lassen, da aber der änden hievor kein Baum, sonder allein Räblauben gwessen." Es wurde schliesslich vermittelt, dass Wolf das Treppenhaus (womit offenbar der Thurm am alten Windegg gemeint war) dürfe stehen lassen, dass er dagegen das Hühnerhaus und die Bäume zu beseitigen habe.

[R. Wolf].

Schyberg 1500

bei

Linth 440
Netstall 470
Glarus 480

Vierteljahrschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,
Prof. der Astronomie in Zürich.

Fünfundzwanzigster Jahrgang. Viertes Heft.

Zürich.

In Commission bei S. Höhr.

1880.




Inhalt.

Seite

Wolf, astronomische Mittheilungen 321
Bodmer, Terrassen und Thalstufen der Schweiz . . 353
Aeschlimann, zur Theorie der ebenen Curven vierter Ordnung 365

Fiedler, zusätzliche Bemerkungen zu „Geometrische Mittheilungen V" 403
Billwiller, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . . 410
Heim, Beobachtungen von der Gotthardlinie 419
Asper, über die Fischbrutanstalt bei der Wasserkirche . . 423
Wolf, Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung) . 425